Ш.А. МУСАЕВА, Ф.Ш. УСМАНОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРАТЕГИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ОЛИГОПОЛИСТОВ В ТЕОРИИ ОТРАСЛЕВЫХ РЫНКОВ

МОНОГРАФИЯ

*Конкуренция – жизнь торговли
и смерть торговцев.*

– Элберт Хаббард

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

САМАРКАНДСКИЙ ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ И СЕРВИСА

Мусаева Ш.А., Усманов Ф.Ш.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРАТЕГИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ОЛИГОПОЛИСТОВ В ТЕОРИИ ОТРАСЛЕВЫХ РЫНКОВ

Монография

"TURON NASHR"
Самарканд – 2021

УДК: 339.1
ББК: 65.262.2
М: 91

Мусаева Ш.А., Усманов Ф.Ш.
Моделирование стратегического поведения олигополистов в теории отраслевых рынков. *Монография / Мусаева Ш.А., Усманов Ф.Ш. – Самарканд, изд.* "TURON NASHR", 2021. – 124 стр.

Данная монография посвящена одной из важных теоретических вопросов микроэкономики – анализу моделей поведения фирм в условиях олигополии. Авторами исследованы особенности моделей различных учёных, посвященных частным случаям олигопольного поведения фирм. По результатам исследования разработаны рекомендации по выработке ценовой стратегии фирм в условиях ограничений по конкуренции на олигопольном рынке.

Монография предназначена для использования на практических занятиях по предмету "Микроэкономика", в частности раздела "Теория отраслевых рынков", для студентов магистратуры по специальности "Экономика", для практических работников, занимающихся вопросами стратегического планирования и развития.

Монография обсуждена и рекомендована к изданию научным советом Самаркандского института экономики и сервиса, протокол № 9 от 17 апреля 2021 года.

УДК: 339.1
ББК: 65.262.2

Рецензенты:
Мухаммедов.М.М. д.э.н. профессор кафедры " Экономическая теория"
Самаркандский институт экономики и сервиса **Камилова Н.А.** к.э.н.
доцент кафедры " Экономическая теория"
Самаркандский институт экономики и сервиса

ISBN 978-9943-7052-1-099

СОДЕРЖАНИЕ:

МУНДАРИЖА:

CONTENT:

ВВЕДЕНИЕ

В стратегиии действий по ускоренному развитию Республики Узбекистан на 2017-2021 год важнейщим направлением реформ в экономичкой сфере является “... дальнейшее укрепление макроэкономической стабильности и сохранение высоких темпов роста экономики»[1], что может быть осуществлено только путём развития рыночных механизмов и инструментов макроэкономического управления. Большинство рынков в современной экономике относятся к рынкам несовершенной конкуренции на которых каждый производитель в состоянии существенно влиять на цену продукции. При этом часто высокий уровень концентрации производителей сочетается с дифференциацией продукта (монополистическая конкуренция, олигополия), наличием барьеров входа в отрасль (монополия, олигополия) и взаимодействием между производителями (олигополия).

Наиболее интересным для исследования типом рыночных структур, в силу большого спектра стратегий поведения участников и нетривиальности выводов, является олигополия.

Олигополия – это рыночная структура, при которой в реализации какого-либо товара доминирует очень

[1] Указ Президента Республики Узбекистан «О стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан» 7 февраля 2017 г., № УП-4947

немного продавцов, а появление новых продавцов затруднено или невозможно. Олигополия является одной из самых распространенных структур рынка в современной экономике. Почти все технически сложные отрасли промышленности – металлургия, химия, автомобилестроение, электроника, судо и самолетостроение и др., имеют именно такую структуру.

Как правило, число олигополистов ограничено несколькими фирмами, хотя в некоторых случаях при информационной открытости (облегчающей координацию фирм) может доходить до нескольких десятков. Причем размер каждой фирмы должен позволять ей значимо влиять на ситуацию на рынке. Именно для олигополии в наибольшей степени характерно стратегическое взаимодействие участников.

Различным аспектам олигополистического поведения посвящено большое количество как зарубежной, среди которых выделим западные монографии Ж.Тироля [1], Д.Карлтона и Дж. Перлова [2], А.Мас-Колелла [3], а также российские учебники С.Авдашевой и Н.Розановой [4], а также А.Вурос и Н.Розановой [5]. В предлагаемый обзор включены наиболее важные из представленных моделей, а также рассмотрены некоторые неизученные там аспекты.

Цель работы. Целью данной работы является изучение возможных вариантов стратегического поведения фирм на олигополистических рынках и исследовать равновесные состояния каждой модели.

Для достижения указанной цели в научной работе были поставлены и решены следующие **задачи**:

- Рассмотреть и изучить современные модели олигополии, определить особенности моделей олигопольного рынка, а также рассмотреть классификацию и характеристики олигопольного ценообразования;

- Сделать обзор основных моментов теории отраслевой организации рынков и теории игр;

- Применить указанные модели в других моделях для усовершенствования взглядов в рамках теории отраслевых рынков.

Методы исследования. Основными методами проводимых исследований является научный подход к изучению раздела «Теории отраслевых рынков» предмета «Микроэкономика» с точки зрения математического аппарата. В монографии использованы такие методы как сравнительный анализ, экономико–математическое моделирование, численное программирование, индуктивный и дедуктивные методы, графический анализ, матричный анализ.

Теоретическая и методическая значимость проведённого исследования заключается в возможности использования моделей олигопольного ценообразования в организации учебного процесса по предмету «Микроэкономика» в экономических высших учебных заведениях, а также практического применения данных моделей в научно-исследовательской работе студентов

- **Практическая значимость** результатов *исследования заключается в том*, что детальный анализ различных моделей конкуренции на олигопольном рынке и исследование равновесного состояния позволяют разработать стратегический подход ценообразования отечественных предприятий в условиях рыночных отношений.

Монография состоит и введения, трёх глав и заключения и содержит 123 страниц текста, 10 таблиц и 12 рисунков.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Формирование развитие рыночной экономики в Республике Узбекистан проходило в условиях преодоления государственного монополизма, развития механизмов свободного и олигопольного рынка, а также развития конкуренции частного бизнеса. В настоящее время в стране практически сформирована многоукладная экономика, то есть субъекты рынка обладают соизмеримой властью во взаимоотношениях. В течении долгого времени для изучения олигополии как отраслевой рыночной структуры, ученые пришли к выводу рассматривать возможную реакцию соперников (фирм) на свои решения в области выбора цены и объема выпуска. Равновесные цена и выпуск, устанавливающиеся в олигополистической отрасли в результате взаимодействия рыночных агентов, зависят от тех предположений, которые делают фирмы в отношении реакции соперников на свое поведение. Ввиду многообразия указанных предположений существует целый ряд моделей олигополии. В зависимости от заложенных в них предпосылок эти модели могут быть сгруппированы по различным критериям: виду стратегической переменной; отсутствию или наличию сговора; отсутствию или наличию сговора, отсутствию или наличию повторяемости взаимодействия; степени трудности вхождения в отрасль; отсутствию или наличию дифференциации продукта и пр.

Все модели делятся на три больших класса. Первый – олигополия без сговора, в которых каждая фирма, ориентируясь на действия конкурентов, самостоятельно максимизирует прибыль, управляя собственной ценой и объемом поставок продукции.

Второй класс моделей – олигополия со сговором, когда фирмы пытаются в целях повышения собственной прибыли найти кооперативное решение. Различают также третий класс моделей олигополистического рынка «Модели с барьерами входа» (табл.1)

Характер ответных действий одного из конкурентов на действия других зависит от многих объективных и субъективных обстоятельств. Данные обстоятельства оказывают серьёзное влияние на содержание стратегий ценообразования предприятий. Модели ценообразования на олигопольном рынке должны содержать определенный алгоритм взаимозависимости стратегий соперников. Этим объясняется существование большого числа теорий ценообразования на рынке олигополии, различающихся концепциями формирования ожиданий олигополией относительно поведения конкурентов.

Таблица 1.

Классификация и характеристики моделей олигопольного поведения

Наличие сговора и барьеров входа	Характер ожидаемой реакции соперника	Модель	Краткая характеристика стратегических взаимодействий
Без сговора	Количественная	Модель Курно	Каждый из конкурентов определяет множество оптимальных для себя объемов предложения при всевозможных объемах предложения другого. Пересечение обоих множеств выявляет рыночную цену
		Модель Чемберлина	Предполагает, что олигополист будет принимать во внимание ответные действия своих конкурентов и его уровень выпуска будет изменяться. Фирмы в состоянии удовлетворить весь объем рыночного спроса
Без сговора	Количественная	Модель Штаккельберга	Один из олигополистов считается по тем или иным причинам лидером на рынке, а второй – последователем. Лидер первым принимает решение об уровне своего выпуска и знает реакцию последователя. Степень агрессивности последователя может изменяться, что в конечном итоге влияет на результирующие показатели

		Модель борьбы за лидерство	Обе фирмы считают себя лидером, а конкурента – последователем. Решение фирм принимается в отношении количества предлагаемой на рынок продукции. Степень агрессивности ответных действии каждой из фирм по отношению к действиям конкурента задается изначально в исходных предпосылках модели и может модифицироваться. Каждая из фирм в состоянии *удовлетворить весь объем* рыночного спроса
	Ценовая	Модель Бертрана	Каждый из олигополистов *принимает уровень цен* конкурентов как данный и независимо принимает *решение об уровне своей* цены. Ограничений на величину производственных мощностей не налагается
		Динамическая ценовая конкуренция	Рассматривается ситуация, в которой происходит бесконечно долгое взаимодействие фирм. При этом фирмы либо предают друг друга, либо продолжаю сотрудничать. Выбор оптимальной стратегии фирмы зависит от соотношения значений выигрышей по каждому из возможных вариантов

		Модель Эджворта	Модель с ограничениями по размерам выпуска. Используются две предпосылки. Первая - при равенстве назначаемых конкурентами цен каждый дуополист будет обеспечивать половину рыночного спроса. Вторая – касается структуры процесса принятия решений, если один из субъектов рынка не захочет придерживаться установленной на рынке цены
		Модель ценового лидерства	В качестве лидера выступает доминирующая по объему производства фирма, имеющая, как правило, более низкие средние затраты, чем аутсайдеры. Лидер устанавливает цену, максимизирующую его прибыль, а все фирмы-аутсайдеры воспринимают цену лидера в качестве экзогенного параметра. Аутсайдеры тем самым оказываются в положении конкурентной фирмы
		Модели с дифференцированным продуктом	Из-за отсутствия возможности фирмы располагаться в каждом потенциальном месте покупки (в частности, из-за постоянных издержек) ведут поэтапное установление цен. На первом шаге выбирают свое местоположение, а на втором, ориентируясь также на местоположение и цены

			конкурентов, свою цену продукции
Со сговором	–	Модель Форхаймера	Существуют исходные предпосылки по количеству фирм, образующих отраслевое окружение, а также дополнительных условия по издержкам производства фирм-последователей. Модель предполагает, что вели- чина производственных мощностей каждой из фирм-последователей ограничена и может варьироваться
		Картель	В роли ценового лидера выступает картель – объединение фирм, одновременно ограничивающих поставки продукции на рынок в целях повышения цены и *максимизации прибыли*. При этом не все фирмы отрасли могут участвовать в *картельных соглашениях*
С барьерам и входа	–	Модель Бэйна	Выбор стратегии поведения осуществляется на основе сравнения дисконтированной ценности потока прибыли, которую получит укоренившаяся фирма, препятствуя входу потенциальных конкурентов (угроза входа отсутствует или незначительна), и потока прибыли, который фирма получит, максимизируя прибыль в краткосрочном

			периоде (вход конкурентов вероятен)
С барьерам и входа	–	Модель Модильяни	В модели формализована ситуация относительного преимущества в издержках, связанного с положительным эффектом масштаба. Эта модель, в частности, адекватно описывает ситуацию в отрасли, характеризующейся высокими постоянными издержками, которые делают невыгодной работу на небольших объемах производства
	–	Модель Джелмана-Сэлопа	Новичок входит на рынок с низкой ценой и малым объемом производства. Лидер может либо закрыть вход, установив более низкую цену, либо максимизировать свою прибыль на остаточном спросе. Оптимальная стратегия последователя заключается в установлении цены и объема производства, максимизирующих прибыль *при условии*, что лидеру будет выгоднее политика предоставления входа
		Модель Спенса	Модель последовательного *выбора мощностей*. Это означает, что, хотя конкуренция на продуктовом рынке определяет рыночную

			цену в краткосрочном периоде, в долгосрочном периоде фирмы конкурируют в накоплении мощностей. Преимущество укорененности побуждает укоренившиеся фирмы накапливать большие мощности
		Модель Милгрома–Робертса	Укоренившаяся фирма назначает низкую цену не потому, что имеет большие производственные мощности, а потому, что пытается передать информацию о том, что либо спрос, либо ее предельные издержки низки, а следовательно, вход в отрасль малоприбылен
		Грабительс-кое ценообра-зование	Доминирующая фирма может использовать ценовую политику для создания барьеров входа и укрепления своего лидерства на рынке. С этой целью она жертвует краткосрочной прибылью, назначая цену на уровне, близком к средним издержкам или даже ниже их уровня. Для фирм последователей такая политика ведет к разорению и вытеснению с рынка

Каждая модель рассматривает не только частный случай олигополии, но и характер формирования стратегии предприятия ~~с учётом действия~~ закона конкуренции и ответных действий фирм-конкурентов. Изучение указанных моделей, а также разработка математического аппарата ценообразования в целях максимизации прибыли имеет большое практическое значение для формирования эффективной рыночной среды и понимания механизмов олигопольного рынка.

Авторы выражают благодарность всем, кто оказал содействие в написании и издании данной монографии.

ГЛАВА 1. АНАЛИЗ КОЛИЧЕСТВЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ОЛИГОПОЛИИ БЕЗ СГОВОРА.

1.1 Количественная модель олигополии Курно для n -фирм. Роль модели Кобба –Дугласа в модели дуополии Курно.

Важной предпосылкой, определяющей конкретный вид модели олигополии без сговора, является стратегическая переменная. Если олигополисты принимают решение об объеме выпуска продукции, то модель представляет количественную олигополию. Если олигополисты принимают решение о цене – ценовую олигополию.

Модели количественной олигополии более адекватны в ситуации, когда фирмам после принятия плана трудно изменить производственные мощности, а, следовательно, и объем поставок. Это характерно для отраслей тяжелой промышленности, машиностроения, нефте- и газодобычи и т.д. Модели ценовой олигополии могут использоваться, когда фирмы в состоянии за небольшое время существенно изменить объем поставок на рынок, в том числе, при возможности, завоевать весь рынок. Примерами могут служить розничная торговля, большинство рынков услуг, некоторые рынки потребительских товаров. Однако даже в этом случае фирмы, желающие исключить ценовую войну между собой, могут выбрать объемы поставок, соответствующие равновесному уровню в модели количественной олигополии, предложенной в 1838 г.

Антуаном Курно[2]. Она формулируется следующим образом:

Пусть на рынке присутствует n олигополистов с объемами поставок продукции $q_1,\ldots,q_n$ и функциями издержек $TC_1(q_1),\ldots,TC_n(q_n)$. Отраслевой спрос задан некоторой функцией $Q = D(p) <=> p = D^{-1}(Q)$. Прибыль каждого I – олигополиста зависит от объемов поставок конкурентов q_{-i} и составляет

$$\pi_i(q_i,q_{-i}) = TR_i(q_i,q_{-i}) - TC_i(q_i) = pq_i - TC_i(q_i) = D^{-1}\left(q_i + \sum_{j=i} q_j\right)q_i - TC_i(q_i).$$

При максимизации прибыли каждый олигополист должен учитывать реакцию конкурентов. В частности, при понижении цены они будут сокращать, а при повышении – увеличивать поставки на рынок. Если олигополисты в состоянии спрогнозировать действия остальных участников рынка, т.е. построить их кривые реакции $q_i(q_1,\ldots,q_{i-1},q_{i+1},\ldots,q_n)$ (оптимальные отклики каждого на меняющиеся условия функционирования рынка), то они могут отыскать свой оптимальный объем поставок продукции. Однако равновесие в чистых стратегиях существует не всегда. Гарантировать существование, в частности, можно вогнутостью функции прибыли по выпуску, однако это

---

[2] Вурос А.Д., Розанова Н.М. Экономика отраслевых рынков. – М.: ТЕИС, 2000.; Авдашева С.Б., Розанова Н.М. Теория организации отраслевых рынков. – М.: Магистр, 1998.; Cournot A. Recherches sur les Principes Mathematiques de la Theorie des Richesses. – 1838.

предположение не выполняется даже при возрастающих предельных издержках, если функция спроса достаточно выпукла. Также существование равновесия Курно не всегда означает его единственность.

Для начала рассмотрим самую простую модель: дуополию (олигополию с двумя производителями) на рынке с линейным спросом

$$p = a - bQ,\ Q = \sum q_i \qquad 1.1$$

и издержками, пропорциональными объему производства,

$$TC_i(q_i) = c_i q_i. \qquad 1.2$$

Здесь величину *a* можно интерпретировать как максимальную цену – цену, при которой последний покупатель уходит с рынка. Коэффициент *b* показывает, насколько нужно снизить цену, чтобы увеличить продажи на единицу, а c_i характеризует предельные издержки (издержки производства дополнительной единицы продукции) i-фирмы.

$MC_i(q_i) = TC'_i(q_i) = c_i = \text{const}$.

При решении задачи на максимум прибыли каждый дуополист рассматривает объем поставок конкурента как заданный и при такой предпосылке принимает решение о собственном объеме поставок:

$$\pi_1 = TR_1(q_1, q_2) - TC_1(q_1) = (a - b(q_1 + q_2))q_1 - c_1 q_1 \to \max_{q_1},$$
$$\pi_2 = TR_2(q_1, q_2) - TC_2(q_2) = (a - b(q_1 + q_2))q_2 - c_2 q_2 \to \max_{q_2}.$$

Приравняв частные производные к нулю, получим кривые реакции

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = a - c_1 - bq_2 - 2bq_1 = 0, \quad q_1 = \frac{a - c_1}{2b} - \frac{q_2}{2}, \tag{1.3}$$
$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = a - c_2 - bq_1 - 2bq_2 = 0, \quad q_2 = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{q_1}{2}. \tag{1.4}$$

Равновесие в дуополии Курно (1), (2) определяется в результате решения системы линейных уравнений (3), (4) и имеет вид:

$$q_1 = \frac{a - 2c_1 + c_2}{3b}, \quad q_2 = \frac{a - 2c_2 + c_1}{3b}, \tag{1.5}$$

Данная точка является равновесной по Нэшу[3]: ни одному из олигополистов невыгодно в одностороннем порядке менять параметры равновесия.

В случае равных издержек производства формулы (1.5) упрощаются, принимая вид

$$q_1 = q_2 = \frac{a - c}{3b}. \tag{1.6}$$

В случае же, когда издержки одной из фирм (пусть,

[3] Равновесие Неша -это набор стратегий или действий, таких, что каждый игрок делает лучше из того, что он может, с учетом действий своего оппонента. В условиях равновесия Неша , вы делаете лучшее из того, что можете, учитывая то, что делает ваш соперник.

второй) уменьшаются, она завоевывает большую долю рынка. А если выполняются следующие равносильные неравенства:

$$\frac{a-c_2}{2b} > \frac{a-c_1}{b} \Leftrightarrow 2c_1 - c_2 > a \Leftrightarrow c_1 > \frac{a+c_2}{2}. \qquad 1.7$$

то первая, т.е. более дорогая, фирма добровольно уходит с рынка, а вторая поставляет продукцию в объеме $q_2 = (a - c_2)/2b$.

