

G. Shadmanova
B. Raxmankulova
X. Karimova



EKONOMETRIKA

O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI

OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA‘LIM VAZIRLIGI

**TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ XO‘JALIGINI
MEXANIZATSIYALASH MUHANDISLARI INSTITUTI**

**G.Shadmanova
B.O. Raxmankulova
X.X.Karimova**

Ekonometrika

Darslik

Toshkent - 2020

“Asian Book House”

Shadmanova G., Raxmankulova B.O., Karimova X.X. Ekonometrika: Darslik. – T.: TIQXMMI, 2020.

Darslik «Ekonometrika» fani o'quv dasturiga muvofiq yozilgan. Unda ekonometrika fani predmeti, maqsadi, vazifalari hamda ekonometrik modellar va ekonometrik modellastirish bosqichlari, modelni yechish ketma-ketligi, yechimni tahlil qilish yo'llari ko'rsatilgan. Darslikda matematik statistika usullari asoslari, ijtimoiy-iqtisodiy rivojlanish jarayonlarini chiziqli va chiziqli bo'lmagan regressiya-korrelatsiya tahlili, ko'p o'zgaruvchili regressiya modeli va unda paydo bo'ladigan multikolleniarlik, avtokorrelatsiya muammolari ularni bartaraf qilish yo'llari hamda prognoz modellarini tuzish, ularning haqqoniyligini baholash usullari misollar bilan ko'rsatib berilgan. Darslik iqtisodiyot sohasi ta'lim yo'nalishlari bakalavriat va magistratura dasturi bo'yicha ta'lim olayotgan talabalar, magistrlar, o'qituvchilar, tadqiqotchilarga mo'ljallangan.

Mas'ul muharrir: Mirzaev S.S.- texnika fanlari nomzodi, dotsent

Taqrizchilar: Muxamedieva D.T. – texnika fanlari doktori, professor

Xudoyorov B. – texnika fanlari doktori, professor

Шадманова Г., Рахманкулова Б.О., Каримова Х.Х. Эконометрика: Учебник – Т.: ТИИИМСХ, 2020.

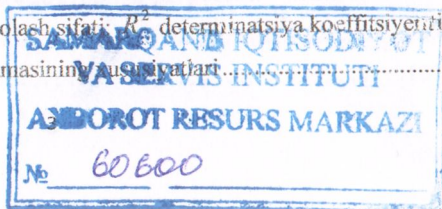
Учебник написан в соответствии с учебной программой по предмету «Эконометрика». В нем описываются предмет, цель, задачи, а также эконометрические модели и этапы эконометрического моделирования, последовательность решений модели и пути анализа результата. В учебнике даны основы математико-статистических методов, линейный и нелинейный регрессионно-корреляционный анализ социально-экономического развития процессов, множественная регрессионная модель и мультиколлинеарность в ней, проблемы автокорреляции и пути их устранения, а также на примере показаны построение моделей прогнозирования, методы оценки их адекватности. Учебник предназначен для бакалавров экономического направления, а также магистров, преподавателей и соискателей.

Shadmanova G., Rahmankulova B.O., Karimova X.X. Econometrics: Textbook- T.: TIHAME, 2020.

The textbook is written in accordance with the curriculum on the subject "Econometrics". It describes the subject, purpose, tasks, as well as econometric models and stages of econometric modeling, the sequence of decisions of the model and ways of analyzing the result. The textbook gives the basics of mathematical and statistical methods, a linear and non-linear regression-correlation analysis of the socio-economic development of processes, a multiple regression model and multicollinearity in it, problems of autocorrelation and ways to eliminate them, as well as an example of building forecasting models, methods for assessing their adequacy. The textbook is intended for bachelors in the economic field, as well as masters, teachers and job seekers.

MUNDARIJA

Kirish	9
I BOB. EKONOMETRIK MODELLASHTIRISH ASOSLARI.....	13
1.1. Ekonometrikaning predmeti, maqsadi va vazifalari.....	13
1.2. Ekonometrik modelning umumiy ko'rinishi va uning sinflari.....	17
1.3. Ekonometrik modellashtrish bosqichlari	20
II BOB. IQTISODIY MODELLAR VA STATISTIK USULLAR	26
2.1. Matematik statistika elementlari	26
2.2. Statistik usullar va tasodifiy o'zgaruvchi tushunchasi	30
2.3. O'rtacha qiymat, matematik kutish	40
2.4. Kovariatsiya va dispersiya	43
2.5. Tanlama dispersiya.....	48
IIIBOB. BIR O'ZGARUVCHILI VA KO'P O'ZGARUVCHILI KORRELYATSIYA TAHLILI	58
3.1. Iqtisodiy ma'lumotlardagi chiziqli statistik bog'lanish tahlili. Funksional va statistik bog'lanish tushunchalari va ularning turlari	58
3.2. Bir o'zgaruvchili korrelyatsiya tahlili. Korrelyatsiya koeffitsiyenti.....	63
3.3. Ko'p o'zgaruvchili va xususiy korrelyatsiya	71
IV BOB. BIRO'ZGARUVCHILI CHIZIQLI REGRESSIYA TAHLILI	81
4.1. Regressiya tahlilining mohiyati.....	81
4.2. Parametrlarni baholashning eng kichik kvadratlar usuli.....	82
4.3. Regressiya koeffitsiyentining aniqligi.....	91
4.4. Regressiya koeffitsiyentining siljimasligi	93
4.5. Modelning haqqoniyligi talablarini tekshirish	94
V BOB. KO'PO'ZGARUVCHILI CHIZIQLI REGRESSIYA TAHLILI	109
5.1. Ko'p o'zgaruvchili chiziqli regressiya modeli.....	109
5.2. Ko'p o'zgaruvchili regressiya koeffitsiyentlarini tuzish va uni izohlash	113
5.3. Ko'p o'zgaruvchili regressiya koeffitsiyentlarining xossalari	118
5.5. Baholash sifati: R^2 koeffitsiyent.....	128
5.6. Multikollinearlik.....	131
5.7. Ko'p o'zgaruvchili regressiyada baholash sifati: R^2 determinatsiya koeffitsiyenti.....	136
5.8. Ko'p o'zgaruvchili regressiya tenglamasining xususiyatlari.....	141



5.9. Kiritilishi mumkin bo'lmagan o'zgaruvchining modelga ta'siri	148
VI BOB. CHIZIQLI BO'LMAGAN REGRESSIYA MODELLARI	162
6.1. Ishlab chiqarish funksiyalari orqali ekonometrik modellash	162
6.2. <i>Ishlab chiqarish funksiyalarining xossalari</i>	179
6.3. <i>Talab va taklifning ekonometrik modellari</i>	179
6.4. Chiziqli bo'lmagan modellarda ko'p o'zgaruvchili regressiya	185
VII BOB. VAQT QATORLARI VA ULARNING TENGLAMALARINI TUZISH	
USULLARI	202
7.1. Vaqt qatorlari va ularning turlari	202
7.2. Vaqtli qatorlar darajasini umumiy tashkil etuvchi hadlari	204
7.3. Trend tushunchasi va uning asosiy turlari	207
7.4. Trendning mavjudligini tekshirish mezonlari	208
7.5. Vaqt qatorlari trendi tenglamalarini tuzish	211
7.6. Trendlar turlarini aniqlash	222
7.7. Mavsumiy tebranishlar va ularning ko'rsatkichlarini aniqlash usullari	223
VIII BOB. VAQT QATORLARI AVTOKORRELYATSIYASI	249
8.1. Avtokorrelyatsiya va unga bog'liq omillar. Avtokorrelyatsiya sodir bo'lish sabablari	249
8.2. Vaqt qatori avtokorrelyatsiya tushunchasi va uning turlari	256
8.3. Avtokorrelyatsiyani bartaraf qilish yo'llari	259
8.4. Avtokorrelyatsiya modelni noto'g'ri tasniflash oqibati sifatida	262
IX BOB. IQTISODIY KO'RSATKICHLARNI PROGNOZLASHDA EKONOMETRIK	
MODELLARDAN FOYDALANISH	273
9.1. Bashoratlash usullari va ularning turlari.	273
9.2. Eng kichik kvadratlar usuli yordamida olingan bashoratlarga xos xususiyatlar	280
9.3. Bir o'zgaruvchili vaqtli qatorlarni prognozlash usullari.	283

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	9
Глава I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ	
1.1. Предмет, цели и задачи эконометрики.....	13
1.2. Общий вид эконометрической модели и его классы.....	17
1.3. Этапы эконометрического моделирования.....	20
Глава II. ЭКОНОМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ	
2.1. Элементы математической статистики.....	26
2.2. Среднее значение, математическое ожидание	30
2.3. Ковариация и дисперсия	40
2.4. Выборочная дисперсия.....	43
Глава III. КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ	58
3.1. Анализ линейной статистической зависимости экономических данных. Понятия функциональной и статистической зависимости и их виды	58
3.2. Понятие корреляционного анализа. Корреляционный анализ	62
3.3. Многофакторная и частная корреляция.....	71
Глава IV. АНАЛИЗ ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИИ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ	
4.1. Сущность регрессионного анализа.....	80
4.2. Метод наименьших квадратов оценки параметра	81
4.3. Точность коэффициента регрессии	90
4.4. Несмещенность коэффициентов регрессии	92
4.5. Проверка требований качества оценки.....	93
Глава V. МНОФАКТОРНЫЙ ЛИНЕЙНЫЙ РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ	108
5.1. Многофакторная регрессионная модель	108
5.2. Построение коэффициента многофакторной регрессии и его интерпретации.	112
5.3. Свойства коэффициентов многофакторной регрессии	116
5.4. Качество оценки	125
5.5. Мультиколлинеарность	127

5.6. Оценки качество в множественной регрессии: коэффициент детерминации R^2	129
5.7. Свойства уравнение регрессии.....	133
5.8. Влияние включения в модель переменной, которая не должна быть включена.....	138
Глава VI. НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕГРЕССИОННЫЕ МОДЕЛИ.....	159
6.1. Нелинейные регрессионные модели и приведение их в линейный ..	159
6.2. Свойства производственных функций	165
6.3. Эконометрические модели потребности предложений	176
6.4. Многофакторная регрессия в нелинейных моделях	181
Глава VII. ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ И МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ИХ УРАВНЕНИЕ	
7.1. Временные ряды и их виды	198
7.2 Члены составляющие степень временных рядов	200
7.3 Понятие тренда и его основные виды	203
7.4. Критерии проверки существования тренда	204
7.5. Построение равенство временных рядов	206
7.6. Определение видов тренда	218
7.7. Сезонные колебания и методы определения их показателей	219
Глава VIII. АВТОКОРЕЛЛЯЦИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ.....	256
8.1. Автокорреляция и зависимые от него факторы. Причины появления автокорреляции	255
8.2. Понятие автокорреляции временных рядов и его виды	261
8.3. Пути устранения автокорреляции	263
8.4. Автокорреляция в качестве ошибочной характеристики модели..	266
Глава IX. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В ПРОГНОЗИРОВАНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ.....	276
9.1. Методы прогнозирования и их виды	276
9.2. Свойства прогнозов полученных методом наименьших квадратов..	282
9.3. Методы прогнозирования однофакторных временных рядов	285
Глоссарий.....	288
Списокиспользованнойлитературы.....	294
Приложения.....	297

CONTENT

INTRODUCTION	
Chapter I. THEORETICAL FOUNDATIONS of ECONOMETRIC MODELING	
1.1. Subject, goals and objectives of econometrics	
1.2. General view of the econometric model and its classes	
1.3. Stages of econometric modelling	
Chapter II. ECONOMIC MODELS AND STATISTICAL METHODS	
2.1. Elements of mathematical statistics	
2.2. Statistical methods and the concept of a random variable	
2.3. Covariance and variance	
2.4. Sample variance	
Chapter III. CORRELATION ANALYSIS	
3.1. Analysis of linear statistical dependence of economic data. Concepts of functional and statistical dependence and their types	
3.2. The concept of correlation analysis. Correlation analysis	
3.3. Multifactorial and private correlation	
Chapter IV. LINEAR REGRESSION ANALYSIS WITH ONE VARIABLE	
4.1. The essence of regression analysis	
4.2. Least squares method of estimation of parameters	
4.3. The accuracy of the regression coefficient	
4.4. The deviation of regression coefficient	
4.5. Requirements verification of adequacy of the model	
Chapter V. MULTIVARIATE LINEAR REGRESSION ANALYSIS	
5.1. Multivariate regression model	
5.2. Construction of multivariate regression coefficient and its justification ...	
5.3. Properties of multivariate regression coefficient	
5.4. Intervals of a power of attorney	
5.5. Standard state of regression coefficient	
5.6. Multicollinearity	
5.7 Chapter V Assignments	
Chapter VI. NONLINEAR REGRESSION MODELS	
6.1. Nonlinear regression models and their linear transformation	

6.2.	Multivariate regression in nonlinear models	
6.3.	Regressions are nonlinear in terms of factors, but linear in terms of estimated parameters	
Chapter VII. Time series and methods of constructing their equalities		
7.1	Time series and their types	
7.2	Members constituting the degree of time series	
7.3	the concept of trend and its main types	
7.4.	Rules for checking the existence of a trend	
7.5.	Construction of time series equalities	
7.6.	Defining trend types	
7.7.	Seasonal fluctuations and methods for determining their indicators	
Chapter VIII. TIME SERIES AUTOCORRELATION		
8.1.	Autocorrelation and its dependent factors. Causes of autocorrelation	
8.2.	The concept of time series autocorrelation and its types	
8.3.	Ways to eliminate autocorrelation	
8.4.	Autocorrelation as an erroneous model characteristic	
Chapter IX. THE USE OF ECONOMETRIC MODELS IN FORECASTING ECONOMIC INDICATORS		
9.1.	Forecasting methods and their types	
9.2.	The properties of forecasts obtained using the least squares method	
9.3.	Methods of forecasting one-factor time series	
	Glossary.....	
	The list of references	
	Applications	

KIRISH

Dunyo bo'yicha hozirgi holatning tahlili shuni ko'rsatadiki, kelajakni qurish ta'lim jarayonining modellariga bog'liqdir. Bu modellar turli vositalar, uslublar, texnologiyalar va masofaviy ta'limni o'z ichiga oladi. So'nggi yillarda O'zbekiston Respublikasida jamiyatni axborotlashtirish, axborot-kommunikatsiya texnologiyalarini iqtisodiy va ijtimoiy muhitga, xususan, ta'lim tizimiga keng tatbiq etish bilan bog'liq dolzarb masalalarni hal etishga katta e'tibor qaratilmoqda.

O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 2017-yil 20-apreldagi «Oliy ta'lim tizimini yanada rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risida»gi qarori ta'lim tizimini tubdan yaxshilashga, xalqaro standartlar darajasida kadrlarni tayyorlash mazmun-mohiyatini tubdan qayta ko'rib chiqishga yangi turtki bo'ldi. Mazkur hujjatga muvofiq, mamlakatimizda ta'limning zamonaviy shakllari va texnologiyalarini joriy etish, ta'lim sohalarini iqtisodiyot tarmoqlariga yo'naltirilganligini va mutaxassislarni tayyorlash sohalarini kuchaytirish bo'yicha keng ko'lamli ishlar amalga oshirilmoqda.

Bizga ma'lumki, makroiqtisodiyot, mikroiqtisodiyot va ekonometrika zamonaviy iqtisodiy ta'limning asosini tashkil qiladi. Ayniqsa iqtisodiy ta'lim sohasida ekonometrikaning roli tobora oshib bormoqda. Agar makro va mikroiqtisodiyotning asosiy tamoyillari ancha ilgari ya'ni XVIII asrlarda kiritilgan bo'lsa, ekonometrika esa, iqtisodiy bilimlarning yangi va kuchli rivojlanib borayotgan yo'nalishlaridan biridir. Shuning uchun ham iqtisodiyot bo'yicha Nobel mukofotiga sazovor bo'layotganlarning aksariyat ko'pchiligi ekonometrik tahlil, prognozlarning yangi usullarini, iqtisodiy tizimlarning matematik modellarini yaratganliklari uchun olishdi. Ekonometrika bo'yicha qilingan ishlar XIX asrning oxiri XX asrning boshlarida paydo bo'lgan. 1897-yilda iqtisodiy nazariya matematiklar maktabi asoschilaridan biri V.Paretoning turli mamlakatlardagi aholi daromadlarini statistik o'rganishga bag'ishlangan ishining natijasi e'lon qilindi. Bu ishda Pareto egri chizig'i $y = A(x - a)^{-\alpha}$ berilgan bo'lib, bunda $y - x$ dan

kattabo'lgan daromadga ega kishilar soni; a - eng kam daromad; A na α lar esa statistik usullar orqali aniqlanadigan parametrlardir.