Отметим интересное свойство: если обе фирмы сохраняют свое присутствие на рынке (т.е. не выполняются неравенства (7)), то суммарный объем продаж продукции и цена равны соответственно:

$$Q = q_1 + q_2 = \frac{2}{3}\frac{a-\bar{c}}{b}, \quad p = a - bQ = \frac{1}{3}a + \frac{2}{3}\bar{c}, \quad \bar{c} = \frac{c_1 + c_2}{2}.$$

Это означает, что сложившаяся цена и продажи на рынке не изменяются, если сохраняется средняя для двух фирм себестоимость единицы продукции. Таким образом, если в одной фирме производство единицы продукции стало дороже на некоторую единицу, а в другой – дешевле на единицу, то единственное, что следует ожидать, – это увеличение доли рынка, принадлежащей фирме, понизившей издержки.

Рассмотрим также случай квадратичных издержек производства

$$TC_1(q_1)=d_1q_1^2+c_1q_1+f_1,\ TC_2(q_2)=d_2q_2^2+c_2q_2+f_2. \quad 1.8$$

Здесь f_1 и f_2 – постоянные издержки производителей, а коэффициенты d_1 и d_2 характеризуют скорость увеличения предельных издержек.

Каждая фирма максимизирует собственную прибыль

$$\pi_1=(a-bq_1-bq_2)q_1-d_1q_1^2-c_1q_1-f_1\to\max_{q_1},$$
$$\pi_2=(a-bq_1-bq_2)q_2-d_2q_2^2-c_2q_2-f_2\to\max_{q_2}.$$

Приравняв частные производные к нулю, получим:

$$a-2bq_1-bq_2-2d_1q_1-c_1=0,\ a-2bq_2-bq_1-2d_2q_2-c_2=0,$$

что эквивалентно следующей системе линейных уравнений:

$$q_1=\frac{a-c_1-bq_2}{2(b+d_1)},\quad q_2=\frac{a-c_2-bq_1}{2(b+d_2)}. \quad 1.9$$

Рассмотрим дуополию, состоящую из фирм с одинаковыми функциями переменных издержек (постоянные издержки, как видно из (1.9), роли не играют). Это соответствует случаю

$$TC_i(q_i)=dq^2+cq_i+f_i,\ d_1=d_2=d,\ c_1=c_2=c.$$

Используя соображения симметрии $q_1=q_2=q$, найдем решение системы (1.9)

$$q = \frac{a - c - bq}{2(b + d)}, \quad q = \frac{a - c}{3b + 2d}, \quad Q = 2q = \frac{2(a - c)}{3b + 2d}, \qquad 1.10$$

$$p = a - b\frac{2(a - c)}{3b + 2d} = \frac{ab + 2ad + 2bc}{3b + 2d} = \frac{1}{3}a + \frac{2}{3}c + \frac{4}{3}d\frac{a - c}{3b + 2d},$$

$$p = \frac{1}{3}a + \frac{2}{3}c + \frac{2}{3}dQ \qquad 1.113$$

Из (1.10) видно, что при увеличении квадратичной составляющей издержек объем поставок продукции падает, а цена увеличивается. В то же время коэффициент *d*, характеризующий скорость увеличения предельных издержек, тесно связан с коэффициентом *b*, отвечающим за наклон кривой спроса. Объем продаж на рынке остается неизменным, если одновременно с ростом на единицу квадратичной составляющей издержек на 2/3 единицы уменьшается наклон обратной функции спроса. При этом цена, несомненно, увеличивается. Из (1.11) следует, что повышение цены прямо пропорционально коэффициенту *d* и сложившемуся на рынке объему продаж.

Если на рынке с линейным спросом (1.1) действует *n* олигополистов, издержки которых снова пропорциональны объему производства (представимы в виде (1.2)), то функции прибыли имеют вид

$$\pi_i = TR_i(q_i, q_{-i}) - TC_i(q_i) = \left(a - b\left(q_i + \sum_{j \neq i} q_j\right)\right)q_i - c_i q_i \to \max_{q_i}, \quad i = 1, \ldots, n.$$

Построим кривые реакции:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = a - c_i - b\sum_{j \neq i} q_j - 2bq_i = 0, \quad q_i = \frac{a - c_i}{2b} - \frac{1}{2}\sum_{j \neq i} q_j. \qquad 1.12$$

Для нахождения оптимальных объемов поставок продукции на рынок необходимо решить систему из n линейных уравнений вида (1.12) относительно q_1, q_2,..., q_n. Решим данную систему методом Крамера.

Найдём главный определитель матрицы вида:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 1/2 & & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1 & 1/2 & \cdots & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1 & & 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ & \vdots & & \ddots & & \vdots & \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & & 1 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & \cdots & 1/2 & 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 & & 1/2 & 1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

Который равен:

$$\mathrm{Det}(A) = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & \cdots & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1 & & 1/2 & 1/2 \\ \vdots & & \ddots & \vdots & \\ 1/2 & 1/2 & & 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & \cdots & 1/2 & 1 \end{bmatrix} = 1 + \frac{n-1}{2^n} - \frac{n}{2^{n-1}}$$

Найдём общий вид вспомогательных определителей $\Delta x_1, \Delta x_2 \ldots \Delta x_n$:

$$\Delta x_i = \begin{bmatrix} 1 & \frac{a-c1}{2b} & \cdots & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{a-c2}{2b} & & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ & \vdots & \ddots & & \vdots \\ \frac{1}{2} & \frac{a-ci}{2b} & \cdots & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{a-cn}{2b} & & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{a-ci}{2b}\left(1 - \frac{1}{2^{n-1}}\right) + \sum_{i=j=1} \frac{a-cj}{2b}\left(\frac{1}{2^{n-1}} - 1/2^{n-2}\right)$$

Из этого следует, что оптимальный объем продукции ($q1,\ldots, qi -1, qi +1,\ldots, qn$) в условиях олигополии равен:

$$qi = \frac{\Delta x_i}{\det(A)} = \frac{\frac{(n+1)(a-ci)}{b} - \sum_{j=1} \frac{a-cj}{2b}}{n+1} \qquad (1.13)$$

Ниже приведём особенности некоторых равновесных решений Курно при линейных функциях спроса издержек:

1)В равновесии Курно суммарный объем можно представить в различных эквивалентных выражениях: в зависимости от суммы " совершенно конкурентных" объемов Q_{ci}; в зависимости от среднего значения предельных издержек фирм; а также как разность « совершенно конкурентного» объема любой из фирм и ее оптимального выпуска:

$$Q^{\circ} = \frac{1}{(n+1)} \sum_{j=1}^{n} Qcj = \frac{n}{b(n+1)}\left(a - \frac{\sum ci}{n}\right) = Qci - qi \quad \forall i \qquad (1.14)$$

2)В случае кусочно – линейных функций спроса в равновесии Курно (если оно существует) цена зависит от суммы предельных издержек конкурентоспособных фирм: [6]

$$P^{\circ} = \sum MCi \qquad (1.15)$$

Оценка оптимальных значений факторов производства (производственной функции Кобба – Дугласа) в дуополии рынка по модели Курно

(предложение автора)

Определение модели: Пусть на рынке действует дуополия с объемами поставок продукции q_1, q_2 такие что:

$$q_1 = X_1^{a_1} X_2^{a_2} X_3^{a_3} \ldots X_n^{a_n}$$

$$q_2 = X_1^{b_1} X_2^{b_2} X_3^{b_3} \ldots X_n^{b_n}$$

Где:

$X_1, X_2, X_3 \ldots X_n$ *факторы производства*

$a_1, a_2, a_3 \ldots a_n$ $b_1, b_2, b_3 \ldots b_n$ *- эластичность объема продукции по фактору производства*

(объем представлен в виде модели Кобба–Дугласа предполагается что для производства некоторого объема продукции для обеих фирм действуют одинаковые факторы производства, ниже приведём модель дуополии с различными факторами производства) и функциями издержек $TC_1(q_1) = TC_2(q_2)$, такие что

$TC_m = \sum PiXi$

Где: Pi – это есть цена на использование некоторого фактора;

Xi – это фактор производства.

Отраслевой спрос задан некоторой функцией $Q = D(p) <=> p = D^{-1}(Q)$. Спрос есть линейна функция.

Тогда максимальная выручка каждой фирмы, для каждого дуополиста достигнет тогда, когда они будут использовать факторы производства пропорционально критическим точкам следующего уравнения условного экстремума:

$F = (a - b(\Pi(X_i{}^{a_i}) + \Pi(X_i{}^{b_i})) * \Pi(X_i{}^{a_i}) + L(TC_i\text{-}$
$\sum PiXi) \rightarrow max;$ *(1.16)*

L – коэффициент Лагранжа;

F – функция условного экстремума.

Найдём частные производные для относительно $X_1, X_2, X_3 \ldots X_n$, (чтобы облегчить решение нахождения критических точек, мы заменили функцию ввида $q_1 = X_1{}^{\alpha_1} X_2{}^{\alpha_2} X_3{}^{\alpha_3} \ldots X_n{}^{\alpha_n}$ натуральным логарифмом функции $F^* = \sum ai * LN(Xi)$ *то есть перевели* $\Pi(X_i{}^{\alpha_i})$ на $\sum ai * LN(Xi)$.

Ниже получаем следующую систему;

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial F}{\partial X_1} = \dfrac{a * \alpha_1}{X_1} - \dfrac{b * 2\alpha_1}{X_1} - \dfrac{b * (\alpha_1 + b_1)}{X_1} - LP_1 = 0 \\
\dfrac{\partial F}{\partial X_2} = \dfrac{a * \alpha_2}{X_2} - \dfrac{b * 2\alpha_2}{X_2} - \dfrac{b * (\alpha_2 + b_2)}{X_2} - LP_2 = 0 \\
\dfrac{\partial F}{\partial X_3} = \dfrac{a * \alpha_3}{X_3} - \dfrac{b * 2\alpha_3}{X_3} - \dfrac{b * (\alpha_3 + b_3)}{X_3} - LP_3 = 0 \\
\vdots \\
\dfrac{\partial F}{\partial X_n} = \dfrac{a * \alpha_n}{X_n} - \dfrac{b * 2\alpha_n}{X_n} - \dfrac{b * (\alpha_n + b_n)}{X_n} - LP_n = 0 \\
\dfrac{\partial F}{\partial L} = TC1 - \sum PiXi = 0
\end{cases}
$$

Решая данную систему получаем следующее решение для $X_1, X_2, X_3 \dots X_n$;

$$X_i = \frac{TC1(a*\alpha_i - 2*b*\alpha_i - [\alpha_i + b_i]b)}{P_i(a\sum a_j - 2b\sum a_j - b(\sum a_j + \sum b_j)}$$

Где a_i,b_i=*есть эластичность факторов производства* q_i

$\sum a_j$ и $\sum b_j$ **есть сумма эластичностей факторов производства** $q1$ **и** $q2$.

Замечание : Мы предприняли функцию $q_1 = X_1^{\alpha_1} X_2^{\alpha_2} X_3^{\alpha_3} \dots X_n^{\alpha_n}$ как функцию $F^* = \sum ai * LN(Xi)$

по причине того что обе функции являются монотонно –возрастающими и дифференцируемыми .

1) В условиях равенства эластичностей для двух олигополистов (a_i = b_i), равновесием будет точка касания изокванты к изокосте. Заметим одну интересную особенность, при различных значениях эластичностей, наблюдается смещение обеих изоквант в левую сторону, относительно изокосты. И точкой равновесия будет точка пересечения, изокосты с изоквантой. Глубокое изучение поведения данной модели, является предметом дальнейших исследований.

1.2. Модель олигополии Штакельберга.

В модели дуополии Курно предполагалось, что фирмы обладают одинаковой рыночной силой и принимают решения одновременно. Теперь рассмотрим дуополию Штакельберга[4] – ситуацию, когда выбор объема производства осуществляется последовательно: «фирма-лидер» (пусть, для определенности, это будет первая фирма) понимает, что расширением своих поставок и, как следствие, снижением цены делает отрасль менее прибыльной и заставляет конкурента сокращать свой объем производства. Рационально действующий конкурент («фирма-последователь») максимизирует свою прибыль, действуя так же, как и

[4] Carlton D., Perloff J. Modern Industrial Organization. – Addison-Wesley, 2000.

раньше в условиях модели Курно. Исходя из этого дополнительного знания, лидер ищет оптимальный объем производства:

$$\pi_1(q_1, q_2(q_1)) \to \max_{q_1}, \qquad q_2(q_1) = \arg\max_{q_2} \pi_2(q_1, q_2).$$

В условиях (1), (2) последователь определяет поставки в соответствии с формулой (4). Тогда прибыль лидера запишется следующим образом:

$$\pi_1 = TR_1(q_1, q_2) - TC_1(q_1) = \left(a - b\left(q_1 + \left(\frac{a-c_2}{2b} - \frac{q_1}{2}\right)\right)\right) q_1 - c_1 q_1 \to \max_{q_1}.$$

Приравняв частную производную $\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1}$ к нулю, **найдем** оптимальный объем производства лидера

$$q_1 = \frac{a - 2c_1 + c_2}{2b}. \qquad 1.17$$

Объем производства последователя составит

$$q_2 = \frac{a-c_2}{2b} - \frac{q_1}{2} = \frac{a - 3c_2 + 2c_1}{4b}. \qquad 1.18$$

Суммарные продажи на рынке окажутся равными

$$Q = q_1 + q_2 = \frac{3a - 2c_1 - c_2}{4b} \qquad 1.19$$

а цена составит

$$p = a - bQ = \frac{a + 2c_1 + c_2}{4}. \qquad 1.20$$

В случае одинаковых издержек производства $c_1 = c_2 = c$, формулы (1.17)–(1.20) примут следующий вид:

$$q_1 = \frac{1}{2}\frac{a-c}{b}, \quad q_2 = \frac{1}{4}\frac{a-c}{b}, \quad Q = \frac{3}{4}\frac{a-c}{b} = \frac{3}{4}Q_{CK}, \quad p = \frac{1}{4}a + \frac{3}{4}c.$$

Видим, что в этом случае лидер поставляет на рынок вдвое больше продукции, чем последователь. Цены несколько снижаются, по сравнению с точкой Курно, однако прибыль лидера увеличивается до максимально возможного при отсутствии сговора уровня. Данная ситуация является равновесием Нэша в двухуровневой игре (никому из игроков невыгодно в одностороннем порядке менять параметры равновесия) и называется равновесием Штакельберга.

Заметим, что при различных издержках производства лидер может занимать даже меньшую, чем конкурент, долю рынка: $q_1<q_2$, если:

$$c_1 > \frac{1}{6}a + \frac{5}{6}c_2.$$

Более того, если $c_1 >(a + c_2)/2$ то он полностью уходит с рынка (как и в модели Курно). Однако для последователя подобная ситуация возникает еще раньше – при издержках, удовлетворяющих условию $c_2>(a+2c_1)/3$

Эта особенность, а также желание фирмы-последователя увеличить свои прибыли за счет конкурента может привести к соблазну начать играть роль лидера, расширяя поставки продукции до уровня

$$q_2 = \frac{a - 2c_2 + c_1}{2b}.$$

Рассмотрим, чем это грозит даже в случае дуополии. Суммарный объем продаж и цена составят соответственно

$$Q = q_1 + q_2 = \frac{a - 2c_1 + c_2}{2b} + \frac{a - 2c_2 + c_1}{2b} = \frac{2a - c_1 - c_2}{2b},$$

$$p = a - bQ = a - b\frac{2a - c_1 - c_2}{2b} = \frac{c_1 - c_2}{2}.$$

Таким образом, получаем, что хотя бы одна фирма-лидер должна поставлять продукцию в убыток, либо (при $c1 = c2 = c$) обе фирмы продают продукцию строго по издержкам.

Еще более неприятным может оказаться результат в случае олигополии с числом фирм n > 2. Пусть среди них первая является лидером, а остальные максимизируют свою прибыль в соответствии с моделью Курно:

$$q_i = \frac{a - c_i}{2b} - \frac{1}{2}\sum_{j \neq i} q_j, \; i = 2, \ldots, n. \qquad 1.21$$

В случае одинаковых для всех фирм издержек производства из соображений симметрии имеем q2 =q3 =…=qn = q*. Условие (1.21) перепишется как

$$q^* = \frac{a - c}{2b} - \frac{q_1 + (n - 2)q^*}{2}, \; q^* = \frac{a - c}{nb} - \frac{q_1}{n}.$$

В свою очередь, лидер, зная эти формулы, максимизирует свою прибыль:

$$\pi_1 = (a - b(q_1 + (n - 1)q^*))q_1 - cq_1 \to \max_{q_1}.$$

$$\pi_1 = \left(a - b\left(q_1 + \frac{n-1}{n}\left(\frac{a - c}{b} - q_1\right)\right)\right)q_1 - cq_1 \to \max_{q_1}.$$

Приравняв частную производную по q1 =0 , получим:

$$q_1 = \frac{a-c}{2b} = \frac{1}{2} Q_{CK} \quad 1.22$$

Это означает, что фирма-лидер, вне зависимости от числа конкурентов, ведет себя как монополист. Последователи делят между собой оставшуюся половину рынка:

$$q^* = \frac{a-c}{nb} - \frac{a-c}{2nb} = \frac{a-c}{2nb}.$$

Поскольку прибыли лидера существенно превышают прибыли последователей, велика вероятность того, что кто-то из последователей решит стать лидером. Однако если лидеров будет хотя бы двое, то объем привезенной ими продукции будет уже настолько велик, что цена упадет ниже себестоимости, и все фирмы будут терпеть убытки. Следовательно, такая ситуация не является устойчивой и называется неравновесием Штакельберга.

Борьба за лидерство

В то же время попытки стать лидером могут не ограничиваться простым установлением объема продаж (1.21): если конкуренты ведут себя аналогично, такие поставки продукции – далеко не лучший выбор. Однако при этом не нужно забывать (в этом и состоит позиция лидера), что увеличение собственных поставок сокращает поставки конкурентов. Для случая дуополии из (3), (4) следует что dq2/dq1 = dq1/dq2 = -1/2. Таким образом, если каждая из фирм считает себя лидером и максимизирует свои прибыли

$$\begin{cases} \pi_1 = (a - b(q_1 + q_2(q_1)))q_1 - cq_1 = aq_1 - cq_1 - bq_1^2 - bq_1q_2(q_1) \to \max\limits_{q_1}, \\ \pi_2 = (a - b(q_2 + q_1(q_2)))q_2 - cq_2 = aq_2 - cq_2 - bq_2^2 - bq_2q_1(q_2) \to \max\limits_{q_2}, \end{cases}$$

взятие частных производных приведет к системе линейных уравнений

$$\begin{cases} a - c - 2bq_1 - bq_2 + \frac{1}{2}bq_1 = 0, \\ a - c - 2bq_2 - bq_1 + \frac{1}{2}bq_2 = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q_1 = \frac{2}{3}\frac{a-c}{b} - \frac{2}{3}q_2. \\ q_2 = \frac{2}{3}\frac{a-c}{b} - \frac{2}{3}q_1. \end{cases}$$

Решив данную систему, получим

$$q_1 = q_2 = \frac{2}{5}\frac{a-b}{c}.$$

Суммарный объем поставок и цена на рынке будут соответственно равны

$$Q = \frac{4}{5}\frac{a-b}{c} = \frac{4}{5}Q_{CK}, \quad p = \frac{1}{5}a + \frac{4}{5}c.$$

Заметим, что, если обе фирмы начинают борьбу за лидерство, ситуация для каждой из них оказывается хуже, чем в равновесии Курно.

Можно представить графически (рис.1.1) все рассмотренные ситуации: совершенная конкуренция (СК), борьба за лидерство (Б), дуополия Штакельберга (Ш), дуополия Курно (К), монополия (М).

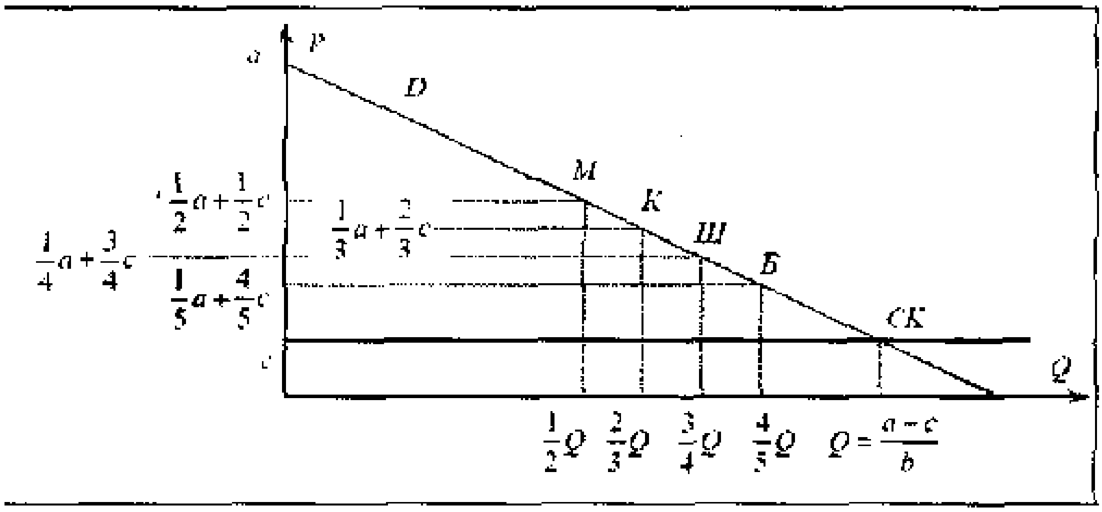

Рис 1.1. Ситуации равновесия в моделях количественной олигополии.

Рассмотрев общую модель Штакельберга, которая является количественной моделью без сговора, мы можем рассмотреть её применение для исследования других сложных моделей относящихся «Организации отраслевых рынок».

1.3 Моделирование стратегии Штакельберга в условиях линейной модели (линейного города) Хоттелинга.

Остановимся на простой модели такого рода, предложенной в конце 1920 – х гг. Х.Хотеллингом[5].

[5] Hotelling H. Stability in Competition // Ibid. – 1929. – V.39. – P.41–57.

Определение модели: «Предположим, что вдоль вытянутого по прямой пляжа протяженностью L, на расстоянии a и b от его левого и правого концов, расположены 2 лотка – A и B , с которых продают рожки с мороженым. Покупатели размещаются на расстоянии единицы длины друг от друга, и каждый покупает один рожок в течении заданного периода времени. Издержки производства мороженого равны нулю, а издержки его «транспортировки» покупателем от лотка до своего места под пляжным зонтом равны c на одну единицу пути (ведь мороженое по дороге тает!) ПустьP_A – цена одного рожка на лотке A, P_B – цена одного рожка на лотке B.

Тогда покупателю, находящемуся в точке E, безразлично, с какого из двух лотков покупать мороженое, если соблюдается следующее условие:

$$P_A+cx = P_B+cy$$

1.23

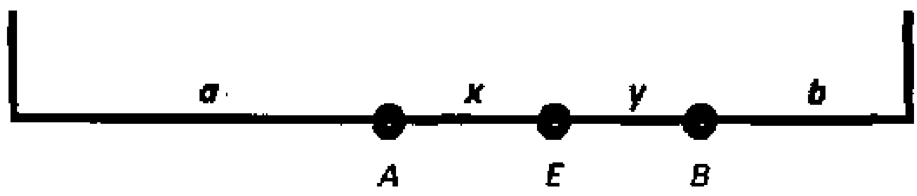

Рис 1.2. Модель линейного города « Хоттелинга»

Сделаем следующее обозначение по рисунку 2.

Пусть a+ x +y+b =L

Где L – протяженность пляжа.

Найдем координаты точки E, определив расстояния x и y:

$$X = \frac{P_b - P_a + cy}{c} = \frac{P_b - P_a}{c} + L - a - b - x \qquad 1.24$$

или

$$X = \frac{1}{2} * \left(L - a - b + \frac{P_b - P_a}{c}\right)$$

$$Y = \frac{1}{2} * \left(L - a - b + \frac{P_a - P_b}{c}\right)$$

Запишем выражения для прибыли каждого из лотков (т.е. каждой из фирм):

$$\Pi_a = P_a(a + x) = \frac{1}{2} * \left((L - a - b)P_a + \frac{P_a P_b - P^2{}_a}{c}\right)$$

$$\Pi_b = P_b(b + y) = \frac{1}{2} * \left((L - a + b)P_b + \frac{P_a P_b - P^2{}_b}{c}\right)$$

Каждая из фирм будет выбирать цену, максимизирующую ее прибыль, исходя из необходимого условия максимизации прибыли:

$$\frac{\partial \Pi_a}{\partial P_a} = \frac{1}{2} * \left((L - a - b) + \frac{P_b - 2 * P_a}{c}\right) = 0$$

$$\frac{\partial \Pi_b}{\partial P_b} = \frac{1}{2} * \left((L - a - b) + \frac{P_a - 2 * P_b}{c}\right) = 0$$

Решая уравнения совместно, находим что:

$$P_a = c(L + \frac{a-b}{3})$$

$$P_b = c(L - \frac{a-b}{3})$$

Если лотки (фирмы) удалены на разное расстояние от концов пляжа, то цены эти будут отличаться друг от друга, причем различия в ценах, ввиду идентичности и равенства нулю предельных издержек производства, объясняются исключительно разницей местоположения: та фирма, которая лучше расположена, может потребовать более высокую цену за продукт, сохраняя при этом за собой и более крупную долю рынка, т.е, не уступая сколько–нибудь значительной рыночной доли другой фирме.

Заметим, что данная модель, не ведет за собой стратегическое поведение двух фирм. Ниже мы рассмотрим более глубокий анализ линейной модели в условиях модели Штакельберга.

Модель линейного города с экзогенной конкуренцией по Штакельбергу.

Определение: *«Пусть выполняются следующие предположения»*

1. Рынок представляет собой единичный отрезок [0,

,

1] с равномерным распределением потребителей.

2. Фирма–лидер (фирма 1) расположена в точке x_1, а фирма- последователь (фирма 2) – в точке x_2, причем фирма 1 расположена
«левее» фирмы 2, то есть:

$$x_1 \leq x_2$$
1.25

3. Функция транспортных издержек линейна по x, то есть транспортные издержки по доставке единицы товара от местоположения фирмы k в точку x определяется так
$t|x$
$- x_k|$
Где: t –транспортные издержки на перевозку единицы продукции

4. Кооперативное поведение фирм отсутствует;
5. В первом раунде фирмы выбирают местоположение, во втором раунде – количество предлагаемой продукции.
6. Фирма 1 является лидером в обоих раундах и предвидит реакцию фирмы 2, которая является последователем.
7. Издержки по производству обеих фирм равны нулю.
8. Фирмы сами оплачивают транспортные расходы по доставке товаров потребителю.
9. Каждая точка рынка представляет собой отдельный

субрынок, на котором может установиться цена, отличная от цены на других субрынках, то есть может существовать ценовая дискриминация по местоположению.

Пусть функция спроса в точке x определяется как
$P = 1 - Q$
Где P – цена, Q – количество товара. Пусть
$Q = q_1 + q_2$
*Где q_1 и q_2 – количества товара, **поставляемого** фирмами 1 и 2 соответственно.*

Начнём с рассмотрения второго раунда:

Определим прибыль **фирмы – последователя в точке** x:

$$\Pi_2(x_1, x_2, q_1, q_2) = q_2(1 - q_1 - q_2) - q_2 t|x - x_2| = -q_2 t|x - x_2| - {q_2}^2 + (-q_1 + 1)q_2 \quad 1.27$$

Определим прибыль **фирмы – лидера** в точке x:

$$\Pi_1(x_1, x_2, q_1, q_2) = q_1(1 - q_1 - q_2) - q_1 t|x - x_1| = -q_1 t|x - x_1| - {q_1}^2 + (-q_1 + 1)q_1 \quad 1.28$$

Найдем функцию реакции по количеству фирмы – последователя во втором раунде. Для этого производную **функции** $\Pi_2(x_1, x_2, q_1, q_2)$ по q_2

приравняем к нулю:

$$\partial\pi_2(x_1, x_2, q_1, q_2)/\partial q_2 = -t\,|x_2 - x| - 2\,q_2 - q_1 + 1 = 0. \qquad 1.29$$

Решая данное уравнение, получаем функцию реакции по количеству фирмы 2 $q_2(q_1)$:

$$q_2(q_1) = -\frac{t\,|x_2 - x| + q_1 - 1}{2}. \qquad 1.30$$

Подставив функцию реакции фирмы – последователя (вышеуказанное уравнение) в функцию прибыли фирмы лидера:

$$\begin{aligned}\pi_1(x_1, x_2, q_1, q_2) = \\ = (-q_1)\,t\,|x_1 - x| - q_1\,\frac{-(t\,|x_2 - x| + q_1 - 1)}{2} - q_1^2 + q_1 = \\ = \frac{q_1\,t\,|x_2 - x| - 2\,q_1\,t\,|x_1 - x| - q_1^2 + q_1}{2}.\end{aligned} \qquad 1.31$$

Для нахождения равновесного количества товара, предлагаемого фирмами в точке x, вычислим производную представленной выше функции по q_1:

$$\partial\pi_1(x_1, x_2, q_1, q_2)/\partial q_1 = \frac{t\,|x_2 - x| - 2\,t\,|x_1 - x| - 2\,q_1 + 1}{2}. \qquad 1.32$$

Приравнивая к нулю и решая получившееся уравнение, получаем равновесное количество товара, поставляемое фирмой – лидером в точке x;

$$q_1^*(x,x_1x_2) = \frac{t\,|x_2-x| - 2t\,|x_1-x| + 1}{2}. \qquad 1.33$$

Подставляя в функцию $q_2(q_1)$ вышеуказанное уравнение, находим равновесное количество товара, поставляемое в точке x фирмой – последователем $q_2^*(x, x_1, x_2)$:

$$q_2^*(x,x_1,x_2) = \frac{-\frac{t|x_2-x|-2t|x_1-x|+1}{2} - t\,|x_2-x| + 1}{2} =$$

$$= -\frac{3t\,|x_2-x| - 2t\,|x_1-x| - 1}{4}. \qquad 1.34$$

Используя $P = 1 - Q$ и $Q = q_1+q_2$, найдем равновесную цену $p^*(x, x_1, x_2)$ в точке x:

$$p^*(x,x_1,x_2) =$$

$$= -\frac{t\,|x_2-x| - 2t\,|x_1-x| + 1}{2} - \frac{-3t\,|x_2-x| + 2t\,|x_1-x| + 1}{4} + 1 =$$

$$= \frac{t\,|x_2-x| + 2t\,|x_1-x| + 1}{4}, \qquad 1.35$$

Подставляя в $\Pi_2(x_1,x_2,q_1,q_2)$ и $\Pi_1(x_1,x_2,q_1,q_2)$ равновесные значения $q_1^*(x, x_1, x_2)$ и $q_2^*(x, x_1, x_2)$, найдем равновесную прибыль фирмы 1 π_1^* и равновесную прибыль π_2^* фирмы 2 в точке x.

$$\pi_2^*(x, x_1, x_2) = \\ = \frac{1}{16}\Big(9t^2|x_2 - x|^2 + \left(-12t^2|x_1 - x| - 6t\right)|x_2 - x| + \\ + 4t^2|x_1 - x|^2 + 4t|x_1 - x| + 1\Big). \quad 1.36$$

$$\pi_1^*(x, x_1, x_2) = \\ = \frac{1}{8}\Big(t^2|x_2 - x|^2 + \left(-4t^2|x_1 - x| + 2t\right)|x_2 - x| + \\ + 4t^2|x_1 - x|^2 - 4t|x_1 - x| + 1\Big). \quad 1.37$$

Первый раунд:

Найдем интегральную функцию прибыли фирмы – последователя $\Pi_2(x_1, x_2)$. Под интегральной функцией будем понимать функцию, описывающую рынок в целом, а не одну точку на рынке.

$$\Pi_2(x_1, x_2) = \int_0^1 \pi_2^*(x, x_1, x_2)dx = \\ = \frac{1}{16}\int_0^1 \Big(\left(-12t^2|x_1 - x| - 6t\right)|x_2 - x| + 9t^2(x_2 - x)^2 + \\ + 4t|x_1 - x| + 4t^2(x_1 - x)^2 + 1\Big)dx. \quad 1.38$$

Учитывая ограничения на взаимное расположение фирм, выражение интегральной функции показанной выше, можно вычислить следующим образом:

$$\Pi_2(x_1,x_2)=\int_0^1 \pi_2^*(x,x_1,x_2)dx=$$
$$=\int_0^{x_1}\pi_2^*(x,x_1,x_2)dx+\int_{x_1}^{x_2}\pi_2^*(x,x_1,x_2)dx+$$
$$+\int_{x_2}^{1}\pi_2^*(x,x_1,x_2)dx= \qquad 1.39$$
$$=-\frac{1}{48}\Big(12t^2x_2^3+\left(-36t^2x_1-27t^2+18t\right)x_2^2+$$
$$+\left(36t^2x_1^2+36t^2x_1+9t^2-18t\right)x_2+$$
$$-12t^2x_1^3+\left(-12t^2-12t\right)x_1^2+\left(12t-6t^2\right)x_1-t^2+$$
$$+3t-3\Big).$$

Построим функцию реакции по местоположению фирмы – последователя $x_2(x_1)$. Найдем значение x_2, максимизирующее функцию реакции фирмы – последователя. Найдем производную $\Pi_2(x_1, x_2)$:

$$\partial\Pi_2(x_1,x_2)/\partial x_2=$$
$$=-\frac{1}{16}\Big(12t^2x_2^2+\left(-24t^2x_1-18t^2-12t\right)x_2+ \qquad 1.40$$
$$+12t^2x_1^2+12t^2x_1+3t^2-6t\Big).$$

Приравнивая уравнение к нулю и решая получившиеся уравнения, получаем:

$$x_2(x_1)=-\frac{\sqrt{(8t^2-16t)x_1+5t^2-4t+4}-4tx_1-3t+2}{4t} \qquad 1.41$$

и

$$x_2(x_1) = \frac{\sqrt{(8t^2 - 16t)\,x_1 + 5t^2 - 4t + 4} + 4t\,x_1 + 3t - 2}{4t}. \qquad 1.42$$

Найдем интегральную функцию прибыли фирмы – лидера $\Pi_1(x_1, x_2)$.

$$\begin{aligned} \Pi_1(x_1, x_2) &= \int_0^1 \pi_1^*(x, x_1, x_2)dx = \\ &= \frac{1}{8}\int_0^1 \Big(\big(2t - 4t^2\,(x - x_1)\big)\,|x_2 - x| + t^2\,(x_2 - x)^2 + \\ &\qquad - 4t\,(x - x_1) + 4t^2\,(x - x_1)^2 + 1\Big)dx. \end{aligned} \qquad 1.43$$

Запишем интегральную функцию как сумму :

$$\begin{aligned} \Pi_1(x_1, x_2) &= \int_0^1 \pi_1^*(x, x_1, x_2)dx = \\ &= \int_0^{x_1} \pi_1^*(x, x_1, x_2)dx + \int_{x_1}^{x_2} \pi_1^*(x, x_1, x_2)dx + \\ &\qquad + \int_{x_2}^1 \pi_1^*(x, x_1, x_2)dx. \end{aligned} \qquad 1.44$$

Тогда:

$$\begin{aligned} \Pi_1(x_1, x_2) &= \\ &= -\frac{1}{24}\Big(4t^2 x_2{}^3 + (-12t^2 x_1 - 3t^2 - 6t)\,x_2{}^2 + \\ &\qquad + \big(12t^2 x_1{}^2 + 12t^2 x_1 - 3t^2 + 6t\big)\,x_2 + \\ &- 4t^2 x_1{}^3 + \big(12t - 12t^2\big)\,x_1{}^2 + \big(6t^2 - 12t\big)\,x_1 - t^2 + 3t - 3\Big). \end{aligned} \qquad 1.45$$

Подставив функции реакции фирмы –

последователя по местоположению X_2(X1) в интегральную функцию прибыли фирмы – лидера (указанного выше).