XX asrning boshlarida ingliz statistigi Gukerning bir necha ishlari e'lon qilingan bo'lib, bu ishlarda u Pirson va uning maktabi ishlab chiqqan korrelyatsiya-regressiya usullarida iqtisodiy ko'rsatkichlar orasidagi bog'lanishni aniqlashda, xususan tovar birjasidagi bankrotliklar sonining donning narxiga bog'liqligini o'rgangan. Shu paytgacha Nobel mukofotlari laureatlari bo'lgan iqtisodchilarning deyarlik barchasi ekonometrik tahlil usullarini iqtisodiy jarayonlarga qo'llay olganlar. 2003-yilda amerikalik iqtisodchi Robert Ingl va ingliz iqtisodchisi Klayv Greyndjerlar matematik modellar asosida iqtisodiy vaqtli qatorlarni tahlil qilish usulini ishlab chiqishgan bo'lib, bu usul YaIM o'zgarish tendentsiyasini, iste'mol bahosini, foiz stavkalarini va boshqalarni yaqin kunlar uchun, bir haftaga shuningdek bir yil oldinga prognoz qilishga imkon beradi. Ikkinchi nobel mukofoti sovrindori britaniyalik Klayv Greyndjer ham bu mukofotni iqtisodiyotda vaqtli qatorlarni tahlil qilganligi uchun olgan. Bu yo'nalish amaliy iqtisodiy masalalar yo'nalishi tadqiqotchilari uchun yangi imkoniyatlarni taqdim etadi. Sabab-oqibat bog'lanishlarini tushuntirishda ekonometrik usullar turli xil gipotezalar va aniq iqtisodiy hodisalarning bir-biriga mos kelishini tekshirishga, turli sharoitlar va shartlarda iqtisodiy sub'ektlarning istiqboldagi rivojlanish prognozlarini amalga oshirishga yordam beradi. Xulosa qilib aytadigan bo'lsak ekonometrika fanini yaxshi o'zlashtirib uni o'z tadqiqotlarida qo'llamasdan etuk iqtisodchi olim bo'la olishi qiyin.

Iste'mol nazariyasi, ishlab chiqarish nazariyasi, bozor nazariyalarida talabning, iste'molning funksiyalari qo'llanilib, bu funksiyalarning koeffitsiyentlari berilgan, o'zgaruvchilar esa, daromad va iste'moldan iborat. Ekonometrika talab va iste'molning koeffitsiyentlarini daromad va xarajatlar haqidagi eksperimental ma'lumotlarga asoslangan holda baholashga imkon beradi. Ko'rinib turibdiki, koeffitsiyentlarni baholash statistik xarakterga ega. Ekonometrik bo'lmagan modelda,

misol uchun X va Y o'zgaruvchilar uchun $F(x, y) = 0$ bo'lsin. Bunday farazning qabul qilinishiga sabab, nazariyachilarni faqat doimiy (tasodifiy bo'lmagan) bog'lanishlar qismi qiziqtirib kelgan, chunki doimiy bo'lmagan (tasodifiy) qismi doimiy qismiga nisbatan juda kichik bo'lib, ayrim hollarda etiborga olmasa ham bo'ladi. Ekonometrikaning asosiy masalasi $F(x, y) = 0$ farazning to'g'riligini tekshirishdir. Shuning uchun ekonometrika X va Y larning bog'lanishini quyidagi ko'rinishda: $F(x, y, \varepsilon) = 0$ qidiradi, bu yerda ε - tasodifiy miqdor bo'lib, u ehtimollik qonuniga bo'ysinadi. O'rganilayotgan (2) munosabat quyidagi ko'rinishda bo'ladi: $Y = f(x) + \varepsilon$ bu yerda, $f(x)$ - doimiy qismi; ε - doimiy bo'lmagan qismi;

Ekonometrik masalalarni yechishda kovariatsiya, dispersiya, regressiya, korrelyatsiya tahlillari ishlatiladi.

Ekonometrik modellar va usullar hozirgi vaqtda nafaqat iqtisodiyotda yangi bilimlar olish uchun kuchli instrument, balki prognozlashda, bank ishida, biznesda amaliy qarorlar qabul qilish uchun keng qo'llanilib kelayotgan vositalardan biridir.

Darslikda bakalavriat ta'lim yo'nalishlari bo'yicha talabalar ekonometrika fanidan bilim olishi uchun ekonometrikaning asosiy tushunchalari, tamoyillari, chiziqli va chiziqli bo'lmagan ekonometrik modellar va ularni tuzish, baholash va tahlil etish usullari ko'rib chiqilgan. Ekonometrik modellarni ishlab chiqish, ularning parametrlarini aniqlash va haqqoniyligini baholash usullari va algoritmlari, model tuzish uchun axborot to'plash, jumladan, vaqtli qatorlarning umumiy tavsifi, trend modellarini identifikatsiyalash, prognozlash jarayonlari va usullari hamda talabalar uchun ko'p o'zgaruvchili regressiya tenglamalarining o'ziga xos xususiyatlari, usullari va ularni baholash mezonlari keltirilgan.

Darslikning har bir bobi oxirida biron bir obyekt ijtimoiy-iqtisodiy rivojlanish jarayonlari ko'rsatkichlarini tahlil qilishning ekonometrik modellari statistik ma'lumotlardan foydalanib ishlab chiqilgan va modellarning haqqoniyligi statistik

mezonlar orqali baholangan. Shuningdek, har bir bobda mustaqil tayyorlanish uchun test savollari hamda javoblari berilgan.

Darslikni tayyorlash jarayonida xorijiy hamda mamlakatimiz olimlari tomonidan "Ekonometrika" fani bo'yicha chop etilgan o'quv adabiyotlarida berilgan tushuncha va usullar ketma-ketligini tizimli yondashuv asosida tahlil qilingan va ularni sodda va ko'rgazmali tarzda ifodalashga harakat qilingan.

Darslikni tayyorlashda o'zlarining qimmatli maslahatlarini va amaliy yordamlarini berganliklari uchun professor B.B. Berkinovga, dotsentlar Z.S. Abdullaev, S.S. Mirzaev va ushbu darslikni sinchiklab o'qib, uni yaxshilash bo'yicha o'z fikr-mulohazalarini bildirgan t.f.d., professor D.Muxamedieva, t.f.d, professor B.Xudoyorovlarga o'z samimiy minnatdorchiliklarini bildiradi.

I BOB. EKONOMETRIK MODELLASHTIRISH ASOSLARI

1.1. Ekonometrikaning predmeti, maqsadi va vazifalari

Ekonometrika – tezlik bilan rivojlanib borayotgan ilmiy fandır. Doimiy murakkablashib boruvchi iqtisodiy jarayonlaruni o‘rganish va tahlil qilish usullarini yaratish va rivojlantirish zarurligiga olib kelmoqda. Zamonaviy fanlar o‘z tadqiqotlarida matematik va statistik apparatlarni qo‘llashni kengaytirmoqda. Amaliyotda miqdoriy tahlil va modellashtirish qo‘llanilishi keng tarqaldi.

Hozirda ekonometrikani butun jahon tan oldi. Agar rejali iqtisodiyot davrida balans va optimizatsiya usullari va modellariga ko‘p etibor berilgan bo‘lsa, endilikda bozor iqtisodi tizimiga o‘tilgandan keyin esa, ekonometrik modellarning ahamiyati oshib bormoqda. Faqat ekonometrik modellar asosida iqtisodiy o‘zgaruvchilar emperik bog‘lanishini nazariy umumlashtirish va tadqiq qilish, sifatli prognozni amalga oshirish mumkin.

Ekonometrik bilim iqtisodiy nazariya, iqtisodiy-matematik usullar, iqtisodiy statistika, matematik statistika va ehtimollar nazariyasi fanlarining rivojlanishi va o‘zaro hamkorligi natijasi sifatida ajralib chiqqan va shakllangan. “Ekonometrika” o‘z predmeti, maqsadi va tadqiqot vazifalarini aniq ifoda etadi. Bunda ekonometrikaning mazmuni, uning tarkibi va qo‘llanish sohasi yuqorida sanab o‘tilgan fanlar bilan uzviy bog‘langan.

“Ekonometrika” fanida iqtisodiy hodisalar miqdoriy tavsiflar nuqtai nazaridan o‘rganiladi. Iqtisodiy nazariya fanida esa iqtisodiy hodisalarning sifatii jihatleri o‘rganiladi.

Iqtisodiy qonunlar ekonometrikada tajriba uchun tekshiriladi. Iqtisodiy–matematik usullar fanida esa iqtisodiy qonunlar matematik modellar shaklida o‘z ifodasini topadi.

“Ekonometrika” fanida ijtimoiy-iqtisodiy hodisalar o‘zaro bog‘liqliklarini tahlil va prognoz qilish uchun iqtisodiy statistika vositalari qo‘llaniladi. Iqtisodiy statistika fani esa iqtisodiy ma’lumotlar to‘plash, qayta ishlash va yaqqol natijaviy ko‘rinishda taqdim etiladi.

Iqtisodiy ko'rsatkichlarning katta qismi tasodifiy xususiyatga egaligi tufayli ekonometrikada matematik statistika usuli qo'llaniladi. Matematik statistika fanida tadqiqotning maqsadiga qarab ma'lumotlarni tahlil qilish usullari ishlab chiqiladi.

“Ekonometrika” fanining kelib chiqish tarixi va uning shakllanish bosqichlari I.Eliseeva, S.Kurischeva va boshqalar ilmiy ishlarida keng yoritilgan.

“**Ekonometrika**”– bu iqtisodiy hodisalar va jarayonlar o'zaro bog'liqligining miqdoriy ifodasini o'rganuvchi fan.

P.S'empa (1910) buxgalteriya hisobi ma'lumotlariga algebra va geometriya usullari qo'llansa, xo'jalik faoliyati to'g'risida chuqurroq tasavvurga ega bo'lishi mumkin deb hisoblagan va ilk bor “ekonometrika” atamasini ishlatgan.

Keyinchalik iqtisodchilar «Ekonometrika» atamasi Y.Shumpeter (1923), R.Frish (1930), YA.Tinbergen (1969) tomonidan o'tkazilgan tadqiqotlar natijasida qo'llay boshlashgan. Ushbu atama «ekonomika» va «metrika» so'zlarining birlashtirilishi natijasida paydo bo'lgan. Yunon (grek) tilidan tarjima qilinganda *oikonomos*(iqtisodchi) – bu uy boshqaruvchisi, metrika (*metrihe, metron*) – o'lchov, o'lcham so'zlarini anglatadi.

Iqtisodchi olimlar, ekonometrik tadqiqotlar sohasida nom qozongan mualliflar ekonometrikani ta'riflashga nisbatan turlicha yondashishgan. Quyida ular tomonidan bildirilgan fikrlardan namunalar keltiramiz.

“Ekonometrika” tushunchasiga ta'riflar

Muallif	“Ekonometrika” tushunchasining mazmuni
R. Frish	«...uchta tarkibiy qism – statistika, iqtisodiy nazariya va matematikaning birligi»
S. Grilixes	«...atrofdagi iqtisodiy olamni o'rganish uchun bir vaqtning o'zida ham teleskopimiz, ham mikroskopimiz hisoblanadi»
E. Malenbo	«...apriori iqtisodiy fikrlarni empirik mazmun bilan to'ldiradi»
S. Fisher	«...iqtisodiy o'zgaruvchilar o'rtasidagi o'zaro bog'liqliklarni o'lchash uchun statistika usullarini ishlab chiqish va qo'llash bilan shug'ullanadi»
S. Ayvazyan	«...sifatiy bog'lanishlarga miqdoriy ifoda berish imkonini beruvchi usullar va modellar yig'indisini birlashtiradi»

Mustaqil davlatlar hamdo'stligi (MDH) davlatlari olimlari S.A.Ayvazyan, A.M.Gataulin, V.N.Afanasev, T.A.Dubrova, N.Sh.Kremer, E.M.Chetirkin,

L.N.Demidova, O.P.Krastin, N.P.Tixomirov, I.I.Eliseeva va boshqalar ekonometrika fani bo'yicha o'quv va o'quv-uslubiy adabiyotlarni tayyorlashda muhim hissa qo'shganlar.

O'zbekistonda "Ekonometrika" fanining nazariy va ilmiy-uslubiy asoslarini tadqiq qilishga, ekonometrik yondashuvni iqtisodiyot tarmoqlari rivojlanishini tahlil va prognozlashtirishga, shuningdek axborot tizimlarini yaratishga joriy qilish muammolariga S.G'ulomov, T.Shodiev, B.Xodiev, B.B. Berkinov, Q.Safaeva, O.Abdullaev, B.Salimov, S.Chepel, B.Begalov va boshqalarning ilmiy ishlari bag'ishlangan.

Ekonometrikani ta'riflashga nisbatan ilmiy-uslubiy yondashuvlar tahlili va ekonometrika fanining hozirgi holati ekonometrikaning maqsadini ifodalash imkonini beradi. Ushbu maqsadga muayyan vazifalarni hal etish orqali erishiladi.

Ekonometrika fani va uning tadbiqi bo'yicha ilmiy izlanishlar jahondagi etakchi ilmiy markazlar va oliy ta'lim muassasalarida, jumladan, Massachuset texnologiya instituti (Massachusetts Institute of Technologu, AQSH), Stenford univesiteti (Stanford University (Leland Stanford Junior University), AQSH), Makgil universiteti (McGill University, Kanada), Manchester universiteti (The University of Manchester, Buyuk Britaniya), Buenos-Ayres universiteti (Universidad de Buenos Aires, UBA, Argentina), Texnologiyalar instituti (Institute of Technology Nirma University, Ahmedabad, Hindiston), Moskva davlat universiteti (MGU, Rossiya), Rossiya Xalq xo'jaligi va davlat xizmati akademiyasi (RANXiGS, Moskva), Sankt-Peterburg davlat universitetida olib borilmoqda.

Xorijiy mamlakatlarda olib borilgan tadqiqotlar natijasida texnika taraqqiyoti, inson va asosiy kapitalga investitsiyalarni kiritish, iqtisodiy o'sish, barqaror o'sish davomiyligini ta'minlash modellari asoslab berilgan (Massachusetts Institute of Technologu, AQSH); xorijiy investitsiyalar, ilg'or xorijiy tajribalar asosida ta'lim darajasini va inson kapitalini rivojlantirish, ishlab chiqarish tizimini va mehnat unumdorligini oshirishning ekonometrik yondashuvlari asoslangan (Stanford University (Leland Stanford Junior University), AQSH); makroiqtisodiy barqarorlik, inson kapitali va tarkibiy o'zgarishlar o'rganishning uslubiyoti ishlab chiqilgan,

iqtisodiy o'sishning va ekonometrik modellari ishlab chiqilgan (Universidad de Buenos Aires, UBA, Argentina); ta'lim va davlat institutlarini rivojlantirish asosida iqtisodiy o'sishning inklyuziv jihatlarini bo'yicha ekonometrik modellari ishlab chiqilgan (Prognozlashtirish va makroiqtisodiy tadqiqotlar instituti, O'zbekiston).

Xorijiy mamlakatlar olimlari izlanishlarida iqtisodiy o'sish va uning sifatini oshirish bilan bog'liq qator izlanishlar amalga oshirilgan. Jumladan, iqtisodiy o'sishning ijtimoiy natijalarini rivojlantirish, inklyuziv o'sish kabi barqaror o'sish sifatini mezonlarining tadqiq etish bog'liq izlanishlar sifatida M.Spens va R.Solou, iqtisodiy o'sish va mehnat unumdorligining o'zgarishini o'sish sifatiga ta'siri E.Korso, institutsional birliklarning iqtisodiy o'sish sifatini inklyuziv jihatlariga ta'siri K. Sen, inklyuziv o'sish ko'rsatkichlari va ularni baholashga ekonometrik yondashuvlarning ilmiy-uslubiy jihatlarini P.Vellala, M.Madala, U.Chxattopadhyay ishlarida k, ishsizlikni kamaytirish, savdoni rivojlantirish va mehnat unumdorligini oshirishga qaratilgan makroiqtisodiy siyosat asosida barqarorlikni ta'minlash hamda inklyuziv o'sish jarayonlari Ch.Aoyagi, G.Ganelli, makroiqtisodiy barqarorlik, inson kapitali, tarkibiy o'zgarishlar, xorijiy investitsiyalar va tashqi savdo erkinligi asosida inklyuziv o'sishni ta'minlash masalalari R.Anand, S.Mishra, Sh.J.Peyrislar tadqiqotlarida o'rganilgan. Shu bilan birga, iqtisodiy o'sishning raqobat, tashqi savdo, kapital va aholi sonidagi o'zgarishlar bilan bog'liqligi A.Smit, D.Rikardo, S.Mill, innovatsiya, texnika-texnologiyalardagi o'zgarishlar kabi intensiv jihatlar Y.Shumpeter, investitsiyalar, multiplikator prinsiplari asosida yalpi talab bilan bog'liqligi J.M.Keyns, R.Xarrod, E.Domar, E.Xansen, asosiy kapital va inson kapitalini jamg'arish hamda texnika taraqqiyotini asosidagi barqaror o'sish darajasini baholashning ekonometrik modelari R.Solou, T.Svan, E.Denison, texnika taraqqiyotini endogen omil hisobga olish modellari P.Romer, D.Barro, R.Lukas, S.Rebelo va boshqalarning ilmiy izlanishlarida yoritilgan.

Ekonometrikaning maqsadi— real iqtisodiy obyektlarni modellashtirish va miqdoriy tahlil qilish usullarini ishlab chiqishdan iborat.

Ekonometrikaning asosiy vazifalari quyidagilardan iborat:

- modelni tasniflash, ya'ni empirik tahlil qilish uchun ekonometrik modellarni tuzish;
- modelni sonli (ko'rsatkichlarda) ifoda qilish, ya'ni model asosiga qo'yilgan sonli qiymatlarni baholash;
- model sifatini tekshirish, ya'ni model ko'rsatkichlarining va umuman modelning sifatini tekshirish;
- modelni sonli qiymatlarini prognoz qilish. Ekonometrik modellashtirish natijalariga ko'ra muayyan iqtisodiy hodisalarni prognoz qilish va tavsiyalar ishlab chiqish.