При подстановке Первого X_2(X1) получаем:

$$\begin{aligned}\Pi_1(x_1) &= \\ &= \frac{1}{192\,t}\Big(\left(24\,t^3-48\,t^2\right)\,{x_1}^2+ \\ &+\sqrt{\left(8\,t^2-16\,t\right)\,x_1+5\,t^2-4\,t+4}\times \\ &\times\left(\left(16\,t^2-32\,t\right)\,x_1+t^2-20\,t+20\right)+ \\ &+\left(-84\,t^3+240\,t^2-144\,t\right)\,x_1+11\,t^3+6\,t^2-36\,t+40\Big).\end{aligned} \qquad 1.46$$

При подстановке Второго X2(X1) получаем:

$$\begin{aligned}\Pi_1(x_1) &= \\ &= -\frac{1}{192\,t}\Big(\left(48\,t^2-24\,t^3\right)\,{x_1}^2+ \\ &+\sqrt{\left(8\,t^2-16\,t\right)\,x_1+5\,t^2-4\,t+4}\times \\ &\times\left(\left(16\,t^2-32\,t\right)\,x_1+t^2-20\,t-20\right)+ \\ &+\left(84\,t^3-240\,t^2-144\,t\right)\,x_1-11\,t^3-6\,t^2+36\,t-40\Big).\end{aligned} \qquad 1.47$$

Получив уравнения прибыли, мы следом можем приступать к анализу экстремумов каждого из них:

Первый вариант: Функция

$$\begin{aligned}\Pi_1(x_1) &= \\ &= \frac{1}{192\,t}\Big(\left(24\,t^3-48\,t^2\right)\,{x_1}^2+ \\ &+\sqrt{\left(8\,t^2-16\,t\right)\,x_1+5\,t^2-4\,t+4}\times \\ &\times\left(\left(16\,t^2-32\,t\right)\,x_1+t^2-20\,t+20\right)+ \\ &+\left(-84\,t^3+240\,t^2-144\,t\right)\,x_1+11\,t^3+6\,t^2-36\,t+40\Big).\end{aligned} \qquad 1.48$$

Достигает экстремума в точке

$$x_1 =$$

$$= \frac{(7t-6)\sqrt{(8t^2-16t)\,x_1+5t^2-4t+4}-7t^2+12t-12}{4t\sqrt{(8t^2-16t)\,x_1+5t^2-4t+4}+16t^2-32t}. \qquad 1.49$$

Сделаем замену переменной в x_1 показанной выше:

$$w = \sqrt{(8t^2-16t)x_1+5t^2-4t+4}\quad w>0. \qquad 1.50$$

Тогда:

$$x_1 = \frac{w^2-5t^2+4t-4}{8t^2-16t}. \qquad 1.51$$

Подставив (1.51) в (1.49) и решим это уравнение относительно ω, получаем:

$$w = -\frac{\sqrt{41t^2-140t+132}+7t-10}{2}, \qquad 1.52$$

$$w = \frac{\sqrt{41t^2-140t+132}-7t+10}{2}$$

1.53

и

$$w = 3t-2.$$

1.54

В (1.51) поставим (1.52), (1.53) и (1.54).Получим:

$$x_1 = \frac{(7t-10)\sqrt{41t^2-140t+132}+35t^2-132t+108}{16t^2-32t},$$

$$x_1 = -\frac{(7t-10)\sqrt{41t^2-140t+132}-35t^2+132t-108}{16t^2-32t}$$

и

$$x_1 = \frac{1}{2}.$$

Найдём по вышеуказанным тремя корням X1 значения X2. Для этого подставим эти корни в уравнение:

$$x_2(x_1) = -\frac{\sqrt{(8t^2 - 16t)\,x_1 + 5t^2 - 4t + 4} - 4t\,x_1 - 3t + 2}{4t}$$

Ниже получаем следующие корни:

$$x_2 =$$
$$= -\frac{1}{2^{\frac{9}{2}} t^2 - 2^{\frac{11}{2}} t} \times$$
$$\times \left((4t - 8)\sqrt{(7t - 10)\sqrt{41t^2 - 140t + 132} + 45t^2 - 140t + 116 +}\right.$$
$$+ \left(5\,2^{\frac{3}{2}} - 7\sqrt{2}t\right)\sqrt{41t^2 - 140t + 132} - 47\sqrt{2}t^2 +$$
$$\left. - 41\,2^{\frac{5}{2}} t - 31\,2^{\frac{3}{2}}\right). \quad 1.55$$

$$x_2 =$$
$$= -\frac{1}{2^{\frac{9}{2}} t^2 - 2^{\frac{11}{2}} t} \times$$
$$\times \left((4t - 8)\sqrt{(10 - 7t)\sqrt{41t^2 - 140t - 132} + 45t^2 - 140t + 116 +}\right.$$
$$+ \left(7\sqrt{2}t - 5\,2^{\frac{3}{2}}\right)\sqrt{41t^2 - 140t + 132} - 47\sqrt{2}t^2 +$$
$$\left. + 41\,2^{\frac{5}{2}} t - 31\,2^{\frac{3}{2}}\right) \quad 1.56$$

и

$$x_2 = \frac{1}{2}. \quad 1.57$$

Второй вариант:

Функция:

$$\Pi_1(x_1) =$$

$$= -\frac{1}{192\,t}\Big(\left(48\,t^2 - 24\,t^3\right) x_1{}^2 +$$
$$+ \sqrt{\left(8\,t^2 - 16\,t\right) x_1 + 5\,t^2 - 4\,t + 4} \times$$
$$\times \left(\left(16\,t^2 - 32\,t\right) x_1 + t^2 - 20\,t + 20\right) +$$
$$+ \left(84\,t^3 - 240\,t^2 + 144\,t\right) x_1 - 11\,t^3 - 6\,t^2 + 36\,t - 40\Big).$$

Достигает экстремума в точке

$$x_1 =$$
$$= \frac{(7\,t - 6)\,\sqrt{\left(8\,t^2 - 16\,t\right) x_1 + 5\,t^2 - 4\,t + 4} + 7\,t^2 - 12\,t + 12}{4\,t\,\sqrt{\left(8\,t^2 - 16\,t\right) x_1 + 5\,t^2 - 4\,t + 4} - 16\,t^2 + 32\,t}.$$

Аналогичной заменой переменной получаем

$$x_1 = -\frac{(7\,t - 10)\,\sqrt{41\,t^2 - 140\,t + 132} - 35\,t^2 + 132\,t - 108}{16\,t^2 - 32\,t},$$

$$x_1 = \frac{(7\,t - 10)\,\sqrt{41\,t^2 - 140\,t + 132} - 35\,t^2 - 132\,t + 108}{16\,t^2 - 32\,t}$$

и

$$x_1 = \frac{1}{2}.$$

Найдём по вышеуказанным тремя корням X1 значения X2.

$$x_2 = -\frac{1}{16t^2 - 32t} \times$$
$$\times \Big((1-2t)\left|\sqrt{41t^2 - 140t + 132} - 7t + 10\right| +$$
$$+ (7t - 10)\sqrt{41t^2 - 140t + 132} - 47t^2 + 164t - 124\Big),$$

$$x_2 = \frac{1}{16t^2 - 32t} \times$$
$$\times \Big((2t-4)\left|\sqrt{41t^2 - 140t + 132} + 7t - 10\right| +$$
$$+ (7t - 10)\sqrt{41t^2 - 140t + 132} + 47t^2 - 164t + 124\Big)$$

и

$$x_2 = \frac{|3t - 2| + 5t - 2}{4t}.$$

Итак, мы имеем шесть возможных вариантов равновесного расположения. Дополнительно к этим шести следует проверить варианты с расположением фирмы – лидера в точках 1 и 0. Местоположение фирмы – последователя определяется в этом случае из функции реакции фирмы – последователя Приравнивая уравнение к нулю и решая получившиеся уравнения, получаем:

$$x_2(x_1) = -\frac{\sqrt{(8t^2 - 16t)\,x_1 + 5t^2 - 4t + 4} - 4t\,x_1 - 3t + 2}{4t}$$

или

$$x_2(x_1) = \frac{\sqrt{(8t^2 - 16t)\,x_1 + 5t^2 - 4t + 4} + 4t\,x_1 + 3t - 2}{4t}.$$

При X1 =0

$$x_2 = \frac{-\sqrt{5t^2 - 4t + 4} + 3t - 2}{4t}$$

Или

$$x_2 = \frac{\sqrt{5t^2 - 4t + 4} + 3t - 2}{4t}.$$

При X1 = 1; X2 =1.

Теперь приступим к самому интересному: найдем какие из равновесных значений удовлетворяют условиям модели. Эти значения должны максимизировать интегральные функции прибыли, а также удовлетворять условиям $0 \leq X1 \leq X2 \leq 1$. Учитывая , что фирма – лидер предвидит действия последователя на обоих этапах , будем считать , что фирма – лидер выбирает из возможных равновесных расположений, то, которое максимизирует ее прибыль.

В таблице 1 показанной ниже приведены только «разрешенные» расположения фирм, при которых функция прибыли фирмы – лидера максимальна, но при этом весь рынок обслуживается. В данной таблице мы взяли транспортный тариф от 0,1 – 0,6.

Таблица 1.1

Приближённые параметры равновесного размещения:

t	X1*	X2*	П1*	П2*	Равновесие Штакельберга
0,1	0,5	0,5	0,119	0,059	(2,40);(2,43)
0,2	0,5	0,5	0,113	0,056	(2,40);(2,43)
0,3	0,5	0,5	0,107	0,054	(2,40);(2,43)
0,4	0,451	0,541	0,102	0,051	(2,39);(2,42)
0,5	0,375	0,625	0,098	0,052	(2,39); (2.42)
0.6	0.338	0.697	0.099	0.055	(2.39);(2.42)

Сделаем вывод по проделанной нами работе:

Равновесие Нэша–Штакельберга фирм зависит от транспортных издержек. При низких значениях транспортных издержек, фирмы недифференцированны, при более высоких транспортных издержках фирмы дифференцируются. Следовательно, в модели Хотеллинга уровень дифференциации фирм зависит от транспортного тарифа.

1.4 Модель Чемберлина[6]. Анализ прибыли количественных моделей без сговора.

Для более подробного понимания количественных моделей без сговора, мы решили рассмотреть каждую из моделей рассмотрев при этом схожие предпосылки каждой из них:

Рыночный спрос описывается линейной функцией:

$$p = a - bQ \;, \qquad 1.58$$

где p – цена продукта; *a* – верхняя граница цены; a/b – потенциальный спрос; Q – реальный спрос.

При равновесии спрос Q равен совокупному предложению участников:

$$Q = q_1 + q_2 \;, \qquad 1.59$$

где: q_1 q_2 – объем выпуска (объем продаж в натуральном выражении) первого и второго участников.

Участники имеют линейные функции издержек:

$$Z_i = v_i \cdot q_i + C_i \;;\; i = 1,2 \;. \qquad 1.60$$

где: Z_i – полные издержки, v_i – предельные издержки; C_i – постоянные издержки.

Первый участник является лидером по издержкам:

---

[6] Chamberlin E. The Theory of Monopolistic Competition. – Harvard University Press, 1933.

$v_1 < v_2 < a$; $C_1 < C_2$.

Выручка (доход от реализации продукции) участников составляет:

$$R_i = p \cdot q_i = \left(a - b \cdot q_1 - b \cdot q_2\right) \cdot q_i;\ i = 1,2. \qquad 1.60$$

Прибыли участников определяются как разности между выручкой и издержками:

$$\pi_1 = \left(a - v_1 - b \cdot q_1 - b \cdot q_2\right) \cdot q_1 - C_1;$$

$$\pi_2 = \left(a - v_2 - b \cdot q_1 - b \cdot q_2\right) \cdot q_2 - C_2.$$

Необходимые условия максимума прибыли участников:

$$\frac{d\pi_1}{dq_1} = a - v_1 - 2b \cdot q_1 - b \cdot q_2 - b \cdot q_1 \cdot \frac{dq_2}{dq_1} = 0;$$

$$\frac{d\pi_2}{dq_2} = a - v_2 - 2b \cdot q_2 - b \cdot q_1 - b \cdot q_2 \cdot \frac{dq_1}{dq_2} = 0.$$

$\frac{dq_1}{dq_2} = const$, $\frac{dq_2}{dq_1} = const$ — предполагаемые вариации.

В моделях приняты допущения:

$$\left|\frac{dq_2}{dq_1}\right| < 1;\ \left|\frac{dq_1}{dq_2}\right| < 1.$$

Достаточные условия максимума прибыли участников:

$$\frac{d^2\pi_1}{dq_1^2} = -2b \cdot \left(1 + \frac{dq_2}{dq_1}\right) < 0;\ \frac{d^2\pi_2}{dq_2^2} = -2b \cdot \left(1 + \frac{dq_1}{dq_2}\right) < 0.$$

Решение системы уравнений позволяет установить максимальные объемы выпуска, при которых прибыль участников максимальна.

Рассмотрим **Модель Чемберлина**:

Модель Чемберлина при неравных издержках участников целесообразно рассмотреть в двух вариантах.

В первом варианте первый участник начинает действовать как монополист, т. е максимизирует свою прибыль при условии:

$$q_2 = 0 .$$

Подставляя это условие в функцию прибыли первого участника, получаем следующее:

$$\pi_1 = (a - v_1 - b \cdot q_1) \cdot q_1 - C_1 .$$

Необходимое условие максимума прибыли:

$$\frac{d\pi_1}{dq_1} = a - v_1 - 2b \cdot q_1 = 0 .$$

Достаточное условие максимума прибыли:

$$\frac{d^2\pi_1}{dq_1^2} = -2b < 0 .$$

Из предпоследнего уравнения находим объем выпуска первого участника:

$$q_1 = \frac{a - v_1}{2b} .$$

Второй участник максимизирует свою прибыль с учетом действий первого участника. Подставляя полученное Q_1 в функцию прибыли второго участника, получаем выражения для определения прибыли второго участника:

$$\pi_2 = \left(\frac{a + v_1 - 2v_2}{2} - b \cdot q_2 \right) \cdot q_2 - C_2 .$$

Необходимое и достаточное условие максимума прибыли:

$$\frac{d\pi_2}{dq_2} = \frac{a + v_1 - 2v_2}{2} - 2b \cdot q_2 = 0 ,$$

$$\frac{d^2\pi_2}{dq_2^2} = -2b < 0 .$$

Из уравнения выше находим объем выпуска второго участника:

$$q_2 = \frac{a + v_1 - 2v_2}{4b} .$$

Первый участник снижает свой объем выпуска равный

$$q_1 = \frac{a - v_1}{2b} .$$

На величину объема выпуска конкурента Q2 для повышения равновесной рыночной цены:

$$q_1 = \frac{a - 3v_1 + 2v_2}{4b} .$$

Подставляя полученные Q1 и Q2 в уравнения прибыли (показанные в начале параграфа), устанавливаем выражения для вычисления прибыли участников в первом варианте:

$$\pi_1^{ч-1} = \frac{(a - v_1)\cdot(a - 3v_1 + 2v_2)}{8b} - C_1;$$

$$\pi_2^{ч-1} = \frac{(a + v_1 - 2v_2)^2}{8b} - C_2.$$

Во втором варианте второй участник начинает действовать как монополист, т.е. максимизирует свою прибыль при условии

$$q_1 = 0.$$

Несложно проверить, что условие равновесия достигается, как в предыдущем варианте. Только стратегии меняются местами. Из этого следует что:

$$\pi_1^{ч-2} = \frac{(a - 2v_1 - v_2)^2}{8b} - C_1;$$

$$\pi_2^{ч-2} = \frac{(a - v_2)\cdot(a + 2v_1 - 3v_2)}{8b} - C_2.$$

Сравнение прибыли трех количественных моделей без сговора:

Для сравнения прибыли, получаемой участниками в различных моделях, мы постарались в течении всей главы вывести равновесную прибыль для всех трех случаев.

Таблица 1.2

Равновесная прибыль для количественных моделей без сговора:

Название модели	**Курно**	**Штакельберга**	**Чемберлина (1,2)**
Прибыль первого участника	$\pi_1^K = \frac{(a - 2v_1 + v_2)^2}{9b} - C_1$;	$\pi_1^Ш = \frac{2(a - 3v_1 + 2v_2)^2}{25b} - C_1$;	Вывод показан сверху
Прибыль второго участника	$\pi_2^K = \frac{(a - v_1 - 2v_2)^2}{9b} - C_2$.	$\pi_2^Ш = \frac{2(a + 2v_1 - 3v_2)^2}{25b} - C_2$.	Вывод Показан сверху

Ниже преобразуем выражения для прибыли с помощью следующих относительных величин:

$$\delta_1 = \frac{a - v_1}{a};\ \delta_2 = \frac{a - v_2}{a}.$$

Заменяя значения в таблице на вышеуказанные переменные, получим следующие выражения для вычисления прибыли:

$$\pi_1^K = \frac{a^2}{b}\cdot\frac{(2\delta_1-\delta_2)^2}{9} - C_1;\ \pi_2^K = \frac{a^2}{b}\cdot\frac{(2\delta_2-\delta_1)^2}{9} - C_2;$$

$$\pi_1^{Ч-1} = \frac{a^2}{b}\cdot\frac{\delta_1\cdot(3\delta_1-2\delta_2)}{8} - C_1;\ \pi_2^{Ч-1} = \frac{a^2}{b}\cdot\frac{(2\delta_2-\delta_1)^2}{8} - C_2;$$

$$\pi_1^{Ч-2} = \frac{a^2}{b}\cdot\frac{(2\delta_1-\delta_2)^2}{8} - C_1;\ \pi_2^{Ч-2} = \frac{a^2}{b}\cdot\frac{\delta_2\cdot(3\delta_2-2\delta_1)}{8} - C_2;$$

$$\pi_1^{Ш} = \frac{a^2}{b}\cdot\frac{2(3\delta_1-2\delta_2)^2}{25} - C_1;\ \pi_2^{Ш} = \frac{a^2}{b}\cdot\frac{2(3\delta_2-2\delta_1)^2}{25} - C_2.$$

Сравнение выражений показало, что во всех моделях прибыль первого участника (лидера по издержкам) выше прибыли второго участника:

При условии:

$$\delta = \frac{\delta_2}{\delta_1} = \frac{a-v_2}{a-v_1} > 0.8$$

имеют место следующие неравенства:

$$\pi_1^{Ч-2} > \pi_1^{Ч-1} > \pi_1^K > \pi_1^{Ш};\ \pi_2^{Ч-1} > \pi_2^{Ч-2} > \pi_2^K > \pi_2^{Ш}.$$

Условие δ охватывает часто встречающиеся на практике случаи, когда предельные издержки не превышают 40 % верхней границы цены, а различие между участниками по предельным издержкам не превышает 50 %.

Из неравенства – прибыли следует, что для обоих участников наиболее привлекательной является модель Чемберлина. При этом каждому участнику выгодно занимать выжидательную позицию, т.е. для первого участника предпочтительным является второй вариант модели, а для второго – первый вариант. Модель Чемберлина, является моделью кооперативной, т.е. предполагает согласованные действия участников. Участники могут по взаимной договоренности реализовать один из вариантов модели. Во многих случаях различие между вариантами, по размеру прибыли, получаемой участниками, составляет 3 -5 %. Учитывая оценочный, прогнозный характер расчетов, можно считать оба варианта равноценными. В ситуациях, когда участники не обладают достаточной информацией о возможном поведении друг друга и не имеют возможности устранить эту неопределенность, им следует выбирать стратегии в соответствии с моделью Курно.

ГЛАВА 2. АНАЛИЗ ЦЕНОВЫХ МОДЕЛЕЙ ОЛИГОПОЛИИ БЕЗ СГОВОРА.

2.1. *Модель Бертрана. Выбор ценовой стратегии фирмы в условиях дифференцированной дуополии.*

В 1883 г . Бертран[7] предложил в качестве альтернативы дуополии Курно свою модель дуополии, сходную с моделью Курно, в отношении практически всех предпосылок (отсутствие сговора, однократность взаимодействия, однородность продукта, наличие неизменных и равных предельных издержек у фирм, закрытый вход), за исключением одной: в качестве стратегической переменной ,значение которой выбирает каждый из дуополистов Бертрана, считая соответствующий выбор соперника неизменным, выступает цена, а не объем выпуска. Ниже будет показано, каким образом изменение одной предпосылки приводит к кардинальному изменению равновесного исхода, параметры которого – при дуополии – становятся чисто конкурентными.

Убедимся в справедливости сказанного, воспользовавшись самым обычным графическим представлением линейной кривой спроса (заданной

---

[7] Bertrand J. Theorie Mathematique de la Richesse Sociale // Journal des savants. – 1883. – P.499–508.

прямой функцией спроса вида $Q = q1+q2 = a/b - 1/bP$) для отрасли, в которой действуют всего две фирмы, производящие однородный продукт с одинаковыми и неизменными предельными издержками (рис.2.1.).