1.2. Ekonometrik modelning umumiy ko'rinishi va uning sinflari

Ekonometrik model ekonometrik modellashtirishning asosiy mexanizmi hisoblanadi. Bunday modelda iqtisodiy obyekt empirik (statistik) ma'lumotlar yordamida tavsiflanib, o'rganiladi. Ekonometrik model obyekt mavjud bo'lishining real sharoitlarini hisobga oladi va iqtisodiyotning umumiy qonunlariga zid kelmaydi. Bunday model bo'yicha oldindan aytishdagi (prognozlash) xatolar berilgan (ma'lum) miqdordan oshib ketmaydi.

Ekonometrik modelning umumiy ko'rinishi quyidagicha ifodalanadi:

$$Y = f(X) + \varepsilon,$$

bu yerda Y – erksiz o'zgaruvchining kuzatilayotgan qiymati (izohlanuvchi o'zgaruvchi, natija);

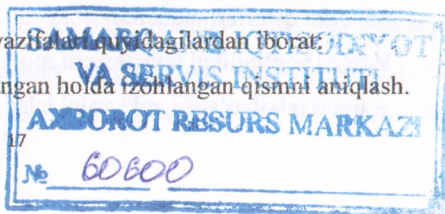
$f(X)$ – erksiz izohlovchi o'zgaruvchilar (omillar) qiymatiga bog'liq bo'lgan izohlangan qism;

ε – tasodifiy tarkibiy qism (xato, og'ish).

Y – tushuntiriluvchi o'zgaruvchi - $X_i (i = 1, \dots, n)$ – tushuntiruvchi o'zgaruvchining berilgan (ma'lum) qiymatlarida ayrim taqsimlanishlarga ega bo'lgan tasodifiy miqdor. Modeldagi izohlovchi o'zgaruvchilar tasodifiy yoki muayyan qiymatlarga ega bo'lishi mumkin.

Ekonometrik modellashtirishning vazifalari quyidagilardan iborat:

1. Tajriba ma'lumotlaridan foydalangan holda izohlangan qismini aniqlash.



2. Tasodifiy miqdor sifatida tarkibiy qismni taqsimlash parametrlarini baholash.

Ekonometrik model ekonometrikaning asosiy vositasi hisoblanib, iqtisodiy hodisalar va obyektlarni tahlil va prognoz qilish uchun mo'ljallangan. Shu munosabat bilan barcha ekonometrik modellarni shartli ravishda uchta sinfga ajratish mumkin.

Ekonometrik modellar sinflari quyidagilarni o'z ichiga oladi:

I. Bir tenglamali regression modellar. Natijaviy belgi, o'zgaruvchili belgilarda funksiya ko'rinishida ifodalangan: $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_k) + \varepsilon$. Izohlangan tarkibiy qism $f(X_1, X_2, \dots, X_k)$ – bu $M_x(Y)$, ya'ni $X_1, X_2, \dots, X_k$ omillarning berilgan (ma'lum) qiymatlarida Y natijaning kutilayotgan qiymati. Regression model tenglamasi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi: $Y = M_x(Y) + \varepsilon$.

II. Bir vaqtli tenglamalar tizimi. Ayniyatlar va ularga o'zgaruvchili belgilar bilan bir qatorda tizimning boshqa tenglamalaridan natijali belgilar kiritilgan regression tenglamalardan tarkib topgan. Ya'ni, tenglamalar tizimida bir o'zgaruvchilar bir vaqtning o'zida bir tenglamalarda tobe o'zgaruvchilar sifatida va boshqa tenglamalarda mustaqil o'zgaruvchilar sifatida ko'rib chiqiladi. Ayniyatlarda parametrlar turi va qiymatlari ma'lum, tenglamalarda parametrlar baholanadi.

III. Vaqtli qatorlarning modellari. Natijaviy belgi vaqt o'zgaruvchisi kattaligining yoki boshqa vaqt davrlariga taalluqli bo'lgan o'zgaruvchilar funksiyasi hisoblanadi.

Yuqorida keltirilgan ekonometrik modellar sinfiga quyidagi misollarni keltirish mumkin.

I. Bir tenglamali regression modellar:

a) Etkazib berish hajmidan bog'liq narx modeli. b) Iste'molchilarning real daromadlaridan alohida tovar narxidan bog'liq talab modeli. Ishlab chiqarish hajmining ishlab chiqarish omillariga bog'liqlik modeli.

II. Bir vaqtli tenglamalar tizimi:

a) Talab va taklif modeli. b) Daromadlarni shakllantirishning Keynes modeli.

III. Vaqt qatorlari modellari:

Vaqtga bog'liqlikni tavsiflovchi modellar:

– trend (aholi o'sishi yoki yalpi ichki mahsulot vaqtli qatori modellari);

- mavsumiylik (hosildorlik, iste'mol, valyuta almashinuvi modellari);
- trend va mavsumiylik (mahsulot ishlab chiqarish va uning iste'moli modeli);

Natijaning boshqa vaqt davrlari bilan sanalgan o'zgaruvchilarga bog'liqligini ifodalovchi modellar:

- taqsimlangan vaqt lagi modeli (sarflangan investitsiyalarni qoplash vaqti modeli).

Ekonometrik modellar o'rganilayotgan obyektlar yoki hodisalarning xususiyatlarini aks ettiradi, masalan:

- ilgari siljish vaqtining xususiyati vaqt qatorlari modellarida foydalaniladi (iqtisodiy hodisalar makonda va zamonda yuz beradi);

- ko'plab iqtisodiy hodisalar dinamik muvozanatining xususiyati bir vaqtli tenglamalar tizimini yechishda qo'llaniladi;

- o'zgaruvchilarning avvalgi, hozirgi va bo'lajak qiymatlari iqtisodiy hodisaning hozirgi holatiga ta'sir etish xususiyati avtoregressiya va avtokorrelyatsiya modellarida, adaptiv prognoz modellarida amalga oshiriladi;

- iqtisodiy hodisaning sababi va oqibati o'rtaidagi vaqtga ko'ra kechikish (lag) xususiyati taqsimlangan lagli modellarda namoyon bo'ladi;

- ko'p sonli iqtisodiy hodisalarning davriylik xususiyati mavsumiy tarkibiy qismli vaqt qatorlari modellarida o'rin tutadi.

Ekonometrik modellashirishda foydalaniladigan ma'lumotlar 2 turga, ya'ni makon(o'rganilayotgan obyekt)ga va zamon davriga ko'ra bo'linadi.

Turli obyektlar bo'yicha aynan bir davr (vaqt) uchun olingan ma'lumotlar to'plami, masalan, mintaqa korxonalarining ishlab chiqarish hajmi, shahar korxonalari va ularda ishlovchi xodimlar soni.

Bir obyektni turli davrlarda tavsiflovchi ma'lumotlar to'plami, masalan, iste'mol narxlarining indeksi, so'nggi yillarda band bo'lganlar soni, investitsiyalar va yalpi ichki mahsulot hajmlari.

Ekonometrik modellashirish obyekti ko'plab belgilar bilan tavsiflanadi. Modeldagi obyekt belgilario'zaro bog'langan bo'lib, yoki natija (izohlanuvchi o'zgaruvchi) rovida yoki omil (izohlovchi o'zgaruvchi) rovida ishtirok etadi. Har

qanday sinf ekonometrik *modelining o'zgaruvchilari* shartli ravishda quyidagi turlarga bo'linadi.

Ekzogen (erkli, x) - ularning qiymatlari modeldan tashqarida beriladi.

Endogen (erksiz, y) - ularning qiymatlari modelning ichida aniqlanadi.

Lag (ekzogen yoki endogen) - bundan avvalgi vaqt davrlari bilan sanasi qo'yiladi va joriy o'zgaruvchilar bilanteng bo'ladi.

Oldindan belgilangan - lag va joriy ekzogen o'zgaruvchilar, lag endogen o'zgaruvchilar.

Har bir sinf ekonometrik modeli oldindan belgilangan o'zgaruvchilarning qiymatlariga qarab joriy endogen o'zgaruvchilar qiymatlarini izohlashga yo'naltirilgan. Modellashtirish tanlangan tadqiqot obyekti hajmiga yoki vaqt uzunligiga bog'liq.

O'zgaruvchi qiymatlarining soni yoki tanlash hajmi model omillarining soniga qaraganda 6-7 marta katta bo'lishi kerak.

Ekonometrik modellashtirish bir qator vazifalarni kompleks tarzda hal etishni o'zida namoyon etadi, shuning uchun butun jarayon bosqichlarga bo'lingan. Bunday bo'lish shartli, biroq ekonometrika mutaxassisi harakatlarining mohiyatini tushunish imkonini beradi.

1.3. Ekonometrik modellashtirish bosqichlari

Ekonometrik modellashtirish bosqichlari quyidagilardan iborat:

1. *Masalaning qo'yilishi*. Tadqiqot maqsadi shakllantiriladi, modelda ishtirok etuvchi iqtisodiy o'zgaruvchilar majmuasi aniqlanadi. Ekonometrik modellashtirish maqsadi o'rganilayotgan iqtisodiy jarayon (obyekt)ni tahlil qilishdan, uning iqtisodiy ko'rsatkichlarini prognoz qilish, hodisaning ekzogen (bog'liq bo'lmagan) o'zgaruvchilarning turli qiymatlarida mumkin bo'lgan rivojlanishining prognozidan, boshqaruv qarorlarini ishlab chiqishdan iborat bo'lishi mumkin. Iqtisodiy o'zgaruvchilarni tanlab olishda ularning har birini nazariy asoslash zarurdir. Tushuntiradigan o'zgaruvchilar funksional bog'lanishga yoki zich Korrelyatsiya bog'lanishga ega bo'lmasligi kerak, chunki bu model parametrlarini baholab

bo'lmalikka (multikolleniarlikka) olib kelishi mumkin. O'zgaruvchilarni tanlab olishda o'zgaruvchilarni qadamba-qadam tanlaq olish prodsedurasidan foydalanish, sifatli belgilarning ta'sirini baholashda esa, belgilangan o'zgaruvchidan foydalaniladi.

2. *Tajribaga asoslanmagan (Modellashtirishgacha ma'lum bo'lgan ma'lumotlar).* O'rganilayotgan obyekt mohiyati tahlil qilinib, modellashtirishgacha ma'lum bo'lgan ma'lumotlar shakllantiriladi va ular formallashtiriladi.

3. *Informatsion.* Iqtisodiy o'zgaruvchilarning qiymatlaridan iborat, zarur statistik axborotlarni yig'ish amalga oshiriladi. Bu yerda aktiv (tadqiqotchi ishtirokida) va passiv (ekonometrist ishtirokisiz) tajriba natijalari asosida olingan kuzatish ma'lumotlari ishlatiladi.

4. *Modeldagi tajriba natijasida olingan ma'lumotlarni tasniflash.* Aniqlangan bog'lanish va munosabatlarni matematik shaklda ifodalanadi, endogen va exogen o'zgaruvchilar tarkibi belgilanadi; model cheklanishlari va dastlabki shartlar shakllantiriladi. Ekonometrik modellashtirish samarasi, ma'lumotlar qay darajada tasniflanganligidan bog'liqdir.

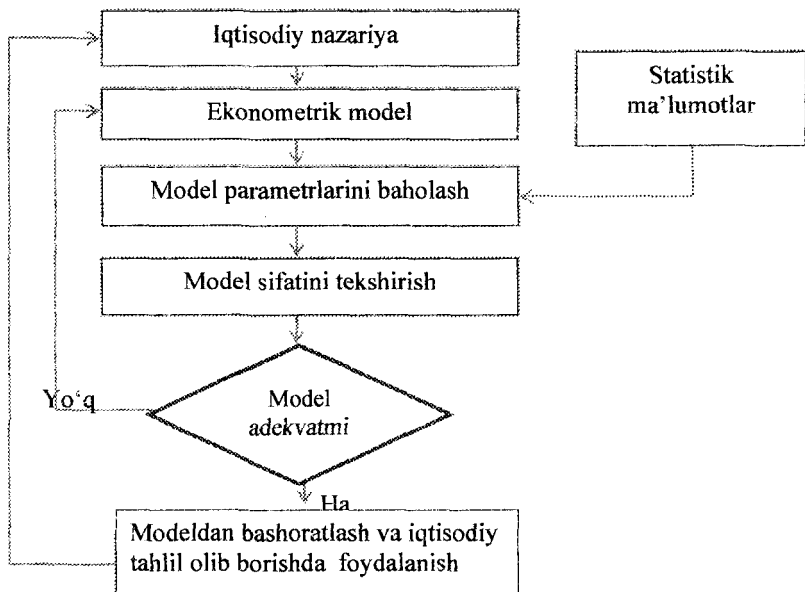
5. *Parametrlash.* Tanlangan bog'lanish parametrlari baholanadi. Bu baho mavjud statistik ma'lumotlar asosida amalga oshiriladi.

6. *Identifikatsiyalash.* Modelning statistik tahlili va ularni baholash amalga oshiriladi.

7. *Verifikatsiyalash.* Modelning adekvatligi, spetsifikatsiyalash, identifikatsiyalash muammosi qanchalik muvaffaqiyatli hal qilingangan, berilgan model bo'yicha hisoblar aniqligi qanaqa, tuzilgan model qanchalik aniq iqtisodiy hodisaga mos kelishi aniqlanadi.

Agar model sifat talablarining barchasi qanoatlantirsa, u holda u prognozlash uchun yoki tadqiqot qilinayotgan jarayonning ichki mexanizmlarini tushuntirishda foydalanilishi mumkin. Model, tadqiqot qilinayotgan ko'rsatkichlar ma'lum bir sonli chegarada yotishi uchun qaysi omillarga qaysi yonalishda va hajmda ta'sir qilish kerakligini aniqlashga, yordam beradi.

Quyidagi chizma ekonometrik tadqiqotning mohiyati va ketma-ketligini namoyish etadi:



Chizma: Ekonometrik modellash tirishning takrorlanuvchi xarakteri

Ta'kidlash lozimki, bir tadqiqot doirasida hal etiladigan vazifalar doirasi qanchalik keng bo'lsa, samarali natija olish imkoniyatlari shunchalik kam bo'ladi.

Ekonometrika fanini o'rganish uchun talaba ehtimollar nazariyasi hamda matematik statistikaning asosiy tushunchalari bilan tanish bo'lishlari shart. Shuning uchun darslikning birinchi bobi shu tushunchalarni o'rganishga bag'ishlangan.

Tayanch so'z va iboralar

“Ekonometrika”, ekonometrik model, ekonometrik modellash tirish, ekonometrik modellar sinfi, o'zgaruvchilar turlari, ekonometrik modellash tirish bosqichlari, verifikatsiya, informatsion, identifikatsiyalash, modelning adekvatligi, statistik tahlil, ma'lumotlarni tasniflash, tushuntiradigan o'zgaruvchilar, tushuntiriladigan o'zgaruvchilar, masalaning qo'yilishi.

I bobga doir savollar

1. Ekonometrikaning rivojlanish tarixi.

2. “Ekonometrika”predmeti, maqsadi va vazifalari.
3. Ekonometrik model – ekonometrik modellashtirish mexanizmining asosi. Modellar sinfi.
4. Iqtisodiy hodisalarni ekonometrik tadqiq etishda ma’lumotlar vao‘zgaruvchilarturlari.
5. Ekonometrik modellashtirishbosqichlari.
6. Aytaylik, sizda daromad va iste’mol orasidagi chiziqli bog`lanishni asoslab berish uchun empirik ma’lumotlar mavjud bo`lsin. Bunday masala iqtisodiy matematikaga oidmi yoki ekonometrikagami?
7. Modelning adekvatligi nima?
8. Qanday adekvatlik kriteriyalarini bilasiz?
9. Modelning qanday o‘zgaruvchilari ekzogen, qanday o‘zgaruvchilari endogen deb aytiladi?

Testlar

1. Ekonometrikaning maqsadi nimadan iborat?
 - a) iqtisodiy ma’lumotlarni yaqqol ko‘rinishda ifodalash;
 - b) real iqtisodiyobyektlarni modellashtirish va miqdoriy tahlil qilish usullarini ishlab chiqish;
 - v) statistik ma’lumotlarni to‘plash va guruhlash usullarinibelgilash;
 - g) iqtisodiy hodisalarning sifatiiy jihatlarini o‘rganish.
2. “Ekonometrika” tushunchasiga qaysi ta’rif mos keladi?
 - a) bu joy va vaqtning muayyan sharoitida yalpi ijtimoiy-iqtisodiy hodisalar va jarayonlarning miqdoriy tomonini o‘rganuvchi fan;
 - b) bu iqtisodiy hodisalar va jarayonlar o‘zaro bog‘liqligining miqdoriy ifodasini o‘rganuvchi fan;
 - v) bu tasodifiy hodisalarning umumiy qonuniyatlari va tasodifiy omillarning ta’sirini miqdoriy baholash usullarinio‘rganuvchi fan.
3. Modelni tasniflash– bu:
 - a) tadqiqot maqsadini belgilashva iqtisodiy o‘zgaruvchi modellarni tanlash;

- b) modelni statistik tahlil qilish va parametrlarining sifatini baholash;
- v) zarur statistik axborotni topish;
- g) empirik tahlil qilish maqsadida ekonometrik modellarni tuzish.

4. Ekonometrikaning qaysi vazifasi modelni parametrlash vazifasi hisoblanadi?

a) ekonometrik modellashtirish natijalariga ko'ra muayyan iqtisodiy hodisalar uchun prognozni tuzish va tavsiyalarni ishlab chiqish;

- b) modelni tuzish parametrlarini baholash;
- v) model parametrlarining va umuman modelning o'zini sifatini tekshirish;
- g) empirik tahlil qilish uchun ekonometrik modellarni tuzish.

5. Model sifatini aniqlash – bu:

a) iqtisodiy modelning turini aniqlash, uning o'zgaruvchilari o'rtasidagi o'zaro bog'liqlikni matematik shaklda ifodalash;

- b) modelning dastlabki shart-sharoitlari va cheklovlarini aniqlash;
- v) model parametrlarining va umuman modelning sifatini tekshirish;
- g) o'rganilayotgan iqtisodiy hodisalarni tahlil qilish.

6. Turli obyektlar haqida bir davr (vaqt) uchun olingan ma'lumotlar to'plami qanday nomlanadi?

- a) vaqtga ko'rama'lumotlar;
- b) makonga ko'rama'lumotlar.
- v) to'g'ri emas.
- g) o'rganilayotgan iqtisodiy hodisalarni tahlil qilish.

7. "Mustaqil o'zgaruvchi" tushunchasining o'xshashini tanlang?

- a) endogen o'zgaruvchi;
- b) omil;
- v) natija;
- g) ekzogen o'zgaruvchi.

8. Ekonometrik modellashtirish bosqichlarining to'g'ri izchilligini toping?

a) masalani qo'yish, aprior, parametrlash, axborot, identifikatsiyalash, verifikatsiyalash;

b) masalani qo'yish, aprior, axborot, parametrlash, identifikatsiyalash, verifikatsiyalash;

v) axborot, masalani qo'yish, aprior, parametrlash, verifikatsiyalash, identifikatsiyalash.

9. Verifikatsiyalashda qanaqa amallar bajariladi?

a) Modelning adekvatligi, spetsifikatsiyalash, identifikatsiyalash muammasi qanchalik muvaffaqiyatli hal qilinganganligi;

b) berilgan model bo'yicha hisoblar aniqligi qanaqa, tuzilgan model qanchalik aniq iqtisodiy hodisaga mos kelishi aniqlanadi.

v) a) va b) javoblar to'g'ri.

g) to'g'ri javob yo'q.

10. Ekonometrik modellashtirish obyekt belgilari o'zaro bog'langan bo'lib, ...

a) yoki natija (izohlanuvchi o'zgaruvchi) rolida yoki omil (izohlovchi o'zgaruvchi) rolida ishtirok etadi.

b) umuman ishtirok etmaydi.

v) Har qanday sinf ekonometrik *modelining o'zgaruvchilari* bo'lmaydi.

g) To'g'ri javob yo'q.

II BOB. IQTISODIY MODELLAR VA STATISTIK USULLAR

2.1. Matematik statistika elementlari

Ushbu bobning maqsadi iqtisodiyotdagi miqdoriy qonuniyatlar va gipotezalarni tadqiqot usullari (tekshirish, asoslash, baholash)ni statistik ma'lumotlarni tahlil qilish asosida o'rganishdan iborat. Bu usullar iqtisodiy hodisalarni miqdoriy jihatdan o'rganuvchi fan-ekonometrikaning tarkibiy qismini tashkil qiladi. Ekonometrika iqtisodiyotdagi miqdoriy qonuniyatlarni iqtisodiy ma'lumotlarni qayta ishlashgamoslashgan ehtimollar nazariyasi va matematik statistika usullari orqali o'rganadi.

Iqtisodiyotdagi qonuniytlar iqtisodiy ko'rsatkichlar bog'lanishlari, ular xulq atvorining matematik modellari ko'rinishida ifodalanadi. Bunday bog'lanishlar va modellar haqiqiy statistik ma'lumotlarni qayta ishlash yo'li bilan ichki mexanizmlar va tasodifiy omillarni hisobga olgan holda olinishi mumkin. Ayniqsa makroiqtisodiyotda ekonometrik tahlil muhimdir, chunki bu yerda miqdorlarning o'zaro bog'liqliklari ko'pincha aniq emas va ular o'zgaruvchidir. Ekonometrik tahlil qarayotgan makroiqtisodiy modellarda bog'lanish shakllarini asoslashga va aniqlashga, makroiqtisodiy ko'rsatkichlarning o'zaro bog'lanish mexanizmlarini yaxshi tushunishga imkon beradi.

Iqtisodiy izlanishlarning asosiy elementi, tahlil qilish va iqtisodiy o'zgaruvchilarning o'zaro bog'lanishini tuzishdan iboratdir. Makroiqtisodiyotda bunday qat'iy funksional o'zaro bog'lanish mavjud emasligi bog'lanishlarni o'rganishda qiyinchilik tug'diradi. Birinchidan, ushbu o'zgaruvchilarga ta'sir etuvchi barcha asosiy omillarni aniqlash juda qiyin. Ikkinchidan, bunday ko'plab ta'sir etishlar tasodifiy, ya'ni tasodifiy miqdorni o'z ichiga oladi. Uchinchidan, iqtisodchilar odatda, turli xil xatolarni o'z ichiga olgan statistik kuzatish ma'lumotlarining cheklangan to'plamiga egadirlar.

Matematik statistika (ya'ni ma'lumotlar bilan ishlash va ularni tahlil qilish nazariyasi) va uni iqtisodda qo'llashdan iborat bo'lgan ekonometrika fani iqtisodiy modellar tuzishda va ularning parametrlarini baholashda, iqtisodiy ko'rsatkichlar va ularning bog'lanish shakllari to'g'risidagi gipotezalarni tekshirishda, va nihoyat asoslangan iqtisodiy qarorlarni qabul qilish uchun imkoniyat yaratuvchi iqtisodiy tahlil va prognozlashning asosi bo'lib xizmat qiladi.

Har qanday ekonometrik tadqiqot nazariya (iqtisodiy model) va amaliyotni (statistik ma'lumotlar) birlashtirish orqali amalga oshiriladi. Nazariy modellardan kuzatilayotgan jarayonlarni tasvirlash va tushuntirish uchun foydalaniladi statistik ma'lumotlar esa, modellarni tuzish, asoslash maqsadida yig'iladi. Bu jarayonlarni amalga oshirishda asosan ehtimollar nazariyasi va matematik statistika asosiy tushunchalaridan foydalanilganligi uchun ulardan qisqacha ma'lumotlarni keltiramiz.

Iqtisodiy modelga tasodifiy miqdorni kiritish va iqtisodiy ma'lumotlar turlari

Odatda, iqtisodiy modelda hisobga olinmagan, miqdori oldindan ma'lum bo'lmagan va tasodifiy funksiya sifatida tasvirlangan barcha miqdorlar obyektga natijaviy ta'sir ko'rsatadi deb taxmin qilinadi. Modelni ifodalash uchun unga barcha hisobga olinmagan aniq omillarning ta'sirini o'zida jamlovchi tasodifiy parametr ε qo'shiladi (odatda additiv yo'l bilan).

Misol, talab funksiyasi modelida: $q = f(p, D) + \varepsilon$ (2.1)

(bu yerda q – talab miqdori, p – narx, D – iste'molchining daromadi) ε o'zgaruvchi talab funksiyasida hisobga olinmagan barcha boshqa omillarning (boshqa tovarlar narxi, moda o'zgarishi, ob-havo va h.k.) ta'sirini aks ettiradi.

Ekonometrikada statistik ma'lumotlar empirik qonuniyatlarni aniqlash va asoslash uchun ishlatiladi. Tadqiqot olib borilayotgan iqtisodiy obyekt amal qilishini xarakterlaydigan aniq miqdoriy ma'lumotlarsiz qo'llanilayotgan iqtisodiy modelning amaliy muhimligini aniqlash mumkin emas.

Iqtisodiy ma'lumotlar odatda ikki turga bo'linadi: o'zaro kesishuvchi ma'lumotlar (cross-section data) va vaqtli qatorlar (time series). O'zaro kesishuvchi

ma'lumotlar bir turdagi obyektlar (firma, mintaqa) uchun olingan iqtisodiy ko'rsatkichlar bo'yicha ma'lumotlardir. Bunda yoki barcha ma'lumotlar biror bir vaqtga tegishli yoki ularning vaqtga bog'liqligi ahamiyatsiz. Vaqtli qatorlar faqat bitta obyektga tegishli bo'lib, lekin ular har xil vaqtda olingan ma'lumotlar bo'lishi mumkin. Birinchi turga, ma'lum bir vaqtda aholi byudjetini tekshirish haqidagi ma'lumotlar kirsa, ikkinchisiga ma'lum bir vaqtda inflyatsiya darajasining o'zgarishi haqidagi ma'lumotlar kiradi. Vaqtli qator ma'lumotlari ketma-ket qiymatlarining ma'lum bir bog'lanishlari va qonuniyatlari orqali xarakterlanadi, masalan, rivojlanish umumiy tendensiyasidan chetga chiqishlar ketma-ketligi o'zaro bog'langan bo'lishi mumkin; bu iqtisodiy ko'rsatkichlardagi bog'lanishlarda kechikishlar (vaqt bo'yicha) qatnashishi mumkin. Bundan bog'lanishlarni tanlangan o'zaro kesishuvchima'lumotlar bilan solishtirish uchun qayta ishlash va tahlil qilishning maxsus usullarini ishlab chiqish zarurligi talab qilinadi.

Iqtisodiy ma'lumotlarni yig'ishdan maqsad qarorlar qabul qilish uchun axborot bazasini yaratishdan iborat. Tabiiyki, ma'lumotlarni tahlil qilish va qarorlar qabul qilish qandaydir intuitiv (aniq bo'lmagan) yoki miqdoriy (aniq) iqtisodiy model asosida o'tkaziladi. Shuning uchun tegishli model uchun kerak bo'lgan ma'lumotlar yig'iladi.

Iqtisodiy ma'lumotlarni yig'ishning har xil usullari mavjud: so'rov, anketada qayd qilish, intervyu olish, rasmiy statistik hisobotdan olish va h.k. Ko'pchilik mamlakatlarda muhim ma'lumotlarni yig'ish, qayta ishlash, tarqatish va chop etish bilan shug'ullanadigan statistik tashkilotlar mavjud. Bu faoliyat bilan ayrim ixtisoslashgan davlat va xususiy agentliklar ham shug'ullanadi.

Iqtisodiy model bilan ishlash uchun ig'iladigan statistik ma'lumotlarni tayyorlashda ikkita muammo kelib chiqadi. Birinchidan, model uchun kerakli

ma'lumotlar bo'lmashligi mumkin. Ikkinchidan (agar barcha ma'lumotlar bo'lsa), ularni aniq model uchun shunday to'g'ri tanlab olish kerakki, bunda ular baholashning umumiy uslubiy bazasiga ega bo'lsin. Kerakli ma'lumotlar bo'lmasa, ular kam hollarda mavjud bo'lganlari bo'yicha hisoblanadi. Masalan, agar inflyatsiya surati (INF) to'g'risidagi ma'lumotlar bo'lmasa, lekin yalpi ichki mahsulot deflyatori (DEF) to'g'risida ma'lumotlar mavjud bo'lsa, inflyatsiya (YaIM bo'yicha) quyidagicha hisoblanadi (%da):

$$INF = \left[\frac{DEF}{DEF_{-1}} - 1 \right] \cdot 100 \quad (2.2)$$

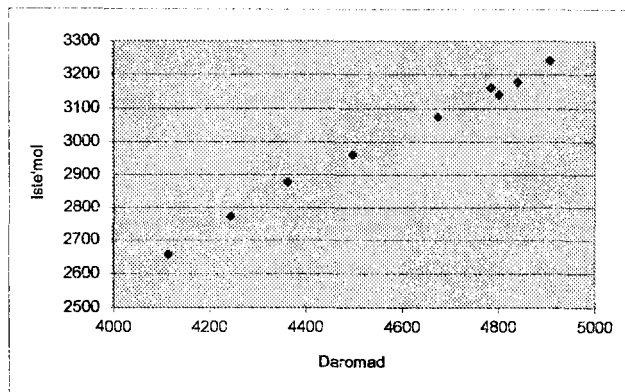
(-1 indeks o'tgan yilni bildiradi).

Agar barcha ma'lumotlar mavjud bo'lsa, u holda model uchun ularni ma'lum bir o'zaro kelishilgan to'plamga aylantirish zarur. Agar pul ko'rinishida ifodalangan bo'lsa, u holda ular barcha joyda bir xil joriy yoki fiksirlangan (biron bir yilga) pul birliklarida bo'lishi kerak. Haqiqiy katta hajmli ko'rsatkichlarga (ya'ni fiksirlangan bahoda) haqiqiy nisbiy ko'rsatkichlar mos kelishi kerak (misol uchun foiz stavkalari inflyatsiya suratiga to'g'rilanishi zarur). Yechilayotgan masalaga mos ravishda umumlashtiruvchi ko'rsatkichlar ham aniqlanadi: yalpi milliy mahsulot (YaMM), yalpi ichki mahsulot (YaIM), yalpi ichki yoki milliy jamg'arma, deflyator IMM yoki YaIM va h.k. Masalan, agar gap ichki ishlab chiqarishda va unga ichki investitsiyalarning ta'siri to'g'risida borsa, umumlashtiruvchi ko'rsatkichga ta'sir qiluvchi sifatida YaMM emas YaIM olinishi kerak.

To'plangan ma'lumotlar turli: jadval, diagramma, grafik ko'rinishida berilishi mumkin. Iqtisodiy modelni aniq ko'rinishda ifodalab, masalan, umumiy iste'mol daromad o'sishi bilan chiziqli o'sadi deb taxmin qilib, tekshirilayotgan modelga shu iqtisodiy ko'rsatkichlar bo'yicha ma'lumotlar, ya'ni umumiy iste'mol va umumiy daromad bo'yicha ma'lumotlarni yig'ishimiz kerak. Buni biror bir davlatning milliy hisobdagi biror bir vaqt oralig'idagi yillik ma'lumotlarini olib ko'rish mumkin. Bu ma'lumotlar jadval ko'rinishida berilgan bo'lishi mumkin: jadvalda jadvalda AQShning, 1987-yildagi bahoda (mlrd. dollar) YaIM (daromad) va shaxsiy iste'mol xarajatlar hajmi bo'yicha ma'lumotlar keltirilgan:

<i>Daromad</i>	3860	4114	4243	4362	4497	4674	4801	4840	4784	4907
<i>Iste'mol</i>	2533	2657	2772	2878	2961	3075	3141	3178	3161	3243

Bu ma'lumotlar koordinata tekisligida nuqta ko'rinishida ham berilishi mumkin (tarqalish diagrammalari):



Tayyorlangan ma'lumotlar analitik (biror bir matematik model, misol $CONS = a + bGDP + e$ ko'rinishdagi tenglama) yoki grafik ko'rinishida (misol, $CONS$ GDR tekisligidagi to'g'ri chiziq) bo'lishi mumkin. Bu yerda $CONS$ – iste'mol, GDP – YaIM (daromad). Bunda qator muammolar kelib chiqadi, bulardan asosiylari nazariy modellarni ma'lumotlar bilan mutanosibligini tekshirish, model parametrlarini baholash va model asosidagi taxmin(gipoteza) larni tekshirish.

2.2. Statistik usullar va tasodifiy o'zgaruvchi tushunchasi

Iqtisodiy izlanishning masalasi iqtisodiy obyektlarning tabiatini aniqlash, uning muhim o'zgaruvchilari orasidagi o'zaro bog'lanish mexanizmini ochishdan iboratdir. Bunday tushuncha berilgan obyektni boshqarish bo'yicha zarur choralarini ishlab chiqish va amalga oshirishga yordam beradi. Buning uchun adekvat masalaga, iqtisodiy ma'lumotlarning tabiati va xususiyatini hisobga oluvchi, o'rganilayotgan iqtisodiy obyekt yoki hodisa to'g'risida sifat va miqdor jihatidan tasdiqlash uchun asos bo'lib xizmat qiluvchi usullar kerak.

Har qanday iqtisodiy ma'lumotlar o'zida biror bir iqtisodiy obyektlarning miqdoriy tavsifini ifodalaydi. Ular hammasi ham tashqi nazoratga bo'ysunmaydigan omillar to'plami ta'siri ostida shakllanadi. Nazorat qilinmaydigan omillar bir qancha qiymatlar to'plami ichidan tasodifiy qiymatni qabul qilishi mumkin. Iqtisodiy ma'lumotlarning stoxastik tabiati, ularga adekvat bo'lgan hamda ularni tahlil qilish va qayta ishlash uchun maxsus statistik usullarning zarurligini taqozo qiladi.

Statistik tahlilning asosiy tushunchalaridan biri, ehtimollik va tasodifiy miqdor (o'zgaruvchi) tushunchalaridir. Tasodifiy o'zgaruvchi deb, tasodifiy omillar ta'sirida bir qancha sonlar to'plami ichidan ma'lum ehtimollik bilan u yoki bu qiymatni qabul qiladigan o'zgaruvchiga aytiladi. Bu shunday o'zgaruvchiki, biz unga ma'lum bir qiymat qo'shib yoza olmaymiz, lekin ma'lum bir ehtimollik bilan qabul qiluvchi bir nechta qiymat berishimiz mumkin. Ayrim hodisalarning ehtimoli deb(misol uchun, ma'lum bir qiymatni qabul qilgan tasodifiy o'zgaruvchidan iborat hodisa) odatda berilgan voqea ro'y berishiga imkon beruvchi mumkin bo'lgan teng ehtimolli ro'y berishlarning umumiy sonidagi ulushi tushuniladi. "Teng ehtimolli ro'y berish" toifasi aniqlanmaydi, u intuitiv ravishda qabul qilinadi. Masalan, tangani otganda "gerbli" yoki "raqamli" tomoni tushushining ehtimoli teng (har birining ehtimoli $1/2$), lekin tangani bir marta otgandagi "gerbli" tomonining tushish ehtimoli, $1/2$ ehtimollik bilan 0 yoki 1 ga teng.