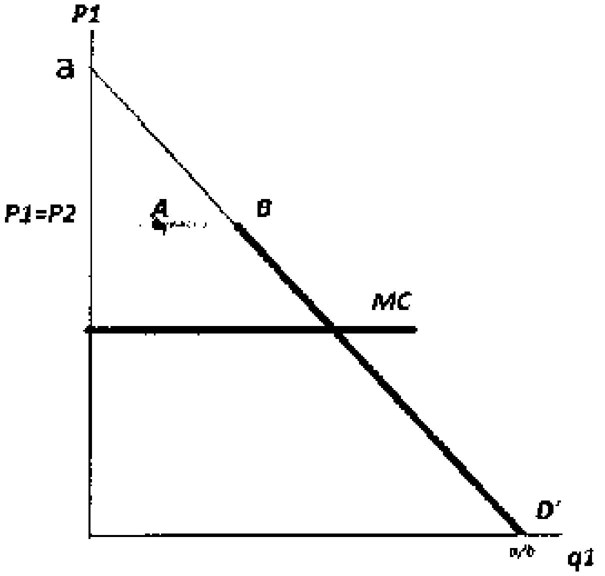

Рис.2.1. Кривая спроса дуополиста Бертрана

Очевидно, что при таких предпосылках спрос на продукцию каждой из фирм будет зависеть от соотношения устанавливаемых цен на продукт. Если цена, назначенная фирмой 1, превысит цену, назначенную фирмой 2, то никто не купит продукции фирмы 1. Если эта цена опустится до P2, то покупатели при полной однородности продукции двух фирм могут удовлетворить за счет продукции каждой из фирм половину своего спроса. Если же P1, хотя бы незначительно снизится по сравнению с P2, покупатели полностью переключаться на продукт фирмы 1 (при предположении – очень существенном для равновесного исхода в дуополии Бертрана – о том, что каждая из фирм способна, в силу наличия соответствующих производственных мощностей, при необходимости удовлетворить рыночный спрос в полном его объеме). Итак кривая спроса на продукт фирмы 1 может быть представлена следующим образом:

D1 (P1; P2) = 0 , если P1 > P2 (Отрезок aP2 на вышеуказанном рисунке)

D1(P1; P2) = D(P1)/2 , если P1 = P2 (Точка A на вышеуказанном рисунке)

D1(P1; P2) = D(P1), если P1 <P2 (отрезок BD' на вышеуказанном рисунке)

Аналогичным образом можно представить функцию спроса для фирмы 2. Поскольку каждой из фирм выгодно «подрезать» цену соперника в расчете на монопольный захват всего рынка (ведь, согласно предпосылке о независимости действий дуополистов, она рассчитывает при этом на неизменность объявленной соперником цены), модель Бертрана , по сути дела, представляет собой модель «ценовой войны» в дуополии, равновесный исход которой будет достигнут по снижении рыночной цены до уровня, ниже которого ее опустить нельзя. Таким уровнем цены является одинаковый для обеих фирм уровень предельных издержек (ведь при неизменности последних они равны средним издержкам)

Ниже приведем алгебраическую формализацию данной модели:

Представим функцию спроса на продукцию дуополиста Бертрана в виде

$D_i(P_i, P_j) = a_i - b_i P_i + dP_j$, *где* $i, j = 1,2$, *и* a_i, b_i **$d > 0$.**
2.1

Предельные издержки составляют c_i. Чтобы вывести функцию реакции для дуополиста Бертрана, запишем вначале уравнение его прибыли:

$$\Pi_i = (P_i - C_i)(a_i - b_i P_i + dP_j) = P_i a_i - C_i a_i - b_i P_i^2 + C_i b_i P_i + dP_j P_i - d C_i P_j \quad 2.2$$

Находим необходимое условие максимизации прибыли: 2.3

$$\frac{\partial \Pi i}{\partial Pi} = a_i - 2b_i P_i + C_i b_i + dP_j = 0$$

а из него – функцию реакции дуополиста Бертрана RF1 ; 2.4

$$Pi = \frac{ai + Ci * bi}{2bi} + \frac{d}{2bi} Pj = Ai + BiPj$$

Таким образом, мы получили линейные функции реакции дуополистов Бертрана, что соответствует нулевым предположительным вариациям в этой модели

$\frac{\partial Pi}{\partial Pj} = 0$. Они имеют положительный наклон и пересекаются в точке B^N с координатами (P_1^B; P_2^B), где $P_i^B = (A_i + A_jB_i)/(1\text{-}B_iB_j)$.

Ниже приводится графический анализ каждой из кривых.

Модель Бертрана можно представить графически и с помощью аппарата изопрофитных кривых и кривых реакции, которые теперь строятся в двух мерном пространстве (P_1; P_2), т.е. в осях назначаемых фирмами цен. Изопрофиты у дуополистов Бертрана оказываются не вогнутыми (как в дуополии Курно), а выпуклыми к соответствующим осям. Эта форма изопрофит отражает необходимость снижения цены каждым из дуополистов в ответ на снижение цены, предпринятое соперником, диктуемое стремлением дуополиста сохранить данный уровень прибыли. Так, при снижении фирмой 2 цены с P_2^1 до P_2^e фирме 1 придется понизить цену с P_2^a до P_2^e, чтобы по-прежнему получать прибыль $П_1^2$. Если же соперник продолжит снижение цены, фирма 1 станет получать более низкую прибыль $П_1^1$, отражаемую более низкой изопрофитой.

При такой форме изопрофитной кривой существует единственная цена, запрашиваемая фирмой 1, которая при заданной цене фирмы 2, максимизирует прибыль фирмы 1. Эта цена определяется точкой касания горизонтальной линии на уровне цены, заданной фирмой 2, и самой низкой точки наиболее высокой из достижимых при этом изопрофитных кривых фирмы 1. Указанные точки (е и ей подобные на рисунке 4) при переходе к более высоким изопрофитам смещаются вправо. Ведь, скажем, при повышении фирмой 2 цены фирма 1, хотя и повышает, в свою очередь, назначаемую ею цену, увеличивает свою прибыль за счет привлечения части покупателей фирмы 2. То же самое можно сказать и в отношении фирмы 2. То же самое можно сказать и в отношении фирмы 2. Кривые реакции фирм строятся путем соединения самых низких точек последовательно располагающихся изопрофитных кривых. Они представляют собой совокупность точек максимумов прибыли, получаемых каждой из фирм в случае назначения ее соответствующего (прибылемаксимизируещего) уровня цены при заданном уровне цены соперника. Эти кривые реакции восходящие, поскольку прибыли дуополистов растут по мере повышения цен.

Пересечение кривых реакции дает точку равновесия по Бертрану (точку B^N на рисунке 5.). Эта точка лежит на луче под 45^0, так как в равновесии фирмы установят одинаковую цену на уровне постоянных и равных друг другу предельных издержек (обеспечивающую им получение лишь нулевой прибыли). Равновесие по Бертрану – еще одна разновидность равновесия по Нэшу. Равновесие по Бертрану является устойчивым, если наклон кривой реакции для фирмы 1 круче наклона кривой реакции для фирмы 2. Если фирма 1 затребует цену P_1^1, которая ниже равновесной цены P_1^B, то фирма 2 затребует цену P_2^1 в соответствии со своей кривой реакции. Но тогда фирма 1 затребует цену P_1^2, на что фирма 2 ответит повышением цены до P_2^2, и взаимное повышение цен будет продолжаться до достижения точки равновесия B^N. В случае установления одной из фирм цены более высокой, чем равновесная, процесс пойдет аналогичным образом уже в сторону снижения цен до равновесного уровня. (Как мы уже знаем , именно это взаимное снижение цен до конкурентного уровня определяет реальный

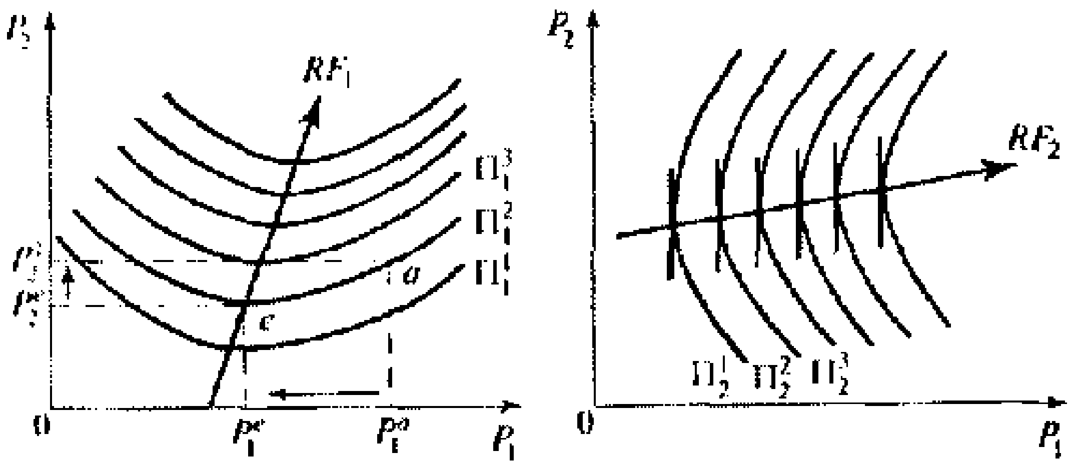

Рис.2.2. Семейства изопрофит и кривые реакции для дуополистов Бертрана.

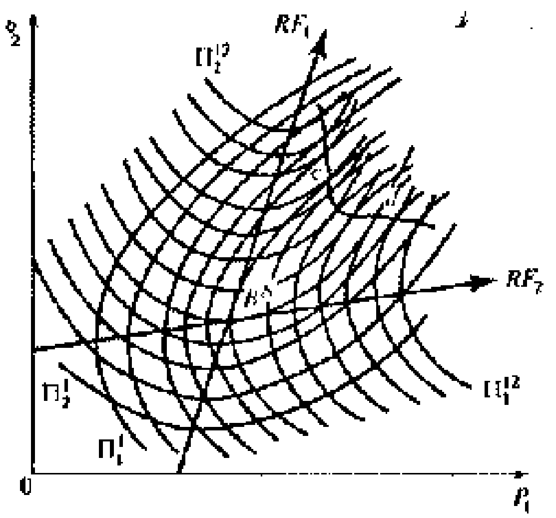

Рис.2.3. Равновесие в дуополии Бертрана.

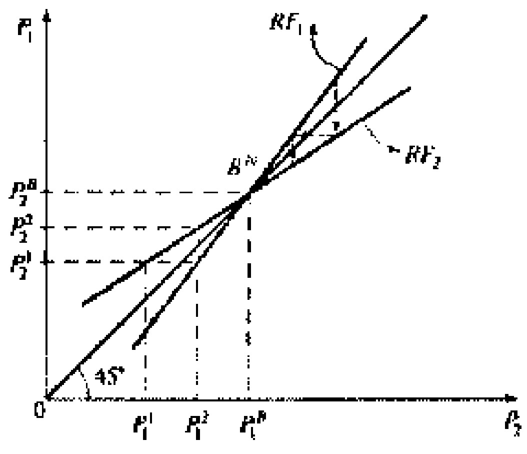

Рис.2.4. Стабильность в равновесии дуополии Бертрана.

процесс установления равновесия по Бертрану, ибо уровни цены ниже предельных издержек не могут иметь практического смысла – во всяком случае, для дуополистов, производящих однородную продукцию с постоянным и равными издержками).

Совершенно очевидно, что в Модели Бертрана прибыль отрасли в состоянии равновесия не максимизируется. Все точки, лежащие на участке cd контрактной кривой, соответсвует более высоким уровням прибыли – либо для одной фирмы, либо для обеих , и потому – более высокому уровню отраслевой прибыли.

Ниже рассмотрим более обширный пример применения данной модели в условиях дифференцированной дуополии.

Выбор ценовой стратегии фирмы в условиях дифференцированной дуополии.

Выше мы выяснили что моделью некооперированной ценовой дуополии является модель Бертрана. Дуополисты Бертрана принимают уровень цены конкурента как данный и при такой предпосылке выбирают свою ценовую стратегию. В варианте модели Бертрана для дифференцированной дуополии традиционно принимаются линейные функции спроса вида

$$q_i = \alpha_i - \beta_i\, p_1 - \gamma_i p_2 \text{ , I} = 1{,}2 \text{ ,} \qquad 2.5$$

Где q_i – объем выпуска i – го участника; p_1, p_2 – цены продукции первого и второго участников , $\alpha_i\ \beta_i \gamma_i$ – параметры модели

Функция вида недостаточно адекватно описывает спрос на потребительские товары. Эта функция содержит три параметра, оценка которых, по статистическим данным, весьма затруднительна. Кроме того, указанная функция вводится непосредственно, а как результат решения задачи оптимизации потребительского выбора.

Далее рассматривается модель Бертрана для дифференцированной дуополии с логарифмической функцией полезности. В данной работе предлагается следующий вариант этой функции:

$U(q_1, q_2) = \ln(q_1+1) + k*\ln(q_2+1)$ 2.6

Где $k > 0$ - коэффициент потребительской значимости второго продукта относительно первого продукта.

Логарифмическая функция полезности в виде (2.6) хорошо описывает поведение потребителей по отношению к основным видам товаров. Достоинством этой функции является также наличие только одного параметра k, подлежащего оценке на основе статистических данных.

Функция полезности (2.6) обладает следующими свойствами в соответствии с теорией потребительского выбора:

1) $U(0, 0) = 0$
2) $\frac{\partial U}{\partial q1} = \frac{1}{q1+1} > 0;$ $\frac{\partial U}{\partial q2} = \frac{1}{q2+1} > 0;$
3) Матрица Гесса отрицательна определена

$$H = \begin{pmatrix} -\frac{1}{(q1+1)^2} & 1 \\ 1 & -\frac{1}{(q2+1)^2} \end{pmatrix}$$

Функция спроса определяются в результате решения задачи оптимизации потребительского выбора, которая заключается в максимизации функции полезности при данном доходе потребителя:

U (q1; q2) →max; p1q1 + p2q2 = M 2.7

Где M – доход потребителя.

Функция Лагранжа для задачи (3) имеет вид:

L(q1, q2, t) = ln(q1+1) + k*ln(q1+1) + t(M – p1q1-p2q2) 2.8

Необходимое условия максимума функции Лагранжа, которые являются также и достаточными в силу отрицательной определенности матрицы Гесса и функции полезности, образуют следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial L}{\partial q1} = \frac{1}{q1+1} - tp1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial q2} = \frac{1}{q2+1} - tp2 = 0 \qquad 2.9$$

$$\frac{\partial L}{\partial t} = M - \mathrm{p1q1} - \mathrm{p2q2} = 0$$

Решение задачи (3) и системы (5) являются следующие функции спроса:

$$Q1(p1;\ p2) = \frac{M}{k+1} * \frac{1}{p1} + \frac{1}{k+1} * \frac{p2}{p1} - \frac{k}{k+1}$$

2.10

$$Q2(p1;\ p2) = \frac{kM}{k+1} * \frac{1}{p2} + \frac{k}{k+1} * \frac{p1}{p2} - \frac{1}{k+1}$$

2.11

Участники имеют линейные функции издержек:

$Zi = vi*qi+Ci, \quad i = 1,2,$

2.12

Где Zi – полные издержки; vi – предельные издержки; Ci – постоянные издержки.

Выручка (доход от реализации продукции) участников составляет:

$Ri = PiQi$, i = 1,2, 2.13

Прибыль участников определяется как разность между выручкой и издержками:

$Пi = Ri – Zi$; i =1,2. 2.14

Из выражений (2.14) с учетом формул (2.10) -- (2.13) получаем функции прибыли:

$$\pi_1(p_1, p_2) = -\frac{k}{k+1}\cdot p_1 - \frac{v_1\cdot(M+p_2)}{k+1}\cdot\frac{1}{p_1} + \frac{M+p_2-kv_1}{k+1} - C_1; \qquad 2.16$$

$$\pi_2(p_1, p_2) = -\frac{1}{k+1}\cdot p_2 - \frac{kv_2\cdot(M+p_1)}{k+1}\cdot\frac{1}{p_2} + \frac{k\cdot(M+p_1)+v_2}{k+1} - C_2. \qquad 2.17$$

Первый участник максимизирует функцию П1(p1,p2) по переменной p1 при данном значении переменной p2; второй участник максимизирует функцию П2(p1, p2) по переменной p2 при данном значении переменной p1.

Необходимые условия максимума прибыли каждого участника

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = -\frac{k}{k+1} + \frac{v_2 \cdot (M + p_2)}{k+1} \cdot \frac{1}{p_1^2} = 0,$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = -\frac{1}{k+1} + \frac{k v_1 \cdot (M + p_1)}{k+1} \cdot \frac{1}{p_2^2} = 0 \qquad 2.18$$

Являются также и достаточными, так как

$$\frac{\partial^2 \pi_1}{\partial p_1^2} = -\frac{2v_2 \cdot (M + p_2)}{k+1} \cdot \frac{1}{p_1^3} < 0,$$

$$\frac{\partial^2 \pi_2}{\partial p_2^2} = -\frac{2k v_1 \cdot (M + p_1)}{k+1} \cdot \frac{1}{p_2^3} < 0. \qquad 2.19$$

Поскольку участники действуют независимо друг от друга, оптимальные цены являются решением системы уравнений.

После элементарных преобразований система уравнений (2.18) принимает вид:

$$p_1 = \frac{1}{k v_2} \cdot p_2^2 - M,$$

$$p_2 = \frac{k}{v_1} \cdot p_1^2 - M, \qquad 2.20$$

Уравнения (2.20) описывают параболы со взаимно перпендикулярными осями симметрии, которые в первом квадранте, т.е. при p1> 0 p2 >0 , имеют единственную точку пересечения. Следовательно, задача нахождения оптимальных цен продукции участников имеет единственное решение. Система (2.18) или (2.20) легко решается каким-либо численным методом, которое можно выполнить на практике.

На сегодняшний день рассмотрение ценовой и количественной дуополии и олигополии с использованием логарифмической функции полезности является предметом дальнейших исследований.

2.2.Динамическая ценовая конкуренция[8].

Рассмотрим ситуацию дуополии. Пусть обе фирмы выбирают стратегию низкой или высокой цены и получают при этом прибыли П2> П1>П4 >П3 в следующих ситуациях:

Таблица 2.1. Зависимость прибылей фирм от выбранных стратегий

Фирма 1 \ Фирма 2	Высокая цена	Низкая цена
Высокая цена	$(\pi_1; \pi_1)$	$(\pi_3; \pi_2)$
Низкая цена	$(\pi_2; \pi_3)$	$(\pi_4; \pi_4)$

Отсюда следует, что доминирующей для каждой фирмы будет стратегия " назначать низкую цену", следовательно , равновесие рынка с низкими ценами будет служить равновесием по нэшу в неповторяющейся игре. Однако если взаимодейсвие фирм может продолжаться бесконечно долго, доминирующими могут быть, по крайней мере, две стратегии.

1. Стратегия " око за око" – назначить высокую цену в момент t, если другая фирма назначила высокую цену в момент (t-1); и назначить низкую цену в противном

[8] Axelrod R. The Evolution of Cooperation. – Basic Books, 1984.

случае.

2. Стратегия «хищничества» - назначить низкую цену в любой момент времени вне зависимости от действия конкурента.

Пусть ρ – заданная вероятность того, что игра будет продолжена в следующий момент времени. Тогда максимальный выигрыш каждой фирмы в результате применения первой стратегии с учетом дисконтирования равен

$$NPV_1 = \pi_1 + \pi_1\rho\delta + \pi_1\rho^2\delta^2 + ... = \frac{\pi_1}{1-\rho\delta}. \qquad 2.21$$

Здесь П1 – прибыль, полученная фирмой, назначающей низкую цену, при условии, что другая фирма также назначает высокую цену; δ – дисконтирующий множитель, связанный со ставкой дисконтирования формулой $\delta = \frac{1}{1+r}$

Максимальный выигрыш от применения второй стратегии равен

$$NPV_2 = \pi_2 + \pi_4\rho\delta + \pi_4\rho^2\delta^2 + ... = \pi_2 + \pi_4\frac{\rho\delta}{1-\rho\delta} = \pi_2 - \pi_4 + \frac{\pi_4}{1-\rho\delta}.$$

Здесь π2– прибыль, полученная фирмой, назначающей низкую цену, при условии, что другая фирма назначает высокую цену; π4– прибыль, полученная фирмой, назначающей низкую цену, при условии, что другая фирма назначает низкую цену.