Tasodifiy miqdor X ning (X_q) qiymatlar to'plami va u qabul qiladigan (P_q) ehtimolliklarining barchasini *tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni* deb aytiladi. $P(X)$ funksiya boshqa funksional bog'lanishlar kabi jadval, formula va grafik shaklida berilishi mumkin.

Masalan, o'yin kubigini otganda, ochkolar sonining taqsimot qonuni quyidagi jadval ko'rinishida berilishi mumkin.

X	1	2	3	4	5	6
P	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

Ma'lumki, barcha ehtimolliklar yigindisi birga teng bo'lishi kerak, shunday ekan, o'zgaruvchi bu qiymatlardan birontasini «bir» ehtimollik bilan qabul qiladi deb hisoblaymiz.

Tasodifiy miqdorlar diskret va uzluksiz turlarga bo'linadi. Diskret tasodifiy miqdorlar kuzatish natijalari chekli va sanoqli mumkin bo'lgan sonlar to'plamidan iborat. Uzluksiz tasodifiy miqdorning qiymati mumkin bo'lgan kontinuum qiymatda yotadi. (Ularni sanash mumkin emas deb, taxmin qilinadi). Uzluksiz tasodifiy miqdorlar qiymati kesma, interval, nurda va h.k. da yotadi.

Bo'sh to'plam va tanlama to'plam tushunchalari

Bo'sh to'plam sifatida qaralayotgan bir turdagi predmetlarning barchasini yoki faqat bizni qiziqtirayotgan qismini tushunamiz. Bunday alohida predmet shu to'plamning elementi sifatida namoyon bo'ladi. To'plam cheksiz, chekli yoki umuman bo'sh bo'lishi mumkin. Iqtisodiy masalalarda, bitta bosh to'plamdan olingan bir nechta obyektlarning miqdoriy ko'rsatkichlari yoki bir nechta to'plamlardan olingan obyektlarning xususiyatini solishtirish mumkin.

Misol kub bir marta tashlangan bo'lsa: bosh to'plam-tushishi mumkin bo'lgan 1dan oltigacha bo'lgan raqamlar, obyekt $-i$ -chi ($i=1,6$) ochko tushish hodisasi, miqdor - tushgan ochkoning qiymati.

Bosh to'plamga misol sifatida qaysidir mamlakatning barcha aholisining daromadi to'g'risidagi ma'lumotlar, biror-bir masala bo'yicha aholining ovoz berish natijasi to'g'risidagi ma'lumotlarni olish mumkin. Lekin ko'pincha biz bosh to'plamdan olingan mumkin bo'lgan kuzatishlarning bir qismi to'g'risidagi ma'lumotlarga ega bo'lamiz va bu qiymatlar to'plamini tanlama to'plam deb ataymiz. Shunday qilib, tanlama to'plam deganda, bosh to'plamning bir qismini tashkil etuvchi kuzatishlar yig'indisini tushunamiz.

Masalan bizni har bir g'o'za ko'chatidan olinadigan hosilning o'rtacha og'irligi qiziqtirsin. Bu holda barcha g'o'za poyalar haqidagi ma'lumotlarni yig'ish juda ko'p mehnat va mablag' talab qiladi. Shuning uchun barcha g'o'za poyalarinimas, balki bir

qismini tanlab olish (masalan, 1 ga ni) va ular haqida kerakli ma'lumotlarni yig'ib, xulosalar chiqarish mumkin. Bu yerda barcha g'o'za poyalari bosh to'plam bo'lsa, bizning tanlab olgan qismimiz esa, tanlama to'plamdan iborat bo'ladi.

Chiqarilgan xulosalarning to'la va aniqroq bo'lishi ko'p jihatdan tanlama to'plamning qanday tanlanishiga bog'lik. Shuning uchun tanlama to'plam obyektiv tuzilmasi va iloji boricha bosh to'plamdagi ixtiyoriy element unga kiritilish imkoniyatiga ega bo'lishi kerak.

Tanlama to'plam olingandan keyin undan olingan ma'lumotlar quyidagi ko'rinishdayoziladi: $x_1, x_2, \dots, x_n$.

Tanlama to'plamdagi elementlar soni n ga tanlama hajmi deyiladi. Tanlamadagi x_i larga variantalar deyiladi.

Agar tanlama bosh to'plamning o'rganilayotgan belgilari va parametrlarini yetarlicha to'liq ifodalasa u ishonchli (reprezentativ) deb ataladi. Tanlamaning reprezentativligini ta'minlash uchun quyidagi tanlov usullari qo'llaniladi: oddiy tanlash (birinchi tasodifan uchragan obyekt ketma-ket tanlanadi), tipik tanlash (bosh to'plamda turli xildagi obyektlar reprezentativga proporsional ravishda tanlab olinadi), tasodifiy tanlash, masalan, tasodifiy sonlar jadvali orqali va h.k.

Diskret tasodifiy miqdorlar

Diskret tanlama ma'lumotlar bilan ishlash tartibini biron-bir chorvachilikka ixtisoslashgan fermer xo'jaligining go'sht uchun boqilgan mollarni bozorda 10 kun davomida sotish hajmi misolida ko'rib chiqamiz.

Aytaylik, berilgan jadvalning birinchi qatorida sotish hajmi ko'rsatilgan bo'lsin. Kuzatish ma'lumotlari $n=10$ kuzatishdan iborat bo'lgan tanlamadan iborat bo'lsin. Tanlamadagi ma'lumotlarni tashkil etishning eng soddasi ularni o'sish bo'yicha guruhlashtirishdir, ma'lumotlar bunda kattaligi bo'yicha tartibga tushadi, ya'ni

ketma-ketlik ko'rinishda yozib boriladi: $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)}$, bunda $x^{(1)} \leq x^{(2)} \leq \dots, \leq x^{(n)}$.

Kattaligi bo'yicha tartibga solingan ma'lumotlar ketma-ketligi jadvalning ikkinchi qatorida berilgan. Tanlamaning maksimal va minimal elementlari orasidagi farq $x^{(n)} - x^{(1)} = S$ tanlama ko'lamini deyiladi.

$x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)}$	1,5,5,6,2,5,6,2,6,5					$n = 10$
$x^{(1)} \leq x^{(2)} \leq \dots, \leq x^{(n)}$	1,2,2,5,5,5,5,6,6,6					$S = 5$
$Z_1 \neq Z_2 \neq \dots Z_k$	Z_k	1	2	5	6	$\sum_i$
Absolyut chastotalar	n_k	1	2	4	3	$10 \equiv n$
Nisbiy chastotalar	ω_k	0.1	0.2	0.4	0.3	1
To'plangan chastotalar	Ω_k	0.1	0.3	0.7	1	-
Taqsimot funksiyasi	$F_k(z)$	0	0.1	0.3	0.7	-

Tanlamani tashkil etishning keyingi bosqichi chastotalarni sanashdir, bunda ular bilan birga tanlamaning har xil $Z_1, Z_2, \dots, Z_k$ elementlari uchraydi, bu yerda $k \leq n$ -tanlama tarkibida bo'lgan turli xil raqamlar soni. Ushbutanlama 4 taturlisonlarni o'zichigaoladi: $Z_1 = 1, Z_2 = 2, Z_3 = 5, Z_4 = 6$.

Aytmaylik, Z_j soni tanlamadan j marta uchraydi, unda n_j soni Z_j tanlamaning elementlari chastotasi yoki absolyut chastotasi deyiladi. Bu chastotalar jadvalning 4-qatorida keltirilgan. Ma'lumki, absolyut chastota yig'indisi kuzatish chastotasiga teng:

$$\sum_{j=1}^k n_j = n$$

Absolyut chastotalardan nisbiy chastotalarga o'tish oson bo'lib, ularni tanlama hajmi n ga bo'lish kerak: $\omega_j = \frac{n_j}{n}$. Ma'lumki, nisbiy chastotalar yig'indisi birga teng, ya'ni

$$\sum_{j=1}^k \omega_j = 1$$

(Z_j, ω_j) juftlik ketma - ketligiga tanlamaning statistik taqsimoti deyiladi. Odatda statistik taqsimot jadval ko'rinishida yoziladi, birinchi qator Z_j tanlamaning turli elementlaridan, ikkinchisi - ularning ω_j nisbiy chastotalardan iborat.

Kuzatishlar sonining cheksiz o'sishi natijasida Z_j nisbiy chastotalar qiymatlari $P_j = Pr o b\{X = Z_j\}$ ehtimollikka intiladi, tanlamaning statistik taqsimoti esa, X diskret tasodifiy miqdor taqsimot qonuniga o'tadi.

Sotish hajmining olingan statistik taqsimoti sotish hajmining eng katta ehtimolini aniqlash uchun va bundan tashqari, mollar mos zahirasi uchun ham muhimdir.

Chastotalar bilan birga yig'ilgan chastotalar ham hisoblanadi: $\sum_{j=1}^k n_j = N_m$ ular tanlamada berilgan miqdordan kichik va teng bo'lgan tanlamada necha marta uchrashini ko'rsatadi va yig'ilgan nisbiy chastotalar:

$$\sum_{j=1}^k \omega_j = \Omega_m$$

bular jadvalning beshinchi qatorida keltirilgan.

Yig'ilgan chastotalar o'rniga tanlab olingan taqsimot funksiyasi $F_n(x)$

hisoblanadi:

$$F_n(x) = \sum_{r_j < x} \omega_j \equiv \frac{1}{n} \sum_{Z_j < x} n_j \quad (2.3)$$

bunda tanlamaning faqat $Z_j < X$ tengsizlik bajariladigan elementlari uchun chastotalari yig'iladi. Tanlangan taqsimot funksiyasi jadvalning oxirgi qatorida berilgan.

Biror bir ehtimollikga oid tajriba o'tkaza turib, masalan, tangani N marta tashlab, bu tajribani ma'lum bir ro'y berish natijasini hisoblab, aytaylik, N_{gerb} gerbning tushish soni bo'lsa, bu tajribada, «gerb» tomoni tushishlar sonini umumiy soniga nisbatini olgan holda ro'y berish chastotasini aniqlashimiz va buni quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$\frac{N_{gerb}}{N}.$$

$v(A_k)$ hodisa ro'y berishining nisbiy chastotasi deb, A_k hodisa ro'y berishi uchun olingan N_k tajribalar sonining umumiy tajribalar soni N ga nisbatiga aytiladi:

$$v(A_k) = \frac{N_k(A_k)}{N}. \quad (2.4)$$

Yetarli darajada ko'p tajribalar o'tkazgandan so'ng shuni payqash mumkinki, tajribalar soni kam bo'lganda, biror bir hodisaning ro'y berish chastotasi tasodifiy bo'lganday bo'lib, tajribalar soni ko'paygan sari va ma'lum bir darajaga yetgandan keyin uning qiymati barqarorlashadi va bu holat hodisaning ehtimoli deb aytiladi. Rasmiy ravishda, agar ko'rsatilgan limit mavjud bo'lsa, A_k hodisaning ehtimoli $P(A_k)$ quyidagicha yoziladi:

$$P(A_k) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N_k(A_k)}{N}. \quad (2.5)$$

Ehtimolni bunday ifodalash chastota barqaror bo'lganda ma'noga ega bo'ladi. Shunday qilib, ingliz statistigi Pirson, tangani 12000 marta tashlab «gerb» ning ro'y

berish chastotasi taxminan 0,5069 ga, 24000 marotaba tashlaganda esa, 0,5005 ga teng bo'lib, buning natijasida –klassik bo'lgan 0,5 ga yaqin natija olindi.

Endi navbatdagi o'yin kubigini tashlash, oddiy misolini ko'rib chiqamiz. Bu holda har qanday (X) ochkolar sonini tushish ehtimoli (P) 1 dan 6 gacha bir xil bo'lib, u $1/6$ ga teng. Aytaylik, bosh to'plamga jadvalning yuqoridagi taqsimlanishi mos kelsin, pastida esa uning ayrim tanlamalarining empirik taqsimlanishi berilsin.

X	1	2	3	4	5	6
P	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

x_k	1	2	3	4	5	6
w_k	0.16	0.17	0.17	0.16	0.17	0.17

Jadvaldan ko'rinib turibdiki, tanlamaning nisbiy chastotasi nisbiy chastota, ya'ni bosh to'plam ehtimoliga yaqin.

Yuqorida ko'rilgan misolda, ya'ni yirik shoxli mollarni sotish hajmi bilan ham shunday mulohaza yuritish mumkin.

Agar $Z_k=k$ (sotilgan mollar soni)ni Z tasodifiy o'zgaruvchi qiymati sifatida qarasak, Z_k ro'y berish qiymatlarining nisbiy chatotasi kuzatishlar soni yetarlicha ko'p bo'lganda

$$\text{Prob}\{Z = z_n\} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N_R\{Z = z_k\}}{N} \quad (2.6)$$

ehtimolga intiladi.

Nisbiy yig'ilgan chastotalar esa,

$$\text{Prob}\{Z < z\} = \sum_{z_j < z} \text{Prob}\{Z = z_j\} = F_Z(z) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N\{Z < z_k\}}{N} \quad (2.7)$$

ehtimolga intiladi.

Bunga Z diskret tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi deyiladi.

Uzluksiz tasodifiy miqdorlar. Gistogrammalar tuzish

Tarkibida uzluksiz tasodifiy miqdorlar mavjud bo'lgan tanlamalar soni ko'p bo'lganda, ularning elementlari qiymatlar intervallari bo'yicha guruhlanadi. Buning uchun uning barcha qiymatlarini o'z ichiga olgan tanlamalar intervali bir biri bilan kesishmaydigan k ta intervallarga bo'linib, ularning uzunligi hisoblashga qulay bo'lishi uchun bir xil qilib olinadi va xohlagan interval soniga bo'linadi:

$$x = \frac{s}{k} = \frac{x^{(n)} - x^{(1)}}{k} \quad (2.8)$$

Bundan keyin qisman intervallar tanlangandan so'ng, j intervalga tushuvchi n_j tanlamaning elementlari miqdori ya'ni chastotalar aniqlanadi.

Chastotalar bilan birgalikda nisbiy chastotalar, yig'ilgan chastotalar va yig'ilgan nisbiy chastotalar hisoblanadi. Olingan natijalar jadval ko'rinishida yoziladi, birinchi qatorda ketma - ket intervallar chegaralari, ikkinchisida- unga mos chastotalar (absolyut, nisbiy, yig'ilgan va yig'ilgan nisbiy) turadi. Xuddi "nuqtali" tanlamadagiday yig'ilgan chastotalar qiymatlari bo'yicha interval bo'yicha guruhlangan tanlama uchun tanlangan taqsimot funksiyasini tuzish mumkin. Tanlamani aniq tasavvur qilish uchun ko'pincha uning grafigi – chastota va nisbiy chastotalarining gistogrammasidan foydalaniladi. Bu gistogrammalarning har biri j - intervaldagi tanlamaning o'sishi bo'yicha joylashgan

$$\frac{n_j}{\Delta x} \text{ yoki } \frac{\omega_j}{\Delta x}$$

qiymatlarni qabul qiluvchi ayrim- ayrim o'zgarmas funksiyani o'zida aks ettiradi. Bu funksiya eni Δx vabalandligi

$$\frac{n_j}{\Delta x} \left(\frac{\omega_j}{\Delta x} \right)$$

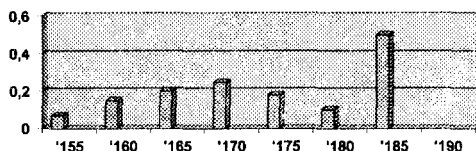
bo'lgan, unga mos intervallardan tuzilgan to'rtburchaklardan tashkil topgan pog'onali shakl ko'rinishida beriladi. j - to'rtburchakning maydoni $\Delta x \cdot \left(\frac{n_j}{\Delta x} \right)$ (yoki ω_j)ga teng, barcha pog'onali shaklning maydoni esa tanlama hajmiga (chastotalar gistogrammasi uchun) yoki birga (nisbiy chastotalar gistogrammasi uchun) teng.

Misol sifatida taqsimot gistogrammasini oliygoth talabalarining bo'yi balandligi bo'yicha ko'rib chiqamiz.

Bo'yi, h	155-160	160-165	165-175	170-175	175-180	180-185	185-195
n_h/n	0.07	0.15	0.20	0.25	0.18	0.10	0.05

Gistogrammada ko'rsatilgan har bir ustunning balandligi bo'y balandligi mos intervalga tushuvchi odamlar soniga proporsionaldir. Faraz qilaylik, ko'rikdan o'tkazish uchun tanlangan 1000 ta talabadan 250 tasining bo'yi 170 dan 175 sm ($170 \leq h \leq 175$) gacha oraliqda.

Nisbiy chastota



U holda gistogrammadagi intervalga mos kelgan ustunning balandligi

hisoblash qulay bo'lsin:

$$h_j \frac{n_{\Delta}}{n} = \frac{n(170 \leq h \leq 175)}{n} = \frac{250}{1000 \cdot 5} = 0.05$$

ga teng, bu ustun maydoni esa $\frac{n_j}{n} = 0.25$ ga teng.

Xuddi yuqoridagi misolga o'xshash agar talaba bo'yining balandligi sifatida H tasodifiy miqdorning qiymati qaralsa, u holda yetarli darajadagi kuzatishlar sonida h_k ni qiymatlarining nisbiy chastotasi $\square \leq H < \square + \Delta$ intervalda yuqoridagi ko'rsatilgan intervalga bo'ylarining qiymati tushish ehtimoli $Pr ob\{\square \leq H < \square + \Delta\}$ ga intiladi, yig'ilgan nisbiy chastotalar esa h ning haqiqiy funksiyasi hisoblanuvchi $Pr ob\{H < \square\}$ ga intiladi va u H uzluksiz tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi $F_H(\square)$ deb aytiladi.

Agar Δ interval uzunligini nolga intiltirsa har bir aniq intervalga tushish ehtimoli ham nolga intiladi. Biroq bu ehtimolning intervalga nisbati bu holda

ehtimolning zichligi deb ataluvchi o'zgarmas miqdorga intiladi. Ehtimolning zichligini, uning birlik uzunligi hisobida, tasodifiy miqdor H ning h nuqtani o'z ichiga olgan cheksiz kichik intervalga tushish ehtimolini amalga oshiruvchi sifatida izohlash mumkin:

$$f(h) = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{Pr ob\{h \leq H < h + \Delta h\}}{\Delta h}.$$

Agar tasodifiy miqdor uzluksiz bo'lsa, ya'ni biror intervaldagi ixtiyoriy qiymatni qabul qilsa, u holda uning uchun ayrim haqiqiy qiymatni qabul qiluvchi ehtimollikni aniqlash mumkin bolmaydi. Shunday ekan har qanday chekli intervalda cheksiz ko'p qiymatlar mavjud bo'lib, ulardan birontasining tushish ehtimoli hamma vaqt nolga teng. Biroq berilgan x miqdordan kichik bo'lgan qiymatni qabul qiluvchi ehtimollik sifatida aniqlanuvchi $F_x(x)$ tasodifiy miqdorning taqsimot funksiyasi:

$$F_x(x) = Pr ob\{X < x\},$$

O'zining ma'nosini uzluksiz tasodifiy miqdor uchun ham saqlaydi.

2.3. O'rtacha qiymat, matematik kutish

Aytaylik, yirik shoxli mollarni sotish tanlama hajmi 10 kun mobaynida: $\{x_k\} = \{1,5,5,6,2,5,6,2,6,5\}$ bo'lsin. Bu tanlama uchun bir kun ichida sotish hajmining o'rtacha qiymatini barcha tanlama ma'lumotlarini qo'shib, ularning soniga bo'lish orqali hosil qilamiz:

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k = \frac{1+5+5+6+2+6+5}{10} = 4.3$$

Agar bu tenglikning o'ng qismidagi yig'ingdiga qarasak, bu yerda undagi ko'p sonlar qaytarilayotganini ko'ramiz. Shu bilan birga tanlamadagi umumiy ma'lumotlar soniga bo'lingan qaytarilish soni tanlamada mos qiymatlar vujudga kelishi chastotasidir. Shunday qilib, o'ratacha qiymatni quyidagicha ham aniqlash mumkin.

$$\bar{X} = \sum_{\{X_i\}} X_k - W_k = 10,1 + 20,2 + 50,4 + 60,3 = 4,3 \quad (2.9)$$

Bunda jamlash tasodifiy miqdorning turli qiymatlari bo'yicha olib boriladi, ushbu misolda $\{X_k\} = \{1, 2, 5, 6\}$ og'irlik sifatida tanlamada uchraydigan bu qiymatlar chastotasi ishtirok etadi. (bunda og'irlik birga teng).

Deyarlik, ko'p kuzatishlar soni n doirasida X_k qiymatlarning W_k chastotalari tegishli $P_k = \text{Pr } o b\{X = x_k\}$ ehtimollikka o'tadi va X diskret tasodifiy miqdorning qabul qilishi mumkin bo'lgan $\{X_k\}$ qiymatlar jadvali va ularga tegishli $P_k = \text{Pr } o b\{X = x_k\}$ ehtimolliklar ko'rinishida berilishi mumkin.

X	X1	X2	...	Xn
P	P1	P2	...	Pn

Matematik kutish yoki bunday tasodifiy miqdorning o'rtacha qiymati (bosh to'plam bo'yicha) X tasodifiy miqdorning barcha mumkin bo'lgan ro'y berishlari o'lchangan yig'indisi orqali aniqlanadi, bu yerda og'irlik sifatida bu ro'y berishlarning ehtimolligi ishtirok etadi, og'irliklar yig'indisi birga teng bo'ladi.

$$M|X| = X_1P_1 + X_2P_2 + \dots + X_nP_n = \sum_k X_k P_k \quad (2.10)$$

Bu X tasodifiy miqdorning sonli xarakteristikasidan iborat bo'lib, u X ning barcha miqdorlariga mos keladi. O'rtacha qiymatning yana boshqa bir ifodalanishi:

$$M[X] \equiv \langle X \rangle \equiv m_X \equiv \mu_{\text{dan iborat.}}$$

Uzluksiz tasodifiy miqdorning matematik kutishi quyidagicha aniqlanadi:

$$M|X| = \int_{-\infty}^{+\infty} x dF_x(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_x(x) dx \quad (2.11)$$

Matematik kutishning xossalari:

Har qanday o'zgarmasa, b , c sonlar uchun quyidagilar o'rinli:

$$M|c| = c$$

$$M|X + b| = M|X| + b$$

$$M|aX| = aM|X|$$

$$M[aX + b] = aM[X] + b$$

Bu xossalr matematik kutish ta'rifidan kelib chiqadi. Agar X va Y tasodifiy miqdorlar bo'lsa, u holda yangi tasodifiy $(X + Y)$, $(X - Y)$, $(X \cdot Y)$, $(\frac{X}{Y})$ miqdorlarnianiqlash mumkin. Har qanday X va Y tasodifiy miqdor uchun

$$M[X + Y] = M[X] + M[Y] \text{ bo'ladi.} \quad (2.12)$$

Matematik kutish (kutilgan, yoki o'rtacha qiymat) ko'pincha tasodifiy natijani xarajat va tushum bilan solishtirish paytida hisoblaniladi, masalan, lotoreyada kutilgan yutuq yoki aksiyadan kutilgan daromad va boshqalarda.

Biz tasodifiy miqdor bilan ish ko'rganda, uning faqat o'rtacha qiymatini aniqlash yetarli bo'lmasdan, balki o'rtacha qiymat atrofida uning tarqalish o'lchamini ham kiritishimiz kerak. Masalan, chorva mollarini sotish hajmini tanlash uchun nafaqat o'rtacha sotilish hajmini, balki uning kundan kunga qanday o'zgarishi mumkinligini bilish kerak. Bunday o'lchamlardan biri dispersiya bo'lib, u tasodifiy miqdorning o'rtacha qiymatidan o'rtacha kvadratik og'ishmasi orqali aniqlanadi.

Kuzatishlar soni n yetarli darajada ko'p bo'lganda X_k qiymatlarning ω_k chastotalari tegishli $P_k = \text{Pr o b}\{X = x_k\}$ ehtimollikka o'tadi va tasodifiy miqdorning o'rtacha qiymatdan og'ishmasini tahlil qilish uchun yangi $Z = (X - \mu)^2$ tasodifiy miqdorni kiritish foydali bo'ladi, bu qiymat X ning o'rtacha qiymat

$\mu \equiv M[X]$ dan kvadratik og'ishmasini ifodalaydi.

Bu tasodifiy miqdorni jadval ko'rinishida ham berish mumkin:

Z	$(X_1 - \mu)^2$	$(X_2 - \mu)^2$	...	$(X_n - \mu)^2$
P	P_1	P_2	...	P_n

Bunday tasodifiy miqdorning matematik kutishi

$$M[Z] = Z_1P_1 + Z_2P_2 + \dots + Z_nP_n = \sum_k Z_kP_k \equiv \sum_k (X_k - \mu)^2 P_k = M[(X - M[X])^2] \quad (2.13)$$

dastlabki tasodifiy miqdor X ning $\mu \equiv M[X]$ o'rtacha qiymatdan o'rtacha og'ishmasini xarakterlaydi va X tasodifiy miqdorning dispersiyasi deb aytiladi va σ^2 yoki $D(X)$ orqali belgilanadi.

2.4. Kovariatsiya va dispersiya

Tanlama kovariatsiya. Tanlama kovariatsiya ikki o'zgaruvchi o'rtasidagi bog'lanishning o'lchami hisoblanadi. Bu tushunchani oddiy misol orqali ko'rsatish mumkin. Jadvalda tanlama O'zbekistonda paxta etishtirish misolida keltirilgan. Tanlama kovariatsiya ko'rsatkichi berilgan bog'lanishni bir xil sonda ifodalashni talab qiladi. Uni hisoblash uchun biz avvalo paxta hosildorligi va unga sarf qilinadigan suv miqdorini olamiz. x orqali suv sarfini va y orqali hosildorlikni belgilaymiz. Shunday qilib, biz, $\bar{x}$ va $\bar{y}$ ni aniqlaymiz, bu tanlama uchun ular mos ravishda 6.3 va 26,4ga teng.

2.1-jadval

Yillar	Suv sarfi, ming m ³ /ga (x)	Hosildorlik, s/ga (y)
1	7,0	27,6
2	7,0	31,2
3	6,4	29,3
4	7,8	30,2
5	7,0	27,6
6	7,5	29,1
7	4,8	26,7
8	2,6	9,4

Paxta hosildorligi va suv sarfi

Undan keyin har bir yil uchun x va y miqdorlarning o'rtachadan og'ishmasini hisoblab ularni ko'paytiramiz. Birinchi yil uchun u $(x - \bar{x})(y - \bar{y})$ ga teng. Bu amalni barcha yillar uchun bajarib, ularning o'rtacha qiymatini topamiz, mana shu topilgan qiymatga tanlama kovariatsiya deb aytiladi.

Yuqoridagi misol uchun amalga oshirilgan hisoblashlar barcha tanlamalar uchun 2.2-jadvalda keltirilgan.

2.2-jadval

Kuzatishlar	x	Y	$(x - \bar{x})$	$(y - \bar{y})$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$
1	7,0	27,6	0.7	1.2	0.84
2	7,0	31,2	0.7	4.8	3.36
3	6,4	29,3	0.1	2.9	0.29
4	7,8	30,2	1.5	3.8	5.7
5	7,0	27,6	0.7	1.2	0.84
6	7,5	29,1	1.2	2.7	3.24
7	4,8	26,7	-1.5	0.3	-0.45
8	2,6	9,4	-3.7	-17	62.9
Yig'indisi	50.1	211.1	-0.3	-0.1	76.72
O'rtachasi	6.3	26.4			9.6

X va Y ikkita o'zgaruvchilar bo'yicha n ta kuzatishlar mavjud bo'lganda ular orasidagi tanlama kovariatsiya quyidagi formula orqali ifodalanadi: $cov(x, y) = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + \dots + (x_n - \bar{x})(y_n - \bar{y})]$ (2.14)

Bu yerda quyidagi belgilashlar kiritiladi: $Cov(x, y)$ - tanlama kovariatsiyasi, $pop \cdot Cov(x, y)$ bosh to'plamdagi X va Y lar kovariatsiyasi, $Var(x)$ -tanlama dispersiyasi, $pop \cdot Var(x)$ bosh to'plam uchun dispersiya.

Kovariatsiyani hisoblashning asosiy qoidalari

Kovariatsiyata'rifidan bevosita kelib chiqadigan bir nechta muhim qoidalar mavjud bo'lib ular quyidagilardir :

qoida. Agar $y = v + w$ bo'lsa, u holda $Cov(x, y) = Cov(x, v) + Cov(x, w)$ bo'ladi.

2-qoida. Agar $y = a \cdot z$ bo'lsa, u holda $Cov(x, y) = aCov(x, z)$ bo'ladi, bu yerda, a - o'zgarmas.

3 -qoida. Agar $y = a$ bo'lsa, u holda $Cov(x, y) = 0$ bo'ladi, bu yerda a - o'zgarmas.

Bu qoidalar bajarilishini misolda tekshirib ko'ramiz.

Oilalar	Oila daromadi (x)	Oziq-ovqat, kiyinish (y)	Oziq-ovqatga xarajat (v)	Kiyim-boshga xarajat (w)	Ikkinchi tanlama: oilaning oziq-ovqat, kiyim-boshga xarajati (z)
1	3000	1100	850	250	2200
2	2500	850	700	150	1700
3	4000	1200	950	250	2400
4	6000	1600	1150	450	3200
5	3300	1000	800	200	2000
6	4500	1300	950	350	2600
Yig'indi	23300	7050	5400	1650	14100
O'rtacha	3883	1175	900	275	2350

1-qoida bajarilishining isboti:

Oltita oila (uy xo'jaligi) bo'yicha ularning yillik daromadi (x) va oziq-ovqat (v), kiyim-bosh(y) ga xarajatlar bo'yicha ma'lumotlar, 2.3-jadvalda keltirilgan.

y v va w ning yig'indisidan iborat. Jadvalda ko'rsatilgan z ning qiymatini hozircha hisobga olinmaydi.

2.4-jadvalda $(x - \bar{x})$, $(y - \bar{y})$, $(v - \bar{v})$ va $(w - \bar{w})$ qiymatlar har bir oila uchun hisoblanadi. Bundan har bir oila uchun quyidagilarni hosil qilamiz: $(x - \bar{x})(y - \bar{y})$, $(x - \bar{x})(v - \bar{v})$ va $(x - \bar{x})(w - \bar{w})$.

Cov (x,y) $(x - \bar{x})(y - \bar{y})$ larning o'rtacha qiymati sifatida olinadi va u 266250 ga teng. Shunga o'xshash Cov (x,y) 157500 ga teng va Cov (x,w) 108750 ga teng. Biz Cov (x,y) Cov (x,v) va Cov (x,w) larning yig'indisidan iborat ekanligini tekshirib ko'rdik.

2.4-jadval

Oilalar	$x - \bar{x}$	$y - \bar{y}$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$	$(v - \bar{v})$	$(x - \bar{x})(v - \bar{v})$	$(w - \bar{w})$	$(x - \bar{x})(w - \bar{w})$
1	-883	-75	66250	-50	44167	-25	22083

2	-1383	-325	449583	-200	276667	-125	172917
3	117	25	2917	50	5833	-25	-2917
4	2117	425	899583	250	529167	175	370416
5	-583	-175	102083	-100	57333	-75	43750
6	617	125	77083	50	30833	75	46250
Yig'indi			1597500		945000		652500
O'rtacha			266250		157500		108750

Shunday bo'lishi kerakligini osonlik bilan ko'rsatish mumkin. i- oilani qaraymiz.

$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$ - bu i- oilaning $Cov(x, y)$ ga qo'shgan ulushi.

$$y_i = v_i + w_i \text{ va } \bar{y} = \bar{v} + \bar{w} \text{ ekan, u holda}$$

$$(x - \bar{x})(y - \bar{y}) = (x_i - \bar{x})(v_i + w_i - \bar{v} - \bar{w}) = (x_i - \bar{x})(v_i - \bar{v}) + (x_i - \bar{x})(w_i - \bar{w}),$$

bo'ladi, shunday qilib, i- oilaning $Cov(x, y)$ ga qo'shgan ulushi $Cov(x, v)$ va

$Cov(x, w)$ larning yig'indisidan iboratdir. Bu barcha oilalar uchun ham to'g'ridir.

2- qoidani isbotlash

2.3-jadvalning oxirgi ustuni (z) 6 ta oiladan iborat ikkinchi to'plam uchun oziq-ovqat va kiyinishga xarajatlarni o'z ichiga olgan. Z ning har bir kuzatish natijasi y ning ikki barobar qiymatini o'zida aks ettiradi. Ikkinchi oila to'plami uchun X ning miqdorlari qiymati xuddi avvalgisidek deb taxmin qilinadi. $Cov(x, z)$ ni hisoblash uchun $(x - \bar{x})$ hamda $(z - \bar{z})$ ning qiymatlari kerak bo'ladi (2.5-jadval).

2.5-jadval

Oilalar	$(x - \bar{x})$	$(z - \bar{z})$	$(x - \bar{x})(z - \bar{z})$
---------	-----------------	-----------------	------------------------------

1	-883	-150	132500
2	-1383	-650	899167
3	117	50	5833
4	2117	850	1700167
5	-583	-350	204167
6	617	250	154167
Yig'indi			3195000
O'rtacha			532500

2.5-jadvaldan ko'rish mumkinki, $Cov(x, z)$ 532500 ga teng bo'lib, u $Cov(x, y)$ ning ikki barobar qiymatiga teng. Shunday qilib, biz $Cov(x, 2y)$ ning $2Cov(x, y)$ bilan mos tushishini tekshirib ko'rdik. Buni osongina tekshirib ko'rish mumkin. Birinchi oilani qaraymiz. $z_1 = 2y_1$ va $\bar{z} = 2\bar{y}$ ga teng ekan, $(x_1 - \bar{x})(z_1 - \bar{z})$ esa $(x_1 - \bar{x})(2y_1 - 2\bar{y})$ ga teng, bundan kelib chiqadiki, u $2(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y})$ ga teng u holda birinchi oilaning $Cov(x, z)$ miqdorga ulushi $Cov(x, y)$ ulushining ikki barobariga teng. Bu boshqa barcha oilalar uchun ham to'g'ri. $(x - \bar{x}) \cdot (z - \bar{z})$ o'rtacha qiymat $(x - \bar{x})(y - \bar{y})$ o'rtacha qiymatining ikki barobariga teng. Shunday qilib $Cov(x, z) = 2cov(x, y)$ bo'lar ekan.