Выбор оптимальной стратегии фирмы, таким образом, зависит от соотношения значений выигрышей по каждому из возможных вариантов. Если NPV1 > NPV2 , то стимулов вести ценовую войну у фирм не будет. Проведем ряд преобразований и проинтерпретируем получившееся выражение:

$$NPV_1 > NPV_2 \Leftrightarrow \frac{\pi_1 - \pi_4}{1 - \rho\delta} > \pi_2 - \pi_4 \Leftrightarrow \frac{\pi_2 - \pi_1}{\pi_2 - \pi_4} < \rho\delta .$$

Заметим один интересный факт, что фирмы отказываются от ценовой войны, если увеличивается вероятность дальнейшего взаимодействия значимость будущих *прибылей*, а *также если* одностороннее снижение цены приводит к не столь значительному увеличению прибыли, в то время как взаимное снижение цены крайне неприятно для обоих участников.

2.3. Модель Эджворта[9]

Альтернативным выходом из парадокса Бертрана является предложенная Фрэнсисом Эджвортом в 1897 г. модель с ограничениями на производственные мощности фирм-производителей.

Пусть к условиям

$$p = a - bQ,\ Q = \sum q_i$$

$$TC_i(q_i) = c_i q_i .$$

---

[9] . Edgeworth F. La Teoria Pura del Monopolio // Giornale Degli Economisti. – **1897.** – №40. – P.13–31.

и $c1 = c2 = c$ добавляется ограничение на выпуск продукции дуополистов соответственно величинами К1 и К2 такими, что $K1 \leq K2 \leq (a-c)/b$. Это означает, что кривые средних и предельных издержек каждой фирмы с определенного момента имеют вертикальный вид: предельные издержки производства следующей единицы становятся стремящимися к бесконечности.

В этом случае ситуация продажи продукции по издержкам не является равновесием Нэша. Действительно, обе фирмы не в состоянии покрыть весь рынок своим производством. И если кто-то из них назначит чуть более высокую цену, часть покупателей (из тех, чья предельная оценка данного товара не ниже указанной цены) будет вынуждена покупать продукт у нее. А это означает положительную экономическую прибыль дорогой фирмы.

Возникает вопрос, кто будет покупать продукцию дорогой фирмы. Первое предположение, что таковыми будут случайные покупатели, носит название схемы *случайного (пропорционального) рационирования*. В этом случае остаточный спрос на продукцию дорогой фирмы будет пропорционален исходной функции спроса.

Альтернативная гипотеза *эффективного (параллельного) рационирования* состоит в том, что если продукции не хватает, в первую очередь ее приобретут наиболее ценящие ее. В частности, это можно объяснить перепродажей мест в очередях. В этом случае по любой цене остаточный спрос на фиксированную величину меньше исходного. Заметим, что ситуация эффективного рационирования менее выгодна для повысившего цену производителя, поскольку в остаточный спрос не включены люди, готовые заплатить максимальную цену за продукцию.

Реже рассматривается, но в принципе не исключена ситуация *антиэффективного рационирования*, при котором у дешевой фирмы будут приобретать продукцию именно те, кто не в состоянии платить много; богатые же, не готовые стоять в очередях, идут к дорогому конкуренту.

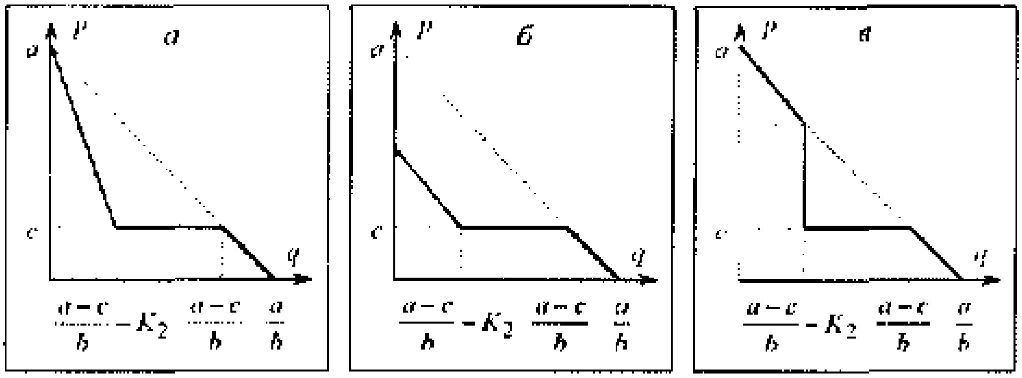

Рисунок 2.5. Рационирование: случайное (а), эффективное (б), антиэффективное(в).

Более подробно проблема рационирования изучается в работе[10]. Мы ограничимся графической

[10] Tirole J. The Theory of Industrial Organization. – The MIT Press, 1994.

интерпретацией функции остаточного спроса для всех трех ситуаций (рис. 2.5.).

Рассмотрим сначала схему случайного рационирования. Итак, если я фирма устанавливает цену с, она не в состоянии удовлетворить весь отраслевой спрос. Таким образом, первая фирма в состоянии увеличить свою цену, работая на остаточном спросе и получая положительную экономическую прибыль. Поскольку остаточный спрос, как и исходный, является линейной функцией, оптимум будет находиться ровно посередине между максимальной ценой а и издержками с: $p1 = (a+c)/2$. Объем продаж будет равен $q1 = (a - c)/2b - K2/2$, а прибыль $П1 = (p1 - c)q1 > 0$.

Вторая фирма в ответ на это устанавливает цену чуть ниже, с целью захвата большей части рынка, после чего начинается ценовая война, в результате которой цены снижаются до некоторого критического уровня $p^* > c$, при котором первой фирме снова выгодно поднять цены до уровня p1, после чего цикл постепенного снижения цен начинается сначала.

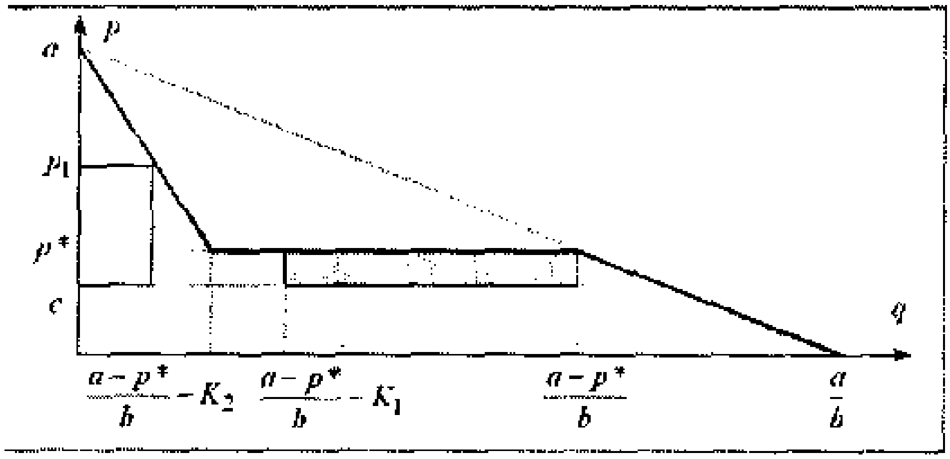

Рисунок 2.6. Поведение фирм в условиях случайного рационирования.

Пусть вторая фирма установила цену р. Тогда у первой имеются следующие две стратегии:

1. Подрезать цену, установив ее на уровне чуть ниже цены конкурента.

2. Поднять цену до уровня р1 и максимизировать прибыль (подобно монополии) на остаточном спросе.

При продолжении снижения цены первая фирма захватит большую часть рынка (будет в состоянии продать весь произведенный продукт К1) и получит прибыль (пренебрегая малыми отклонениями)

$$\pi_1^{-} = (p-c)K_1 . \qquad 2.22$$

При повышении цены до уровня р1 фирма работает на остаточном спросе, продает продукцию в объеме

$$q_1 = \frac{\frac{a-p}{b}-K_2}{\frac{a-p}{b}} \cdot \frac{a-p_1}{b} = \frac{(a-p-bK_2)(a-p_1)}{b(a-p)} = (a-p_1)\left(\frac{1}{b}-\frac{K_2}{a-p}\right) \qquad 2.23$$

и получает прибыль

$$\pi_1^+ = (p_1 - c)q_1 = \frac{(a-c)^2}{4}\left(\frac{1}{b} - \frac{K_2}{a-p}\right). \qquad 2.24$$

Фирма выбирает свою стратегию исходя из соотношения прибылей $П^+_1$ и $П^-_1$. Критическая цена р* находится из равенства $П^+_1$ и $П^-_1$ и решения соответствующего квадратного уравнения относительно р.

Заметим, что в данной модели не будет статического равновесия. Если конкурент установил цену выше р*, оптимальная стратегия – подрезать цену, если р* и ниже – поднять до уровня р1. Но ни в одном случае мы не остановимся на некотором фиксированном уровне.

Второе замечание связано с тем, что первой поднимать цену, уходя на остаточный спрос, всегда будет фирма с меньшими производственными мощностями (в нашем случае первая фирма: К1 ≤ К2). Второй при уровне р* будет однозначно выгоднее продолжать подрезать цену конкурента.

Случай эффективного рационирования отличается тем, что функция остаточного спроса сдвигается параллельно функции исходного спроса. Величина этого сдвига определяется объемом производственных мощностей К2 конкурента. Критическая цена р*, при которой фирме будет выгодно переходить на остаточный спрос, будет меньше, чем при случайном рационировании. Оптимальная цена p1 также будет ниже, чем при случайном рационировании. Более того, она также будет связана с производственными мощностями конкурента формулой

$$p_1 = \frac{a + c - bK_2}{2}. \qquad 2.25$$

При повышении цены до уровня p1 фирма будет продавать продукцию в объеме q1 = (a – p1)/b – K2, не зависящем от цены p конкурента, и получать также не зависящую от цены конкурента прибыль

$$\pi_1^+ = (p_1 - c)q_1 = \frac{a - c - bK_2}{2}\left(\frac{a-c}{2b} - \frac{K_2}{2}\right) = \frac{(a - c - bK_2)^2}{4b} \qquad 2.26$$

При подрезании цены прибыль будет вычисляться по формуле

$$\pi_1 = (p - c)K_1. \qquad 2.27$$

Как и прежде, критическая цена p* будет находиться из равенства прибылей $П_1^- = П_1^+$, и в данном случае легко вычисляется аналитически:

$$\frac{(a - c - bK_2)^2}{4b} = (p - c)K_1 \Leftrightarrow p^* = \frac{(a - c - bK_2)^2}{4bK_1} + c. \qquad 2.28$$

2.4 Модели с возрастающими предельными издержками

Существование жесткого ограничения по мощности составляет частный случай технологии с убывающей отдачей от масштаба. В модели Эджворта фирма имеет предельные издержки c вплоть до границы по мощности, а затем бесконечно большие. В общем случае предельные издержки могут просто возрастать вместе с выпуском. Действительно, за исключением особых случаев, фирма имеет возможность увеличить объем производства выше его эффективного уровня, например за счет аренды дополнительного оборудования, использования имеющегося оборудования с интенсивностью, превышающей эффективную, сверхурочной работы. Затраты при этом увеличиваются, однако, как правило, они не бесконечны.

Изобразим графически (рис. 2,7–2.9) три случая: постоянную отдачу от масштаба, означающую фиксированный размер с предельных издержек, убывающую отдачу от масштаба, означающую увеличение (возможно, начиная с некоторого уровня) себестоимости продукции с ростом производства, и жесткое ограничение по мощности, рассмотренное в модели Эджворта.

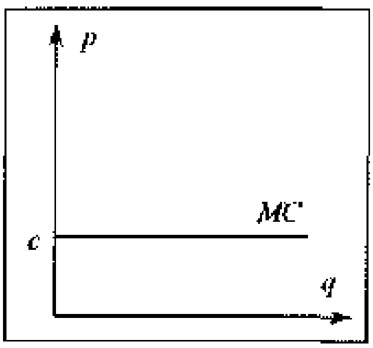

Рис.2.7

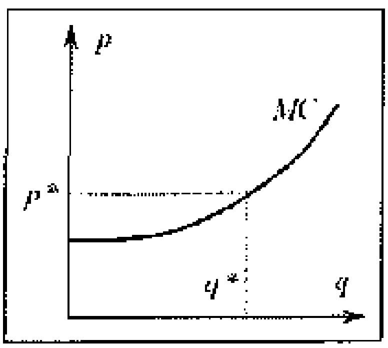

Рис.2.8

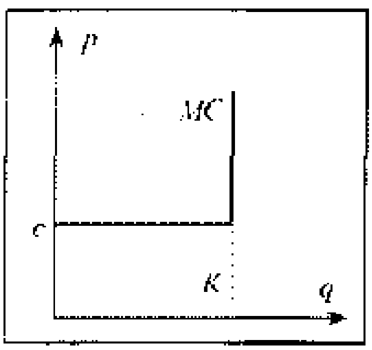

Рис.2.9

Постоянная отдача от масштаба	Убывающая (возрастающая) отдача от масштаба	Ограничение по мощности

В случае возрастающих предельных издержек можно ожидать следующего естественного обобщения ситуации постоянной отдачи от масштаба: цена p* на рынке определяется решением системы

$P^* = MC_1(q_1) = \ldots = MC_n(q_n)$, $q_1+q_2+\ldots+q_n = q_D(p^*)$.

Поскольку функции предельных издержек всех конкурентов монотонно возрастающие, система имеет единственное решение, в котором фирмы получают положительную прибыль. Проиллюстрируем на рис.2.10 эту ситуацию для дуополии с одинаковыми функциями предельных издержек и, как следствие, одинаковыми объемами производства $q_1 = q_2 = q^*$. Прибыль фирмы равна площади заштрихованной области.

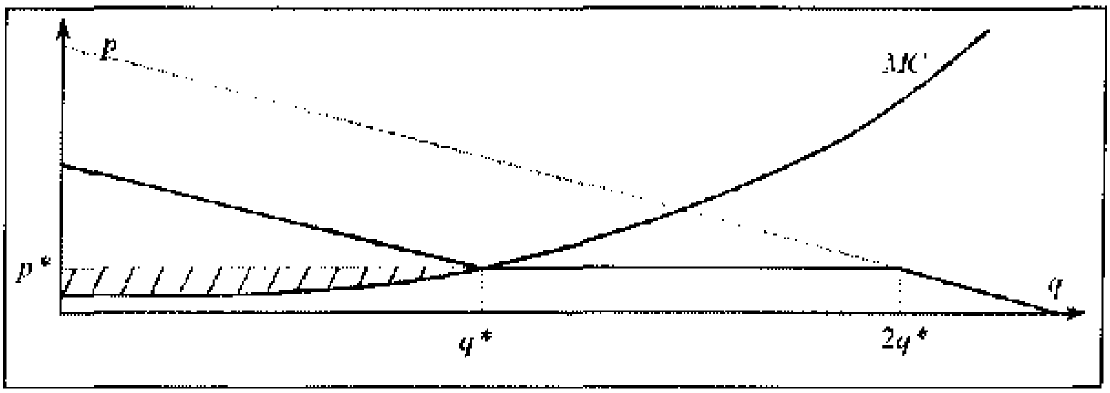

Рис.2.10. Конкурентная цена и объем продаж дуополистов. Убывающая отдача от масштаба.

Однако нетрудно заметить, что назначение всеми фирмами конкурентной цены р* в общем случае не является равновесным. При одностороннем повышении цены увеличение удельной прибыли оказывается более значимым, чем потеря части покупателей.

Нахождение равновесия (или равновесий, если их много) при возрастающих предельных издержках нередко является сложной задачей. В частности, в общем случае равновесие существует только в смешанных стратегиях. Но одно свойство выдерживается всегда: цены обеих фирм превышают конкурентную цену. Этот результат формализует представление о том, что убывающая отдача от масштаба смягчает ценовую конкуренцию.

ГЛАВА 3. АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ОЛИГОПОЛИИ СО СГОВОРОМ. АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ ОЛИГОПОЛИИ С БАРЬЕРАМИ ВХОДА

Предшествующий анализ предполагал мгновенную конкуренцию: фирмы одновременно назначали цены, получали соответствующие прибыли и исчезали. На практике, однако, фирмы могут взаимодействовать неоднократно. Долгосрочные инвестиции, технологические знания, а также ограничения входа способствуют долговременным взаимодействиям в относительно устойчивом множестве фирм. При этом, как отмечено выше, повторение игры – одно из решений парадокса Бертрана.

Эдвард Чемберлин высказал предположение, что в условиях олигополии, производящей однородный продукт, фирмы признают свою взаимозависимость и будут поддерживать монопольную цену без явного сговора. Если каждый будет добиваться максимальной прибыли разумно и рационально, то он поймет, что при наличии лишь двух или нескольких продавцов его собственное действие оказывает значительное влияние на конкурентов, которые не будут мириться с потерями, не оказывая противодействия. А поскольку снижение цены, предпринятое кем бы то ни было, приведет к снижению цен остальных и уменьшению его собственных прибылей, то несмотря на то, что продавцы полностью независимы, равновесный результат будет таким же, как если бы между ними существовало монополистическое соглашение.

Ценовым лидером чаще всего может выступать фирма, являющаяся потенциальным победителем в ценовой войне:

1. *Доминирующая фирма* – фирма, владеющая большей долей на рынке, и, как следствие, обладающая большими ресурсами, позволяющими дольше других выдерживать ценовую войну. Доминирующая фирма часто выпускает продукт более высокого качества, чем аутсайдеры. При этом высокое качество продукта определяется не только внутренними свойствами выпускаемого товара, но и рекламой, репутацией фирмы или тем, что данная фирма давно производит данный товар, в результате чего у потребителей вырабатывается приверженность марке.

2. *Группа относительно небольших фирм*, заключивших картельное соглашение между собой. Координация деятельности фирм, заключивших соглашение, оказывает такое же влияние на рыночную цену, что и одна крупная фирма.

3. *Фирма с минимальными издержками*, позволяющими установить более низкую, чем у остальных, цену и выиграть ценовую войну. Причинами более низких издержек может быть использование более эффективных технологий и более качественных ресурсов (включая лучший менеджмент), а также возрастающая отдача от масштаба.

4. *Барометрический лидер* – фирма, более тонко

чувствующая конъюнктуру спроса, что позволяет ей получать большие, чем у конкурентов, прибыли и дольше выдерживать ценовую войну. Также барометрический лидер обычно обладает способностью эффективнее использовать накопленный опыт.

Лидер регулирует уровень рыночной цены и берет на себя ответственность за приспособление цены к изменяющимся условиям рынка. На рынке кроме лидера предлагает товар значительное число фирм, образующих конкурентное окружение. Они принимают цену, установленную лидером и определяют оптимальный объем производства из условия максимизации прибыли. Цена доминирующей фирмы может служить своего рода «ценовым зонтиком» для фирм-аутсайдеров.

3.1 Модель Форхаймера[11].