Umumlashtirib, agar $z = ay$ (va bu yerdan $\bar{z} = a\bar{y}$) bo'lsa, u holda

$$\begin{aligned}
 Cov(x, z) &= 2cov(x, y) = \\
 &= \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(z_i - \bar{z}) = \\
 &= \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(ay_i - a\bar{y}) = \frac{a}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = aCov(x, y). \quad (2.15)
 \end{aligned}$$

hosil bo'ladi.

3-qoida bajarilishining isboti

Aytaylik, tanlamada har bir oiladaikkittadan yoshi katta kishilar mavjud, faraz qilaylik anglashilmovchilik tufayli umumiy daromad (x) bilan oiladagi yoshi kattalar

soni (a) larning kovariatsiyasini hisoblamoqchi bo'ldingiz. Haqiqatan ham,

$$a_1 = a_2 = \dots = a_6 = 2$$

ga teng. Shunday qilib, $\bar{a} = 2$. Bundan har bir oila uchun $(a - \bar{a}) = 0$ bo'ladi, bundan kelib chiqadiki, $(x - \bar{x})(a - \bar{a}) = 0$. Shuning uchun ham $Cov(x, a) = 0$ bo'ladi.

Bunday holdagi jadvalning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi.

2.6-jadval

Oilalar	x	A	$(x - \bar{x})$	$(a - \bar{a})$	$(x - \bar{x})(a - \bar{a})$
1	3000	2	-883	0	0
2	2500	2	-1383	0	0
3	4000	2	117	0	0
4	6000	2	2117	0	0
5	3300	2	-583	0	0
6	4500	2	617	0	0
Yig'indi	23300	12			0
O'rtacha	3883	2			0

Bu asosiy qoidalaridan foydalanib, kovariatsiyaning murakkabroq ifodalarini soddalashtirish mumkin. Agar biron bir y o'zgaruvchi uchta o'zgaruvchi (U, V, W) yig'indisidan iborat bo'lsa u holda

$$cov(x, y) = cov(x, u + v + w) = cov(x, u) + cov(x, v + w)$$

yana 1- qoidadan foydalanib,

$$cov(x, y) = cov(x, u) + cov(x, v) + cov(x, w) \quad (2.16)$$

Boshqa misol, agar $y = a + bz$, bo'lsa

bu yerda a va b o'zgarmas, z esa o'zgaruvchi u holda 1,3 va 2 qoidalariga asosan

$$cov(x, y) = cov(x, a) + cov(x, bz) = 0 + cov(x, bz) = b cov(x, z) \quad (2.17)$$

2.5. Tanlama dispersiya

Shu paytgacha «dispersiya» atamasi nazariy dispersiya ma'nosida ishlatilib kelgan (ya'ni butun bo'sh to'plamga tegishli bo'lgan). p ta kuzatish $x_1, \dots, x_n$ lardan iborat bo'lgan tanlama dispersiya tanlamadagi o'rtacha kvadratik og'aniqlanadi:

$$\text{var}(x) = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2$$

Quyidagilarni belgilab olamiz:

1. Shu yo'l bilan aniqlangan tanlama dispersiya nazariy dispersiya s^2 ning siljigan bahosini o'zida namoyon qiladi va u quyidagicha ifodalanadi

$$\frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$$

Bu σ^2 siljimagan bahodan iborat. Bundan kelib chiqadiki, $\text{Var}(x)$ miqdorning kutilgan qiymati $[(n-1)/n]\sigma^2$ ga teng, ko'rinib turibdiki u manfiy siljishga ega. Agar tanlama o'lchami p ko'payib borsa, u holda $(p-1)/p \rightarrow 1$ ga intiladi, shunday qilib, $\text{Var}(x)$ miqdorning matematik kutishi σ^2 ga intilishini kuzatamiz.

2. X o'zgaruvchining nazariy dispersiyasi $\text{pop.var}(x)$ orqali yoki σ_x^2 orqali belgilanadi. Tanlama dispersiya hamma vaqt $\text{var}(x)$ ko'rinishida belgilanadi.

Nima uchun tanlama dispersiya nazariy dispersiya qiymatini o'rtacha kamaytiradi? Sababi shundaki, u haqiqiy qiymatdan emas balki, o'rtacha tanlamadan o'rtacha kvadratik chetlanish sifatida hisoblanadi.

Dispersiyani hisoblash qoidasi

Dispersiyani hisoblashning oddiy qoidalari mavjud bo'lib, u xuddi kovariatsiyani hisoblash qoidasiga o'xshaydi. Bu qoidalarni tanlama va nazariy dispersiyalar uchun ham ishlatish mumkin.

Dispersiyani hisoblashning 1-qoidasi

Agar $y = v + w$ bo'lsa, u holda

$\text{Var}(y) = \text{Var}(v) + \text{Var}(w) + 2\text{Cov}(v, w)$ bo'ladi.

Dispersiyani hisoblashning 2-qoidasi

Agar $y = az$ bo'lsa, u holda $\text{var}(y) = a^2 \text{var}(z)$ bo'ladi, bu yerda a o'zgarmas.

Dispersiyani hisoblashning 3-qoidasi

Agar $y = a$ bo'lsa, u holda $\text{var}(y) = 0$ bo'ladi, bu yerda a o'zgarmas.

Dispersiyaning hisoblashning 4-qoidasi

Agar $y = v + a$ bo'lsa, u holda $\text{var}(y) = \text{var}(v)$ bo'ladi, bu yerda a o'zgarmas. Birinchidan, x o'zgaruvchining dispersiyasi x ning ikkita miqdori orasidagi kovariatsiyasi sifatida qaralishi mumkin:

$$\text{var}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x}) = \text{Cov}(x, x).$$

Bu tenglikni hisobga olgan holda dispersiyaning hisoblash qoidasini keltirib chiqarish uchun tanlama kovariatsiyani hisoblash qoidasidan foydalanishimiz mumkin. Bundan tashqari, tanlama kovariatsiyasi munosabatidan foydalanib $\text{var}(x)$ ni ifodalashning boshqa formulasini hosil qilishimiz mumkin:

$$\text{var}(x) = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 \right] - \bar{x}^2.$$

1-qoidaning isboti

Agar $y = v + w$ bo'lsa, u holda

$$\begin{aligned} \text{Var}(y) &= \text{Cov}(y, y) = \text{Cov}(y, [v + w]) \\ &= \text{Cov}(y, [v + w], v) + \text{Cov}(y, [v + w], w) \end{aligned}$$

kovariatsiyaning 1-qoidasiga asosan,

$$\begin{aligned} \text{Cov}(v, v) + \text{Cov}(w, v) + \text{Cov}(v, w) + \text{Cov}(w, w) \\ = \text{Var}(v) + \text{Var}(w) + 2 \text{Cov}(v, w) \end{aligned}$$

2-qoidaning isboti

Agar $y = az$ bo'lsa, bu yerda a o'zgarmas, u holda kovariatsiya 2-qoidasini ikki marotiba ishlatish orqali, quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} \text{Var}(y) &= \text{Cov}(y, y) = \text{Cov}(y, az) = a \text{Cov}(y, z) = a \text{Cov}(az, z) = a^2 \text{Cov}(z, z) \\ &= a^2 \text{var}(z) \end{aligned}$$

3-qoidaning isboti

Agar $y=a$ bo'lsa, u holda kovariatsiyaning 3-qoidasiga asosan:

$$\text{Var}(y) = \text{Cov}(a, a) = 0$$

bo'ladi, bu yerda a o'zgarmas.

Haqiqatan ham, agar y – o'zgarmasbo'lsa, u holda uning o'rtacha qiymati ham o'sha o'zgarmasdan iboratdir va $(y - \bar{y})$ barcha kuzatishlar uchun nolga teng bo'ladi. Bundan kelib chiqadiki, $Var(y) = 0$.

4-qoidaning isboti

Agar $y = v + a$ bo'lsa, bu yerda a o'zgarmas, u holda kovariatsiyaning 1-qoidasiga asosan va dispersiyaning 1 va 3 qoidasidan foydalanib quyidagini hosil qilish mumkin:

$$Var(y) = var(v + a) = var(v) + var(a) + 2cov(v, a) = var(y).$$

Nazariy dispersiya ham shu qoidaga bo'ysinadi.

II bobga doir topshiriqlar

2.1-misol. Aytaylik, ayrim davlatlarda har bir individning daromadi quyidagi formula orqali hisoblansin:

$$u = 10000 + 500s + 200t,$$

bu yerda s – individning bilim olgan yillar soni; t – mehnat staji (yillarda); x – individning yoshi. Besh kishidan iborat bo'lgan tanlama uchun (jadvalda keltirilgan) $cov(x, y), cov(x, s), cov(x, t)$ larni hisoblang va uning

$$cov(x, y) = 500 Cov(x, s) + 200 Cov(x, t)$$

ga teng ekanligini tekshirib ko'ring, nimaga shunday ekanligini tushuntirib bering.

Individ	Yoshi(yillar)	Bilim olgan yillar soni	Mehnat staji	Daromadi
1	18	11	1	15700
2	29	14	6	18200
3	33	12	8	17600
4	35	16	10	20000
5	45	12	5	17000

2.2.2.1-misol ma'lumotlaridan foydalanib, $Var(y)$, $Var(s)$, $Var(t)$ larni hisoblang va $Var(y) = 250000 Var(s) + 40000 Var(t) + 200000 Cov(s, t)$ ekanligini tekshirib ko'ring.

2.3. X tasodifiy miqdor ikkita shoshqol toshni otish natijasida tushgan katta va kichik sonlar orasidagi farq sifatida aniqlanadi. Agar ular o'zaro teng bo'lsa, u holda X nolga teng bo'ladi. X uchun ehtimollar taqsimotini aniqlang. Jadvalda mumkin bo'lgan 36 ta ro'y berishlar va unga mos ehtimollar taqsimoti keltirilgan.

<i>Qizil</i> <i>Yashil</i>	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1		1	2
5	4			1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

2.4. Bo'sh kataklarni to'ldiring:

Xning qiymati	0	1	2	3	4	5
Chastota	6	10		6	4	2
Ehtimollik		10/36		6/36	4/36	2/36

2.4. Quyida berilgan jadvalda $E(X^2)$ ni X ning 1 – topshiriqda aniqlangan qiymatlari uchun hisoblari keltirilgan. Bo'sh kataklarni to'ldiring.

X	X^2	p	X^2p
0	0		
1	1	10/36	10/36
2	4		
3	1		
4	6	4/36	64/36
5	2	2/36	50/36
Jami			

2.5. X bosh to'plam dispersiyasini aniqlash formulasi keltirilgan.

$$\sigma_x^2 = M[X] - (M[X])^2$$

Bo'sh kataklarni to'ldiring:

X	P			
0	6/36	-1.9444	3.7087	0.6301
1	10/36	-0.9444	0.8919	0.2477
2	8/36	0.0556	0.0031	0.0007
3	6/36	1.0556	1.1143	0.1857
4	4/36	2.0556	4.2255	0.4695
5	2/36	3.0556	9.3367	0.5187
Jami				2.0525

2.6. $E(X) = 7$, bundan kelib chiqadiki, $2E(X) + 3 = 17$.

X	p	Y	Yp
2	1/36	7	7/36
3	2/36	9	18/36
4	3/36	11	33/36
5	4/36	13	52/36
6	5/36	15	75/36
7	6/36	17	102/36
8	5/36	19	95/36
9	4/36	21	84/36
10	3/36	23	69/36
11	2/36	25	50/36
12	1/36	27	27/36
Jami			612/36=17

2.7. Berilgan diskret tasodifiy miqdorning ehtimolini, o'rtacha qiymatini va dispersiyasini aniqlang:

x_i	p_i	$x_i - \mu_i$	$(x_i - \mu)^2$	$(x_i - \mu)^2 \cdot p_i$
0	0.1			
1	0.3			
2	0.25			
3	0.2			

4	0.15			

Bu yerda μ -o'rtacha qiymat.

Tayanch so'z va iboralar

Reprezentativ, statistik ma'lumotlar, ehtimollar nazariyasi, matematik statistika usullari, iqtisodiy ko'rsatkichlar, matematik modellar, tasodifiy omillar, ekonometrik tahlil, iqtisodiy ma'lumotlar, har tomonlama ma'lumotlar, tashqi nazoratga bo'ysunmaydigan omillar, tasodifiy o'zgaruvchi, diskret va uzluksiz, Uzluksiz tasodifiy miqdor, bosh to'plam, tanlama to'plam, absolyut chastota, kuzatishlar soni, gistogramma, o'rtacha qiymat, matematik kutish, tanlama kovariatsiya, dispersiya.

II bobga doir savollar

1. Iqtisodiy ma'lumotlar va ularning turlari.
2. Iqtisodiyotda tasodifiy hodisalarga misol keltiring.
3. Tasodifiy miqdorga ta'rif bering. Tasodifiy miqdor va tasodifiy hodisalar orasida qanday bog'lanish mavjud?
4. Tasodifiy o'zgaruvchanlikning tasodifiy bo'lmagan (deterministik) o'zgaruvchanlikdan farqi nimada? Siz tasodifiy miqdorlarning qanday turlarini bilasiz? Misol keltiring.
5. Diskret tasodifiy miqdorning asosiy ehtimollik tavsifini sanab bering va unga ta'rif bering.
6. Quyidagi miqdorlardan qaysi biri katta:
 $\text{Prob}(a < X < b)$ yoki $\text{Prob}(a \leq X \leq b)$?
7. Diskret va uzluksiz tasodifiy miqdorni $\text{Prob}(a \leq x < b)$ intervalga tushish ehtimolligini qanday hisoblash kerak?
 - a) taqsimot funksiyasi yordamida;

b) uzluksiz tasodifiy miqdor uchun ehtimolning zichligi yordamida yoki diskret tasodifiy miqdor uchun ehtimollik funksiyasi yordamida?

8. Tasodifiy miqdorning o'rtacha qiymatini qanday tavsiflash mumkin?. Matematik kutishga ta'rif bering.

9. Tasodifiy miqdor taqsimlanishining asosiy tavsiflarni sanab chiqing va ularni ta'riflab bering. Ularning o'zaro bog'liqligi qanaqa?

10. Diskret va uzluksiz tasodifiy miqdor uchun matematik kutishni hisoblashning farqi nimada? Matematik kutishni uning ta'rifidan kelib chiqqan holda asosiy xossalarni isbotlang.

11. Diskret va uzluksiz tasodifiy miqdor uchun dispersiyaga ta'rif bering.

12. Dispersiyani uning ta'rifidan kelib chiqqan holda asosiy xossalarni isbotlang.

Testlar

1. Statistik ma'lumotlarni yig'ishning qanday usullari mavjud?

a) Har xil usullari mavjud: so'rov, anketada qayd qilish, intervyu olish, rasmiy statistik hisobotdan olish va h.k.;

b) muhim ma'lumotlarni yig'ish, qayta ishlash, tarqatish va chop etish bilan shug'ullanish;

v) statistik ma'lumotlarni to'plash va guruhlash usullarini belgilash;

g) ma'lumotlar turli: jadval, diagramma, grafik ko'rinishida berilishi mumkin..

2. Tasodifiy o'zgaruvchi deb nimaga aytiladi?

a) tasodifiy omillar ta'sirida bir qancha sonlar to'plami ichidan ma'lum ehtimollik bilan u yoki bu qiymatni qabul qiladigan o'zgaruvchiga aytiladi;

b) biz unga ma'lum bir qiymat qo'shib yoza olmaymiz, lekin ma'lum bir ehtimollik bilan qabul qiluvchi bir nechta qiymat berishimiz mumkin;

v) bu tasodifiy hodisalarning umumiy qonuniyatlari va tasodifiy omillarning ta'sirini miqdoriy baholash usullarini o'rganadi.

3. Hodisalarning ehtimoli deb:

a) voqea ro'y berishiga imkon beruvchi mumkin bo'lgan teng ehtimolli ro'y berishlarning umumiy sonidagi ulushi tushuniladi.

b) voqea ro'y berishiga imkon bermaydigan mumkin bo'lgan teng ehtimolli ro'y berishlarning umumiy sonidagi ulushi tushuniladi.

v) voqea ro'y berishiga imkon beruvchi mumkin bo'lmagan teng ehtimolli ro'y berishlarning umumiy sonidagi ulushi tushuniladi;

g) voqea ro'y berishiga imkon beruvchi mumkin bo'lgan teng ehtimolli ro'y berishlarning umumiy sonidagi miqdori tushuniladi..

4.Qanday tasodifiy miqdorlarga diskret deb aytiladi?

a) diskret tasodifiy miqdorlar kuzatish natijalari chekli va sanoqli mumkin bo'lgan sonlar to'plamidan iborat;

b) diskret tasodifiy miqdorlar kuzatish natijalari cheksiz mumkin bo'lgan sonlar to'plamidan iborat.;

v) diskret tasodifiy miqdorlar kuzatish natijalari chekli va sanosiz mumkin bo'lgan sonlar to'plamidan iborat.;

g)diskret tasodifiy miqdorlar kuzatish natijalari cheksiz va sanoqsiz mumkin bo'lgan sonlar to'plamidan iborat..