Пусть на рынке однородного товара со спросом $Q = Q_D(p)$ действует фирма, претендующая на ценовое лидерство, и n фирм конкурентного окружения. Лидер (обозначенный нулевым номером) предлагает последователям продавать продукцию по цене p, превышающей издержки. Фирмы последователи, опасающиеся ценовой войны, принимают предложение, а оптимальные объемы производства определяют исходя из максимизации собственной прибыли:

[11] Модель доминирующей фирмы Форхаймера. Шохина Ю.С., Вайс Е.С., ФГБОУ ВО Вологодская ГМХА, г. Вологда-Молочное. Россия.

$$q_i^*(p) = \arg\max_{q_i} \pi_i(p, q_i) = \arg\max_{q_i}(pq_i - TC_i(q_i)), \quad i = 1,...n.$$

Заметим, что вышеприведенное условие эквивалентно нахождению $q_i^*(p)$ из равенства

$$p = MC_i(q_i) = TC_i'(q_i), \quad i = 1,...n.$$

В совокупности все последователи будут производить продукцию в объеме $\sum(q_i^*(p))$. Тогда на долю лидера выпадает остаточный спрос.

$$Q_{ocm}(p) = Q_D(p) - \sum(q_i^*(p)).$$

Лидер выбирает оптимальную цену исходя из максимизации прибыли на остаточном спросе:

$$p^* = \arg\max_{p}(pQ_{ocm}(p) - TC_0(Q_{ocm}(p))).$$

Сделаем два замечания относительно представленной модели. Во-первых, необходимым условием получения такого решения является знание фирмой-лидером функции рыночного спроса и функций предложения фирм-конкурентов. Во-вторых, функции предельных издержек всех конкурентов должны иметь возрастающий участок (участок убывающей отдачи от масштаба). В противном случае возможно существенное расширение предложения конкурентов и фактический захват рынка ими.

В краткосрочном периоде указанная стратегия позволяет доминирующей фирме получать положительную прибыль, однако если предположить возможность входа на рынок новых фирм-последователей, проблема ценообразования становится не такой простой. У доминирующей фирмы появляется необходимость выбора, по крайней мере между двумя альтернативами:

1. Не обращая внимания на возможность входа в отрасль новых фирм-последователей, максимизировать прибыль.

2. Устанавливать низкую цену, устраняющую стимулы входа в отрасль.

Рассмотрим первую возможность. Если доминирующая фирма назначает высокую цену, которая позволяет конкурентным фирмам получать экономическую прибыль, то у конкурентных фирм будут стимулы расширять объем выпуска. Кроме того, новые фирмы, привлеченные положительной прибылью в отрасли, войдут на рынок. В результате предложение товара увеличится, кривая остаточного спроса доминирующей фирмы переместится влево, доля доминирующей фирмы на рынке будет уменьшаться, сокращая рыночную власть фирмы. Такая ценовая политика высоких цен доминирующей фирмы носит название «самоубийственной».

Величина потерь доминирующей фирмы, возникающих из-за следования «самоубийственной» ценовой политике, зависит от того, насколько существенны ее преимущества в издержках. Если доминирующая фирма преимуществом в издержках не обладает, в долгосрочном периоде она может быть вытеснена из отрасли фирмами-последователями. В этом состоит одно из главных ограничений монопольной власти на рынке доминирующей фирмы в конкурентном окружении, действующее в долгосрочном периоде.

Формализуем модель Форхаймера для случая линейного спроса (I.1), одинаковых фирм-последователей и квадратичных издержек производства. Предположим, что

$$TC_i(q_i) = dq_i^2 + cq_i + f,\ i = 1,\dots n,\ d > 0,\ c > 0,\ f > 0.$$

Пусть также задана функция издержек ценового лидера

$$TC_0(q_0) = d_0 q_0^2 + c_0 q_0 + f_0,\ d_0 > 0,\ c_0 > 0,\ f_0 > 0.$$

При цене p оптимальный объем производства последователей составит

$$p = 2dq_i + c \ \Leftrightarrow\ q_i = (p - c)/2d.$$

Остаточный спрос ценового лидера окажется равен

$$q_0 = Q - nq_i = \frac{a - p}{b} - \frac{p - c}{2d} n = \left(\frac{a}{b} + \frac{nc}{2d}\right) - \left(\frac{1}{b} + \frac{n}{2d}\right)p.$$

Откуда легко получить

$$p = \frac{2ad + nbc}{2d + nb} - \frac{2bd}{2d + nb} q_0.$$

Выпишем максимизируемую функцию прибыли ценового лидера

$$\pi_0 = pq_0 - TC_0(q_0) = \frac{2ad + nbc}{2d + nb}q_0 - \frac{2bd}{2d + nb}q_0^2 - d_0q_0^2 - c_0q_0 - f_0 \to \max_{q_0}.$$

Приравняем производную к нулю

$$\left(2d_0 + \frac{4bd}{2d + nb}\right)q_0 = \frac{2ad + nbc}{2d + nb} + c_0, \quad q_0 = \frac{2d(a - c_0) + nb(c - c_0)}{4dd_0 + 2d_0nb + 4bd}.$$

Подставим полученное выражение в

$$p = \frac{2ad + nbc}{2d + nb} - \frac{2bd}{2d + nb}q_0.$$

для определении оптимальной цены. После ряда преобразований запишем следующую формулу:

$$p = c + \frac{a - c}{1 + \frac{nb}{2d} + \frac{b}{d_0}} + \frac{a - c}{\left(1 + \frac{nb}{2d}\right)\left(2 + \frac{2d_0}{b} + \frac{nd_0}{d}\right)} + \frac{c_0 - c}{2 + \frac{2d_0}{b} + \frac{nd_0}{d}}.$$

Если ввести обозначения

$$x = 1 + \frac{nb}{2d}, \; y = 2 + \frac{2d_0}{b} + \frac{nd_0}{d}, \; z = \frac{b}{d_0},$$

то выражение р примет вид

$$p = c + \frac{a - c}{x + z} + \frac{a - c}{xy} + \frac{c_0 - c}{y}.$$

Вход последователей ожидается до тех пор, пока будет сохраняться положительная прибыль, т.е.

$$\pi_i(n) = pq_i - TC_i(q_i) =$$
$$= \left(c + \frac{a - c}{x + z} + \frac{a - c}{xy} + \frac{c_0 - c}{y}\right)\frac{p - c}{2d} - d\left(\frac{p - c}{2d}\right)^2 - c\frac{p - c}{2d} - f \geq 0.$$

Ниже рассмотрим численный пример для понимания сущности модели. Пусть спрос задан выражением Q = 1200 – p (тыс. шт), а издержки производства фирм – последователей – $Tci(qi) = 5q_i^2+300q_i+2000$ (тыс. усл. единиц). Пусть фирма-лидер характеризуется более медленным ростом предельных издержек. $TC_0(q_0)=q^2_0+300q_0+2000$ (тыс. усл. единиц).Если на рынке окажется 5 конкурентов, лидер устанавливает цену p = 780 (усл. единиц.) и производит продукцию в объеме (тыс. шт.), получая прибыль q_0 = 180 (тыс.шт), получая прибыль $П_0$ = 52000 (тыс. усл. единиц).Последователи производят продукцию в объеме q_i = 48(тыс. шт), получая прибыли $П_i$ = 9520 (тыс. усл. единиц).

Положительные прибыли привлекают на рынок новых производителей, максимальное число которых равно 30. Тридцать первый последователь уводит прибыли всех фирм, кроме лидера, в отрицательную область. Прибыли лидера существенно сокращаются с ростом числа последователей, однако остаются положительными. Сведем сложившиеся на рынке цены, объемы продаж и прибыли в зависимости от числа конкурентов (табл. 3.1)

Таблица 3. 1. Зависимость экономических показателей от числа фирм – последователей.

n	p	q_i	q_0	Q	$П_i$	$П_0$
5	780	48	180	420	9520	52000
10	675	37.5	150	525	5301	31750
20	562.5	26.25	112.5	637.5	1445	14875
30	**502.5**	**20.25**	**90**	**697.5**	**50**	**8125**
31	498	19.8	88.24	702	-40	7684

Фирма-лидер может пользоваться как более медленным, чем у последователей, ростом предельных издержек $d_0 < d$ (в этом случае преимущества начинают сказываться при значительных объемах производства), так и их меньшей изначальной величиной $c_0 < c$. Однако если фирма не обладает конкурентными преимуществами, она рискует потерять все прибыли, если будет пускать на рынок конкурентов. При большом объеме продаж более выгодным является преимущество лидера от эффекта масштаба, однако при существенном сокращении спроса лучше обладать абсолютными преимуществами.

Сведем информацию о сложившихся на рынке ценах, максимальном числе последователей, объемах продаж и прибылях для разобранного примера в случае исходного спроса, половинного спроса, спроса, составляющего одну пятую и одну пятнадцатую от исходного. В таблицах 3.2–3.5 представлены ситуации преимущества лидера от эффекта масштаба (d_0 =1), абсолютного преимущества в издержках (c_0 = 200), двойного преимущества (d_0 =1, c_0 = 200) и отсутствия конкурентных преимуществ (d_0 = d =5, c_0 = c = 300).

Таблица 3.2 Зависимость экономических показателей для d_0 = 1, c_0 =300 (преимущество лидера от эффекта масштаба)

Показатель	n	p	q_i	q_0	Q	Пi	П0
Q	30	502,5	20,3	90	697,5	50	8125
Q/2	13	505,4	20,5	80,4	347,3	109	8045
Q/5	4	506,3	20,6	56,3	138,8	127	6438
Q/15	1	505,7	20,6	25,7	46,3	116	2629

Таблица 3.3 Зависимость экономических показателей для d_0 = 5, c_0 =200 (абсолютное преимущество лидера)

Показатель	n	p	q_i	q_0	Q	Пi	П0
Q	33	502,4	20,2	29,6	697,6	49	2571
Q/2	16	500,6	20,1	28,7	349,7	12	2509
Q/5	5	517,5	21,8	27,8	136,5	364	2960
Q/15	1	534,6	23,5	20,9	44,4	50	2809

Таблица 3.4 Зависимость экономических показателей для d_0 =1, c_0 = 200 (двойное преимущество лидера)

Показатель	n	p	q_i	q_0	Q	Пi	П0
Q	28	501,8	20,2	133,3	698,2	35	20456

Q/2	11	507,9	20,8	117,3	346,0	162	20362
Q/5	3	506,7	20,7	76,7	138,7	136	15633
Q/15	0	731,3	-	31,3	31,3	-	13625

Таблица 3.5 Зависимость экономических показателей для d_0 =5, c_0 = 300 (отсутствие конкурентных преимуществ лидера)

Показатель	n	p	q_i	q_0	Q	Пi	П0
Q	34	500,1	20,0	19,6	699,9	2	1
Q/2	16	505,0	20,5	19,6	347,5	101	96
Q/5	6	502,5	20,3	18,0	139,5	50	25
Q/15	1	561,8	26,2	16,4	42,5	1427	945

Рассмотрев четыре вышеприведенные ситуации, мы можем сделать вывод что, в модели Форхаймера условие абсолютного преимущества фирм при d_0 = 5, c_0 =200 является оптимальным выбором для олигополистов в случае исходного спроса. Заметим, что в этом условие количество олигополистов составляет 33, а прибыль составляет 49 условных единиц. Можно ввести одно замечание что, в зависимости от объема спроса каждый из приведенных выше сочетаний имеет свое преимущество. Следовательно, в зависимости от различного спроса, сложившегося на рынке, олигополисты выбирая стратегию Форхаймера, могут выбирать для себя благоприятную ситуацию преимущества лидера.

3.2 Картель и конкурентное окружение[12].

Рынок любого товара характеризуется степенью конкуренции на нем. Предельными случаями можно считать ситуации **чистой конкуренции** (большое количество независимых фирм, при этом ни одна из них не доминирует на рынке) и **монополии** (на рынке присутствует единственный производитель). Первый случай выгоден для потребителя - в результате конкуренции цена устанавливается на низком уровне, производитель же лишен возможности получать сверхприбыль. Второй случай выгоден для производителя - сокращая объемы продаж, он может получать сверхприбыль за счет повышения цены (заметим, что монополист, ориентированный на максимизацию прибыли, при отсутствии внешнего регулирования никогда не останется в неэластичной области кривой спроса, поскольку там даже существенное повышение цены товара повлечет незначительное сокращение объема продаж). В связи с этим при возможности сговора фирмам выгоднее выбрать объем выпуска, максимизирующий общую прибыль отрасли, и затем разделить прибыль между собой. Такое объединение фирм называется **картелем.**

[12] Филатов А.Ю. Картель и конкурентное окружение: особенности рынка, зависимость экономических показателей от степени монопольной власти» // Методы исследования и моделирования технических, социальных и природных систем. – Новосибирск: Наука, 2004. – С.214–220.

В качестве примера можно привести картель стран-экспортеров нефти.

Одна из наиболее интересных ситуаций возникает, когда часть фирм объединена в картель, а оставшиеся - составляют **конкурентное окружение**. Такое, в частности, может произойти после частичного распада картеля. Действительно, у каждой фирмы, входящей в состав картеля, имеется соблазн тайного получения двойной прибыли - как за счет более высоких цен, установившихся благодаря сокращению объемов продаж остальных фирм, так и за счет одностороннего превышения выпуска над установленной квотой (одна фирма слабо повлияет на ценовую ситуацию на рынке даже при существенном увеличении ею объема продаж). Таким образом, отсутствие возможности фирм, входящих в картель, отслеживать выпуск друг друга и наказывать обман может привести к частичному или полному распаду картеля. Также ситуация картель-конкурентное окружение может возникнуть, когда на рынке действует достаточно много фирм, и не удается заключить соглашения между всеми из них. Кроме того, устойчивому функционированию картеля может препятствовать вхождение на рынок новых производителей, привлеченных повышенными ценами и прибылями. Если картель не в состоянии блокировать появление новых фирм, последние пополняют конкурентное окружение.

Рассмотрим рынок некоторого товара. Пусть суммарный спрос на него задан функцией
$Q = D(p)$.

Здесь p -, установившаяся на рынке цена товара, а Q – объем продаж. Пусть n_k - фирм из общего числа присутствующих на рынке вошли в картель, а оставшиеся n_l фирм составили конкурентное окружение. Объемы продаж каждой из фирм, входящих в картель, составляют
Q^k_i, $I = 1,2 \ldots n_k$, а каждой из фирм конкурентного окружения
q_i^1, $I = 1, \ldots, n_l$,

Известны совокупные издержки каждой из фирм-пусть они составляют соответственно $TC_1^k(q_i^k)$, $I = 1, \ldots, n_l$ для фирм конкурентного окружения.

Фирмы конкурентного окружения максимизируют исключительно собственную прибыль, ориентируясь на установившуюся на рынке цену. Таким образом, оптимальный объем производства каждой из них находится из равенства предельных издержек (производной суммарных издержек) и предельной выручки, которую можно считать равной цене:
$(TC_i^l(q_i^l)) = p$, $I = 1, \ldots, n_l$.

Из вышеуказанного равенства можно выразить объем продаж через цену:
$Q_i^l(p) = F_i^l(p)$.

На основе Q = D(p). и $Q_i^1(p) = F_i^1(p)$ можем определить объем рынка, приходящийся на долю картеля:

$$Q^K(p) = D(P) - \sum_{i=1}^{n1} f_i^1(p).$$

Картель, максимизирующий свою прибыль, определяет оптимальные объемы продаж для всех фирм, в него входящих, посредством решения следующей задачи:

$$pQ^K(p) - \textstyle\sum_{i=1}^{nk} TC_i^1(q_i^k). => \max(q_i^k, p)$$

$$\sum_{i=1}^{nk} q_i^k = Q^K(p)\,.$$

$$q_i^k \geq 0\,, i = 1, 2, \dots nk$$

Целевая функция здесь интерпретируется как прибыль, равная разности выручки и издержек, а ограничение-равенство означает, что суммарный объем продаж всех фирм, входящих в картель, в точности совпадает при цене, установившейся на рынке, с объемом части рынка, не покрытой фирмами конкурентного окружения.

Достаточно сложной при этом является задача перераспределения полученной прибыли внутри картеля, в частности потому, что частыми могут оказаться ситуации, в которых ряд фирм с более высокими издержками должны будут уйти с рынка (оптимальное решение для них qik = 0), но это невыгодно (а часто и затруднено по технологическим соображениям) для последних. В свою очередь, фирмы с более низкими издержками не будут склонны материально поддерживать остальных, и ситуация рискует перерасти в классическую "ценовую войну".

В то же время необязательно находить оптимальное решение вышеприведенной задачи - часто можно ограничиться введением определенных квот на продажу товара. В частности, в случае равных квот получаем:

$$q_i^k(p) = \frac{Q^k(p)}{n_k}, \quad i = 1,\dots,n_k.$$

Поскольку для всех фирм, входящих в картель, объемы продаж равны между собой, обозначим

$$q_1^k = q_2^k = q_3^k = \dots = q_{nk}^k = q^k$$

Из условия $q_i^k(p)$ выражаем цену через количество:

$$p = f_i^2(q^k)$$

После этого, как и в оптимальной задачи, максимизируем прибыль картеля:

$$q^K n_k f_i^2(q^k) - \sum_{i=1}^{nk} TC_i^1(q_i^k). \Rightarrow \max(q_i^k, p)$$

Так как описание модели, на первый взгляд кажется сложным мы решили привести пример для полного понимания вышеуказанной модели.

На рынке некоторого товара, совокупный спрос на который задан функцией

$D(p) = 1000 - 20p$

Действуют 50 одинаковых фирм. Суммарные издержки каждой из них равны

$TC(q) = 50 + 10q + q^2/2$

Для увеличения прибыли 30 фирм объединяются в картель с одинаковыми квотами (поскольку фирмы одинаковые, использование одинаковых квот здесь представляется наиболее логичным), остальные 20 составляют конкурентное окружение и действуют из соображений максимизации собственной прибыли.

Определим цену p, которая сложится на рынке, объемы продаж фирм из конкурентного окружения q^1 и фирм, входящих в картель q^k , а также прибыль каждой из них.

Условие оптимального объема продаж для фирм конкурентного окружения запишется следующим образом:

$$\left(50 + 10q^1 + \left(q^1\right)^2/2\right)' = p.$$

Отсюда получим:

$$10 + q^1 = p.$$

Выразим объем продаж через цену:

$q^1 = p - 10.$

Поскольку число фирм конкурентного окружения равно 20, их суммарный объем продаж составит

$Q^1(p) = 20q^1(p) = 20(p - 10) = 20p - 200.$

Следовательно, картель покрывает часть рынка, равную

$Q^k(p) = D(p) - Q^1(p) = 1000 - 20p - (20p - 200) = 1200 - 40p.$

Картель состоит из 30 фирм, квоты равны, поэтому объем продаж каждой из фирм составит

$q^k(p) = Q^k(p)/30 = 40 - 4p/3.$

Используя данное равенство, выразим цену через количество:

$p = 30 - 3q^k/4.$

Прибыль (разница между выручкой и издержками) одной фирмы, входящей в картель, составит

$\pi^k(q^k) = \left(30 - \frac{3}{4}q^k\right)q^k - \left(50 + 10q^k + \frac{1}{2}(q^k)^2\right) = 20q^k - 50 - \frac{5}{4}(q^k)^2.$

Для нахождения объема продаж, доставляющего максимальную прибыль, приравняем производную к нулю:

$20 - 5q^k/2 = 0.$

Отсюда найдем

$q^k = 8$.

Цена при этом составит

$p = 30 - 3 \cdot 8 / 4 = 24$

Следовательно, объем продаж одной фирмы конкурентного окружения будет равен

$q^1 = 24 - 10 = 14$.

Суммарный объем продаж на рынке составит

$Q = 30q^k + 20q^1 = 30 \cdot 8 + 20 \cdot 14 = 520$.

Прибыли фирм, входящих в картель, и фирм конкурентного окружения будут равняться соответственно

$z^k = 24 \cdot 8 - \left(50 + 10 \cdot 8 + 8^2/2\right) = 30$,

$z^1 = 24 \cdot 14 - \left(50 + 10 \cdot 14 + 14^2/2\right) = 48$.

Наконец суммарная прибыль всех фирм, действующих на рынке рассматриваемого, достигнет величины

$Z = 30z^k + 20z^1 = 30 \cdot 30 + 20 \cdot 48 = 1860$.

Чтобы показать зависимость цены товара, объема продаж и прибылей фирм, вступивших в картель и действующих самостоятельно, в зависимости от числа фирм, заключивших картельные соглашения, решим аналогичную задачу при nk = 0, 10,20, 30, 40, 49, 50 . Первый случай соответствует ситуации чистой конкуренции (все фирмы действуют самостоятельно), а последний - ситуации монополии (в картель вступают все 50 фирм). Результаты сведем в следующей таблице:

Таблица 3.1. Зависимость экономических показателей от степени монопольной власти

n_k	p	q^k	q^1	Q^k	Q^1	Q	z^k	z^1	Z
0	21.43		11.43		571.43	571.43		15.31	765.31
10	21.67	10	11.67	100	466.67	566.67	16.67	18.06	888.89
20	22.44	8.89	12.44	177.78	373.33	551.11	21.11	27.43	1245.19
30	24	8	14	240	280	520	30	48	1860
40	26.97	7.27	16.97	290.91	169.70	460.61	46.97	93.99	2818.64
49	32.41	6.72	22.41	329.41	22.41	351.82	78.05	201.08	4025.59
50	33.33	6.67		333.33		333.33	83.33		4166.67

Из таблицы видим, что уже объединение в картель 10 фирм может в некоторой степени повысить их прибыли. В то же время, фактором, разрушающим картель, является то, что для оставшихся вне картеля фирм прибыли гораздо выше. Особенно явно это можно наблюдать на примере единственной фирмы, вышедшей из картеля, - ее прибыли увеличиваются более, чем в 2.5 раза. Данный исход можно в некоторой степени предотвратить на основе стратегии "зуб за зуб" - когда одна из фирм пытается смошенничать, остальные снижают цены, чтобы наказать отступника. При этом снижение цен должно восприниматься не как заявка на увеличение доли рынка, а лишь как знак конкуренту воздержаться от ценовой войны - если тот исправляется и начинает сотрудничать, по стратегии “зуб за зуб” остальные фирмы поднимают цены до первоначального уровня.

3.3. Анализ моделей олигополии с барьерами входа. (Обзор моделей)

Под входным барьером будем понимать всё, что позволяет укоренившимся фирмам получать сверхприбыли без угрозы входа. Иногда барьеры ставит государство. Примерами этого могут быть лицензии, патенты, разрешения на деятельность. Но чаще возведение барьеров осуществляют сами фирмы, находящиеся на рынке. Джой Бэйн в [13]выделил четыре элемента рыночной структуры, которые влияют на способность ограничивать вход на рынок:

1. Абсолютные преимущества в издержках. Укоренившиеся фирмы в состоянии установить цену на уровне ниже минимума средних издержек фирм-последователей. Это полностью блокирует вход конкурентов в отрасль.

2. Положительный эффект масштаба. Более низкие издержки на единицу продукции могут быть достигнуты за счет большего объема выпуска

[13] . Bain J. Barriers to New Competition. - Harvard University Press, 1956.

укоренившихся фирм (часто единственной). При входе конкурентов на рынок, они занимают только часть рынка, и на этих объемах не в состоянии получить экономическую прибыль.

3. Преимущества продуктовой дифференциации. Для избежания острой ценовой конкуренции фирмы стремятся дифференцировать свои продукты. Поэтому потенциальные новички ищут на рынке незаполненные ниши. Чтобы ограничить вход, укоренившиеся фирмы могут попытаться заполнить все пространство продуктов, не оставив ни одной свободной прибыльной зоны.

4. Потребности в капитале. Новички могут столкнуться с трудностями в поисках финансирования из-за риска для кредиторов. Во-первых, банки менее склонны предоставлять кредиты новичкам, нежели известным фирмам. Во-вторых, их росту могут препятствовать убытки, причиняемые укоренившимися фирмами в целях ограничения возможности в поисках финансирования для новых инвестиций.

Бэйн также предложил различать три возможных ситуации, сложившиеся на рынке относительно угрозы входа новичков:

1. Блокированный вход. Укоренившиеся фирмы конкурируют, не обращая внимания на возможный вход новичков. Но даже отсутствие специальных мер, ограничивающих вход, не делает рынок привлекательным для новых фирм. Угроза входа практически отсутствует.

2. *Сдерживаемый вход.* Вход невозможно блокировать, но укоренившиеся фирмы модифицируют свое поведение так, чтобы эффективно мешать входу.

3. *Предоставляемый вход.* Укоренившиеся фирмы (каждая в отдельности) находят более выгодным позволить новичкам войти, нежели возводить дорогостоящие входные барьеры.

3.3.1. Модель Бэйна

Выбор стратегии поведения в многопериодной модели Бэйна[14] осуществляется на основе сравнения дисконтированной ценности потока прибыли, которую получит укоренившаяся фирма, препятствуя входу потенциальных конкурентов (при этом угроза входа отсутствует или незначительна), и потока прибыли, который фирма получит, максимизируя прибыль в краткосрочном периоде (вход конкурентов вероятен). Очевидно, что выбор между двумя стратегиями будет зависеть не только от размера прибыли в том и другом случае, но и от дисконтирующего множителя δ, отражающего предпочтения фирмы по отношению к будущим и текущим суммам денег, и от уровня

[14] . Bain J. Barriers to New Competition. – Harvard University Press, 1956. 21

хозяйственного риска. Чем ниже дисконтирующий множитель и выше уровень хозяйственного риска, тем предпочтительнее оказывается стратегия максимизировать сегодняшнюю прибыль, не обращая внимания на угрозу потенциального входа.

3.3.2. Модель Модильяни

В модели Модильяни[15] формализована ситуация относительного преимущества в издержках, связанного с положительным эффектом масштаба. Эта модель, в частности, адекватно описывает ситуацию в отрасли, характеризующейся высокими постоянными издержками, которые делают невыгодной работу на небольших объемах производства. Обратим внимание, что модель Модильяни предусматривает низкую скорость входа новых фирм на рынок: лидер успевает назначить ограничивающую вход цену. Если бы новые фирмы могли войти в отрасль мгновенно, ничто не препятствовало бы им поменяться местами со старой фирмой, назначив еще более низкую цену. Хотя это ничего не меняет с точки зрения результатов модели: количество производителей в отрасли остается прежним. Уровень ограничивающей вход цены зависит от превышения цены над уровнем издержек при

[15] Modigliani F. New Development on the Oligopoly Front // Journal of Political Economy. – 1958. – V.66. – P.215-232.

минимально эффективном выпуске. Чем больше уровень минимально эффективного выпуска по отношению к размеру рынка и чем меньше эластичность спроса, тем больше возможности для отклонения цены от уровня издержек и тем выше возможности проводить политику ограничивающего вход ценообразования.

3.3.3. Модель Спенса

Модель Спенса[16] развивает идеи, заложенные в моделях количественной олигополии Курно и Штакельберга. Модель Спенса можно интерпретировать как модель последовательного выбора мощностей. Это означает, что, хотя конкуренция на продуктовом рынке определяет рыночную цену в краткосрочном периоде, в долгосрочном периоде фирмы конкурируют в накоплении мощностей. Преимущество укорененности (возможность раннего накопления капитала) побуждает укоренившиеся фирмы накапливать большие мощности. При этом покупка оборудования, если она наблюдается соперниками, может иметь стратегические последствия: конкуренты могут интерпретировать ее как сигнал о потенциально возможном снижении цены и, как следствие, низкой прибыльности рынка, и могут снизить

[16] Spence M. Capacity, Investment and Oligopolistic Pricing // Bell Journal of Economics. – 1977. – V.8. – P.534–544.

масштаб своего входа или вообще не появиться в отрасли.

3.3.4. Модель Милгрома–Робертса

В модели Милгрома-Робертса[17] учитывается асимметрия информации. Укоренившаяся фирма назначает низкую цену не потому, что имеет большие производственные мощности, а потому, что пытается передать информацию о том, что, либо спрос, либо ее предельные издержки низки, а, следовательно, вход в отрасль малоприбылен.

3.3.5. Грабительское ценообразование доминирующей фирмы

Доминирующая фирма может использовать ценовую политику для создания барьеров входа и укрепления своего лидерства на рынке. С этой целью она готова даже пожертвовать краткосрочной прибылью, назначая цену на уровне, близком к средним издержкам. Для усиления монопольной власти доминирующая фирма может пойти еще дальше – назначить цену ниже уровня средних и даже средних переменных издержек,

---

[17] Milgrom P., Roberts J. Limit pricing and Entry under Incomplete Information // Econometrica. – 1980. – V.50. – P.443–460.

проводя политику грабительского (или «хищнического») ценообразования.

Грабительское ценообразование предусматривает назначение цены намного ниже средних издержек производства фирм конкурентного окружения. Для того чтобы при этом сама фирма-лидер не несла потери, она должна обладать значительным преимуществом в издержках. Для фирм последователей политика грабительского ценообразования ведет к разорению и вытеснению с рынка. Эта политика может использоваться доминирующей фирмой для «расчистки» рынка, поглощения конкурентных фирм и превращения доминирующей фирмы в монополию. Эффективность грабительского ценообразования зависит от соотношения средних издержек доминирующей фирмы и фирм-конкурентов, а также от высоты входа в отрасль. После вытеснения конкурентов с рынка отсутствие или низкий уровень барьеров входа приведет к проникновению на рынок новых конкурентов. Грабительское ценообразование в этом случае может превратиться в ценовую войну, не обеспечивающую доминирующей фирме прибыли в долгосрочном периоде. Грабительское ценообразование эффективно для фирмы тогда, когда, выполнив свою задачу – устранение конкурентов, оно уступает место монопольной цене.

Ограничения в использовании барьеров входа

Несмотря на кажущуюся простоту ценообразования, ограничивающего вход, его применение на практике ставит перед фирмами ряд проблем, которые снижают эффективность этой политики как метода установления барьеров входа.

1. Доминирующая фирма должна точно оценить издержки как своего производства, так и производства потенциальных конкурентов, а также условия спроса (прежде всего ценовую эластичность рыночного спроса). Если доминирующая фирма переоценивает свое преимущество в издержках и назначает слишком низкую цену, вход будет предотвращен, но фирма потеряет какую-то часть прибыли. Если доминирующая фирма недооценит преимущество в издержках и назначит слишком высокую цену, проникновение новых фирм не будет предотвращено.

2. Для того чтобы ценообразование, ограничивающее вход, было эффективным, доминирующая фирма должна поддерживать величину выпуска в отрасли на соответствующем уровне. Фирма должна таким образом установить свой объем продаж, чтобы суммарный выпуск всех продавцов оказался в точности равен уровню, способному эффективно ограничить вход. Однако заранее определить не только свою рыночную долю, но и долю фирм-последователей

чрезвычайно непросто, поскольку в отраслях существуют значительные расхождения в издержках производства между фирмами, а объем спроса никогда не бывает устойчивым в течение длительного периода.

3. Модель ценообразования, ограничивающего вход, исходит из того, что потенциальный конкурент полагает объем выпуска доминирующей фирмы неизменным. Однако на практике новая фирма может рассматривать случай, когда доминирующая фирма будет вынуждена сократить свой выпуск после проникновения конкурента в отрасль, особенно если новая фирма представляет собой крупный диверсифицированный концерн. В таком случае ценовая война является опасной и для доминирующей фирмы. Для предотвращения такой ситуации доминирующая фирма может назначить цену на уровне, максимизирующем краткосрочную прибыль, и попытаться предотвратить вход новых фирм с помощью угрозы снижения цены до ограничивающего уровня в случае их входа Исход здесь решает способность доминирующей фирмы убедить потенциальных конкурентов в реальности осуществления угрозы. Это возможно, например, путем создания репутации агрессивного конкурента или использования преимуществ асимметрии информации в отношении внутренних условий отрасли – издержек производства, в первую очередь.

4. Ценообразование, ограничивающее вход, неэффективно в условиях быстро растущего спроса и в отраслях с высокой скоростью технологических инноваций, поскольку быстро меняющаяся окружающая среда не дает доминирующей фирме возможности адекватно определить уровень цены, ограничивающей вход. Кроме того, проникновение в такие отрасли часто преследует цель роста фирмы, а не прибыли как таковой, что делает цену менее значимым параметром экономической деятельности фирмы.

5. Существует асимметрия информации об издержках – отнюдь не очевидно, что действующая фирма знает структуру и уровень издержек на единицу продукции потенциальных конкурентов. В этом случае эффективность политики, ограничивающей вход, ставится под вопрос: чем больше фирма ошибется в определении издержек потенциального конкурента, тем выше возможность того, что она не сможет предотвратить его вход в отрасль. Тогда ограничивающее вход ценообразование будет гораздо менее эффективной политикой, нежели максимизация краткосрочной прибыли. С другой стороны, если потенциальные конкуренты хорошо информированы об уровне издержек действующей в отрасли фирмы, ей нет необходимости понижать цену для предотвращения входа: достаточно того, что фирмы последователи верят в возможность этого.

Заключение

Проведённое исследование позволяет нам сделать некоторые выводы по характеру формирования стратегий фирм в условиях олигопольной конкуренции:

1.Теория отраслевых рынков охватывает всё многообразие стратегий поведения фирм на различных рынках в разных условиях конкурентной борьбы. Учитывая это, одним из методов формирования стратегии поведения является моделирований рыночных ситуаций.

2. Необходимость количественного выражения отношений субъектов рыночных отношений была осознана ещё в XIX-м веке, но глубоко изучены начиная с конца XX-го века. Учёными были разработаны теории и математические модели, описывающие такие факторы, как состояние равновесия рынка, количество субъектов, условия конкуренции, а также факторы формирования конкурентного преимущества.

3. Одним из самых распространённых состояний конкуренции является олигополия, которая характеризует активное участие ограниченного числа субъектов в обеспечении равновесного состояния рынка. Кроме того, модели олигопольного рынка отражают только рыночные факторы конкуренции без участия государственного регулирования.

4. Анализ наиболее распространённых моделей показывает, что рыночные позиции олигополистов постоянно совершенствуются, так что использование разных моделей олигополии, созданных в своё время учёными-экономистами также требует дополнения и развития. В частности, нами предложены усовершенствованные математические подходы к модели дуополии, а также предложения к формированию ценовой стратегии олигополистов в условиях конкуренции без сговора. Изучение дополнительных условий к модели Штакельберга, Курно и Бертрана также способствуют развитию современных взглядов на количественной и ценовое моделирование стратегического поведения олигополистов.

Мы считаем, что приведённый анализ и разработанные предложения будут способствовать развитию теоретических и практических аспектов теории отраслевых рынков в Узбекистане.

Список использованной литературы.

1.Мирзиёев Ш.М. Критический анализ, жёсткая дисциплина и персональная ответственность должны стать повседневной нормой в деятельности каждого руководителя. - Ташкент: «Узбекистон», 2017. – 104 с.

2.Мирзиёев Ш.М. Обеспечение верховенства закона и интересов человека – гарантия развития страны и благополучия народа. - Ташкент: «Узбекистон», 2017. – 48 с.

3.Мирзиёев Ш.М. С нашим многонациональным трудолюбивым народом мы вместе свободное демократическое и процветающее государство. - Ташкент: «Узбекистон», 2017. – 488 с.

4.Указ Президента Республики Узбекистан Шавката Мирзиёева № УП-4947 от 7 февраля 2017 г. «О стратегии действий по дальнейшему развитию Республики Узбекистан».

5.Вурос А.Д., Розанова Н.М. Экономика отраслевых рынков. – М.: ТЕИС, 2000.

6.Авдашева С.Б., Розанова Н.М. Теория организации отраслевых рынков. – М.: Магистр, 1998.

7. Cournot A. Recherches sur les Principes Mathematiques de la Theorie des Richesses. – 1838.

8.Carlton D., Perloff J. Modern Industrial Organization. – Addison-Wesley, 2000.

9. Hotelling H. Stability in Competition // Ibid. – 1929. – V.39. – P.41–57.

10. Chamberlin E. The Theory of Monopolistic Competition. – Harvard University Press, 1933.
11. Bertrand J. Theorie Mathematique de la Richesse Sociale // Journal des savants. – 1883. – P.499–508.
12. Axelrod R. The Evolution of Cooperation. – Basic Books, 1984.
13. Edgeworth F. La Teoria Pura del Monopolio // Giornale Degli Economisti. – 1897. – №40. – P.13–31.
14. Beckman M. Edgeworth-Bertrand Duopoly Revisited // Operation Research-Verfahren, III. – Verlag, 1967.
15. Levitan R. Shubik M. Price Duopoly and Capacity Constraints // International Economic Review. – 1972. – V.13. – P.111–122.
16. Salop S. Monopolistic Competition with Outside Goods // Bell Journal of Economics. – 1979. – V.10. – P.141–156.
17. Филатов А.Ю. Модель ценовой олигополии с несовершенной эластичностью спроса // Теория и методы согласования решений. – Новосибирск: Наука, 2009 – С.130–145.
18. Филатов А.Ю. Картель и конкурентное окружение: особенности рынка, зависимость экономических показателей от степени монопольной власти» // Методы исследования и моделирования технических, социальных и природных систем. – Новосибирск: Наука, 2004. – С.214–220.
19. Bain J. Barriers to New Competition. – Harvard University Press, 1956..
20. Modigliani F. New Development on the Oligopoly Front // Journal of Political Economy. – 1958. – V.66. – P.215-232.

21. Gelman J., Salop S. Judo Economics: Capacity Limitation and Coupon Competition // Bell Journal of Economics. – 1983. – V.14. – P.315–325.
22. Spence M. Capacity, Investment and Oligopolistic Pricing // Bell Journal of Economics. – 1977. – V.8. – P.534–544.
23. Milgrom P., Roberts J. Limit pricing and Entry under Incomplete Information // Econometrica. – 1980. – V.50. – P.443–460.

Илмий нашр

Мусаева Ш.А., Усманов Ф.Ш.

САНОАТ БОЗОРЛАРИ НАЗАРИЯСИДА ОЛИГОПОЛИСТЛАРНИНГ СТРАТЕГИК ХУЛҚИНИ МОДЕЛЛАШТИРИШ

(монография)

Муҳаррир: Ато АҲРОР

Мусаххиҳ: Алишер САБРИЙ
Техник муҳаррир: Меҳринисо РОЗИҚОВА
Саҳифаловчи: Муҳаммадиқбол ИСМОИЛЗОДА

«TURON NASHR» нашриёти.
100129. Самарқанд шаҳри, Хўжа Аҳрор Валий кўчаси, 37-уй.
Тасдиқнома № 4174, (03.09.2020 й.)

Босишга 2021 йил 7 майда рухсат этилди.
Бичими 84x108 1/16 «Times New Roman»
гарнитурасида офсет босма усулида
офсет қоғозида босилди.
7,75 шарт. б.т. 7,0 ҳисоб нашр табоғи.
Адади 100 нусха. 07/05-сон буюртма.

«TURON TA'LIM MARKAZI» босмахонасида чоп этилди.
Самарқанд шаҳри, Хўжа Аҳрор Валий кўчаси, 37-уй.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРАТЕГИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ОЛИГОПОЛИСТОВ В ТЕОРИИ ОТРАСЛЕВЫХ РЫНКОВ

ISBN 978-9943-7052-1-0

TURON nashr