5. Uzlüksiz tasodifiy miqdor deb qanday miqdorga aytiladi:

a) uzluksiz tasodifiy miqdorning qiymati mumkin bo'lgan kontinuum qiymatda yotadi;

b)uzluksiz tasodifiy miqdorning qiymati mumkin bo'lgan chekli qiymatda yotadi;

v)uzluksiz tasodifiy miqdorning qiymati mumkin bo'lgan sanoqli qiymatda yotadi;

g)uzluksiz tasodifiy miqdorning qiymati mumkin bo'lgan chekli va sanoqli qiymatda yotadi.

6. Bosh to'plam qanday to'plam?

a)bir turdagi predmetlarning barchasini yoki faqat bizni qiziqtirayotgan qismini tushuniladi;

b) bir necha turdagi predmetlarning barchasini yoki faqat bizni qiziqtirayotgan qismini tushunamiz.

c) bir necha turdagi predmetlarning bir qismini yoki faqat bizni qiziqtirayotgan ayrimlarini tushunamiz.

d) ko'p turdagi predmetlarning barchasini yoki faqat bizni qiziqtirayotgan qismini tushunamiz.

7. Tanlama to'plam deganda qanday to'plam tushuniladi?

- a) bosh to'plamning bir qismini tashkil etuvchi kuzatishlar yig'indisi;
- b) bosh to'plamning ko'p qismini tashkil etuvchi kuzatishlar yig'indisi;
- v) ko'p to'plamning bir qismini tashkil etuvchi kuzatishlar yig'indisi;
- g) bosh to'plamning kata qismini tashkil etuvchi yig'indi.

8. Tanlama kovariatsiya nima?

- a) ikki o'zgaruvchi o'rtasidagi bog'lanishning o'lchami hisoblanadi.;
- b) ikki o'zgaruvchi o'rtasidagi funktsiyaning o'lchami hisoblanadi.;
- c) ikki o'zgaruvchi o'rtasidagi bog'lanishning hosilasi hisoblanadi.
- d) ikki o'zgaruvchi o'rtasidagi o'lcham tushuniladi.

9. Tanlama dispersiya nima?

- a) tanlama dispersiya tanlamadagi o'rtacha kvadratik chetlanishdek aniqlanadi;
- b) tanlama dispersiya tanlamadagi kvadratik chetlanishdek aniqlanadi
- c) tanlama dispersiya o'rtacha kvadratik o'zgaruvchidek o' aniqlanadi.
- d) ikki o'zgaruvchi o'rtasidagi o'lcham tushuniladi.

10. Kovariatsiya ta'rifidan bevosita kelib chiqadigan muhim qoidalarni tanlang.

- a) Agar $y = v + w$ bo'lsa, u holda $Cov(x, y) = Cov(x, v) + Cov(x, w)$ bo'ladi.
- b) Agar $y = a \cdot z$ bo'lsa, u holda $Cov(x, y) = aCov(x, z)$ bo'ladi, bu yerda a o'zgarmas.
- v) Agar $y = a$ bo'lsa, u holda $Cov(x, y) = 0$ bo'ladi, bu yerda a o'zgarmas.
- g) Barcha javobdagi qoidalar.

3.1. Iqtisodiy ma'lumotlardagi chiziqli statistik bog'lanish tahlili. Funksional va statistik bog'lanish tushunchalari va ularning turlari

Iqtisodiy izlanishlardagi asosiy masalalardan biri, o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanishni tahlil qilishdir. O'zgaruvchilar orasidagi bog'lanishning eng oddiy turi chiziqli bog'lanish bo'lib, mana shu bog'lanishning tarkibini, uning parametrlarini baholash matematik statistikaning asosiy yo'nalishlaridan biridir.

Ikkita x, y o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish masalasini va ular orasidagi quyidagi ikkita munosabatni qaraymiz.

1. x, y o'zgaruvchi o'zaro chiziqli bog'lanishga egami?

2. x, y o'zgaruvchilarning bog'lanish formulasi qanaqa?

Birinchi holda X va Y ikkalasi teng huquqli bo'lib, ularda erkli va erksiz o'zgaruvchi tushunchasi mavjud emas.

Ikkinchi holda esa, bir o'zgaruvchining ikkinchisiga bog'liqligi, ya'ni ular bog'lanishining formulasi talab qilinadi. Aytaylik, bog'lanish formulasi chiziqli $y = a + bx$ ko'rinishda bo'lib, bu formulaning baholanishi y 'ani a, b noma'lum parametrlarni aniqlash kerak bo'ladi. Bu yerda x -erkli, y -erksiz o'zgaruvchi.

Bunday masalalarni yechish uchun matematik statistika maxsus usullari mavjud. 1-holda x, y miqdorlarning korrelyatsiya koeffitsiyenti, 2-holda esa chiziqli regressiya koeffitsiyentlari, a va b lar hamda ularning standart xatolari, t -statistikani aniqlash, bu qiymatlar orqali x, y miqdorlar orasida bog'lanish mavjud yoki mavjud emasligini tekshirdan iboratdir.

x, y lar orasida chiziqli bog'lanish mavjud deb faraz qilamiz. Agar x o'zgaruvchi o'zining o'rtacha qiymatidan katta qiymat qabul qilsa, bog'lanish musbat bo'ladi u holda y o'zgaruvchining qiymati ham o'zining o'rtacha qiymatidan katta bo'lishi kerak. Agar x o'zgaruvchi o'zining o'rtacha qiymatidan kichik qiymat qabul qilsa, u holda y ning qiymati ham o'zining o'rtacha qiymatidan kichik bo'ladi.

Iqtisodiy hodisalar g'oyat xilma-xil bo'lgani holda, ular o'zining u yoki bu xususiyatlarini aks ettiruvchi ko'plab o'zgaruvchilar bilan tavsiflanadi. Ushbu o'zgaruvchilar vaqtga ko'ra va makonda o'zgarib turadi. Ko'pincha o'zgaruvchi (omil)larning o'zgarishi o'zaro bog'langan va o'zaro shartlangan. Bir sharoitda o'zgaruvchilar o'rtasidagi bog'lanish uzviy (masalan, soatbay ishlab chiqarish va ish haqi), boshqa holatlarda esa, o'zgaruvchilar o'rtasidagi bog'lanish umuman ko'zga tashlanmaydi yoki juda sust ifodalanadi (masalan, talabalarning jinsi va ularning o'zlashtirishi). O'zgaruvchi (omil)lar o'rtasidagi bog'lanish qanchalik uzviy bo'lsa, qabul qilinayotgan qarorlar shunchalik aniq va tizimlarni boshqarish shunchalik oson bo'ladi.

Hodisalar bog'lanishining ko'plab shakllari ichida barcha boshqashakllarni belgilab beruvchi sababli bog'lanish muhim rol o'ynaydi. Sabablilikning mohiyati bir hodisaning boshqa hodisaga sabab bo'lishidan (uni keltirib chiqarishidan) iborat. Har qanday muayyan bog'lanishda bir o'zgaruvchilar boshqalariga ta'sir etuvchi va ularning o'zgarishini belgilab beruvchi omillar sifatida, boshqa o'zgaruvchilar esa, ushbu omillar ta'sirining natijasi sifatida ishtirok etadi. Boshqacha aytganda, bir o'zgaruvchilar sababni, boshqalari esa oqibatni o'zida namoyon etadi. Oqibatni tavsiflovchi o'zgaruvchilar, natijali (erksiz) o'zgaruvchilar (*Y tushuntiriluvchi o'zgaruvchilar*) deb, sababni tavsiflovchi o'zgaruvchilar esa, (*x tushuntiruvchi o'zgaruvchilar*) deb nomlanadi.

Hodisalar va ularning o'zgaruvchilari o'rtasidagi bog'lanishning ikkita turi mavjud: *funksional*, yoki qat'iy determinatsiyalangan *bog'lanish* (masalan, bir ishchiga to'g'ri keladigan mahsulot ishlab chiqarish hajmining ishlab chiqarilgan mahsulot hajmiga va ishchilar soniga bog'liqligi) va *statistik*, yoki stoxastik determinatsiyalangan *bog'lanishli* (masalan, mehnat unumdorligi bilan mahsulot birligining tannarxi o'rtasidagi bog'lanish).

Funksional bog'lanish— bu unda xerklio'zgaruvchining har bir qiymatiga *Y* erkisiz o'zgaruvchining aniq belgilangan qiymati mos keladigan bog'lanishdir.

Funksional bog‘lanish ko‘pincha tabiiy fanlarda uchraydi. Bunday bog‘lanishlar ijtimoiy turmushda, xususan iqtisodiy jarayonlarda kamroq kuzatiladi.

Ijtimoiy-iqtisodiy hodisalar shu bilan tavsiflanadiki, ularga muhim omillar bilan bir qatorda ko‘plab boshqa omillar, shu jumladan tasodifiy omillar ta’sir ko‘rsatadi. Shu munosabat bilan mavjud bog‘lanish bu yerda funksional bog‘lanishlardagi kabi har bir alohida holatda, balki faqat ko‘p sonli kuzatishlarda “umuman olganda va o‘rtacha darajada” namoyon bo‘ladi. Mazkur holatda *statistik bog‘lanish* haqida so‘z boradi.

Statistik bog‘lanish– bu yerda xerkli o‘zgaruvchining har bir qiymatiga Y erksiz o‘zgaruvchining ko‘plab qiymatlari mos keladigan bog‘lanish, bunda Y aynan qanaqa qiymatni qabul qilishi oldindan ma’lum emas.

Statistik bog‘lanishning alohida holati sifatida *korrelyatsiya bog‘lanishi* ishtirok etadi.

Korrelyatsiya bog‘lanishi– bu yerda x erkli o‘zgaruvchining har bir qiymatiga Y erksiz o‘zgaruvchining muayyan *matematik kutishi (o‘rtacha qiymati)* mos keladigan bog‘lanishdir.

Korrelyatsiya bog‘lanishi «to‘liqsiz» bog‘lanish bo‘lib, u har bir alohida holatda emas, balki ancha ko‘p holatlarda faqat o‘rtacha miqdorlarda namoyon bo‘ladi.

Ma’lumki, masalan, xodim malakasining oshishi mehnat unumdorligining oshishiga olib keladi. Bu hol ko‘p holatlarda o‘z tasdig‘ini topadi va aynan bir xil jarayon bilan band bo‘lgan bir toifadagi ikki yoki undan ko‘p ishchida bir xil mehnat unumdorligi bo‘lishini anglatmaydi. Mehnat unumdorligi darajalari va ish mahsullari, kam bo‘lsa-da, farq qiladi, chunki bunday ishchilarda ish staji, dastgohning texnik holati, salomatligining holati va hokazolar turlicha bo‘lishi mumkin.

Bundan kelib chiqadiki, statistik bog‘lanish bu alohida bitta yig‘indining emas, balki u butun yig‘indining xossasi hisoblanadi.

Funksional bog‘lanish – hamma vaqt formulalar bilan ifodalanadi, bu ko‘proq aniq fanlar (matematika, fizika) ga xos. Yig‘indining barcha birliklarida bir xil kuch bilan namoyon bo‘ladi. To‘liq va aniqhisoblanadi, chunki odatda barcha omillar ro‘yxati va ularning *tenglama ko‘rinishidagi* o‘zgaruvchiga ta’sir etish mexanizmi ma’lum.

Korrelyatsiya bog‘lanishi - omillarning xilma-xilligi, ularning o‘zaro bog‘lanishi va qarama-qarshi harakatlarYo‘zgaruvchining keng variantlarda o‘zgarishini keltirib chiqaradi. Alohida holatlarda emas, balki ko‘p holatlarda namoyon bo‘ladi va uni o‘rganish uchun ommaviy kuzatuvlar talab qilinadi. x va Y o‘zgaruvchilar o‘rtasidagi bog‘lanish to‘liqsiz bo‘lib, faqat o‘rtacha miqdorlarda namoyon bo‘ladi.

Harakat yo‘nalishiga qarab funksional va korrelyatsiya bog‘lanish to‘g‘ridan-to‘g‘ri va teskari turlarga bo‘linadi. To‘g‘ridan-to‘g‘ri funksional va korrelyatsiya bog‘lanish, bu o‘zgaruvchi qiymatlarining ortishi (kamayishi) bilan natijaviy o‘zgaruvchining ortishi (kamayishi) yuz beradi. Teskari bog‘lanish funksional va korrelyatsiya o‘zgaruvchili qiymatlarining ortishi (kamayishi) bilan natijaviy omilning kamayishi (ortishi) yuz beradi. Tahliliy ifodaga ko‘ra bog‘lanish to‘g‘ri chiziqli (chiziqli) va egri chiziqli (chiziqsiz) bo‘lishi mumkin.

To‘g‘ri chiziqli funksional va korrelyatsiya bog‘lanishi – omil miqdorining ortishi bilan natijaviy omil miqdorining bir me’yorda ortishi (yoki kamayishi) yuz beradi (to‘g‘ri chiziq tenglamasi bilan ifodalanadi). Egri chiziqlifunksional va korrelyatsiya bog‘lanishi omil miqdorining ortishi bilan natijaviy omil miqdorining

ortishi (yoki kamayishi) bir me'yorda yuz bermaydi (egri chiziqli tenglamalar bilan ifodalanadi).

Modelga kiritilgan omillarning soniga qarab korrelyatsiya bog'lanishlar bir o'zgaruvchili va ko'p o'zgaruvchili bog'lanishlarga bo'linadi.

Bir o'zgaruvchilikorrelyatsiya bog'lanishlari bir o'zgaruvchili-omil bilan natijaviy omil o'rtasidagibog'lanish (boshqa omillarning ta'siri mavhumlashganda) hisoblanadi. **Ko'p o'zgaruvchili korrelyatsiya bog'lanishlari** esa, bir necha omillar bilan natijaviy omil (o'zgaruvchi) o'rtasidagibog'liqlik (omillar birgalikda, ya'ni bir vaqtning o'zida va o'zaro bog'liqlikda ta'sir ko'rsatadi).

Korrelyatsion bog'liqlik **korrelyatsiya tahlili** usullari yordamida tadqiq etiladi.

Korrelyatsiya-regressiya tahlili bosqichma-bosqich muayyan mantiqiy ketma-ketlikda o'tkaziladi va u quyidagi bosqichlarda amalga oshiriladi:

1. Hodisalarni dastlabki tahlil qilish va ushbu hodisalarni tavsiflovchi omillar (o'zgaruvchilar) o'rtasidagi o'zaro bog'lanishlar paydo bo'lishining sabablarini aniqlash.

2.Omillarni ta'sir etuvchi va natijaviy omillarga bo'lish hamda ularni korrelyatsiya-regressiya modellariga kiritish nuqtai nazaridan tadqiq etish uchun eng muhim omillarni tanlash.

3.Bir o'zgaruvchilikorrelyatsiya koeffitsiyentlari matritsasini tuzish va korrelyatsiya-regressiya modellari omillarini guruhlashning ehtimolli variantlarini baholash.

4.Natijaviy omilning nazariy jihatdan kutilayotgan (regressiya tenglamasi bo'yicha takroriy chiqarilgan) qiymatlarini hisoblab chiqish.

5. Umumiy, o'zgaruvchili va qoldiq dispersiyalarni aniqlash va qiyosiy tahlil qilish; regression modelga kiritilgan omillar o'rtasidagi bog'liqlikning zichligini baholash.

8. Modelning sifatini umumiy baholash, muhim bo'lmagan omillarni chiqarib tashlash (yoki qo'shimcha omillarni kiritish), modelni tuzish, ya'ni 1-7-bandlarni takrorlash.

9. Regressiya tenglamasi parametrlarining ishonchligini statistik baholash, funksiyaning regressiya tenglamasi bo'yicha nazariy jihatdan kutilayotgan qiymatlari uchun ishonch chegaralarini tuzish.

10. Tahlildan kelib chiqadigan amaliy xulosa qilish.

O'zgaruvchi xvariatsiyasining Yo'zgaruvchiga ta'sirini ko'rib chiquvchi hamda bir o'zgaruvchilik*korrelyatsiya regressiya tahlilini* o'zida namoyon etuvchi bir o'zgaruvchili chiziqli *korrelyatsiya* ekonometrikada eng chuqur ishlab chiqilgan metodologiyahisoblanadi va u bir o'zgaruvchili korrelyatsiya va regressiya tahlilni namoyon etadi.

3.2. Bir o'zgaruvchili korrelyatsiya tahlili. Korrelyatsiya koeffitsiyenti

Korrelyatsiya tahlili– matematik statistikaning tasodifiy miqdorlar o'rtasidagi o'zaro bog'lanishlar darajasini o'rganishga bag'ishlangan bo'limi. Korrelyatsiya tahlili kuzatuvlar ma'lumotlarini tasodifiy va ko'p o'lchamli normal qonun bo'yicha taqsimlangan bosh toplamdan tanlangan ma'lumotlar deb hisoblash mumkin bo'lgan hollarda qo'llaniladi.

Korrelyatsiya tahlili ikkita omil o'rtasidagi (bir o'zgaruvchilibog'lanishda) hamda natijaviy omillar bilan boshqa ko'p omillar o'rtasidagi (ko'p o'zgaruvchilibog'lanishda) bog'lanishning zichligini miqdoriy jihatini aniqlashdan iborat.

Korrelyatsiya – tasodifiy miqdor oʻrtasidagi unda tasodifiy miqdorlardan birining oʻzgarishi boshqasining matematik kutishi oʻzgarishiga olib keluvchi statistik bogʻlanishdir.

Korrelyatsiya bir oʻzgaruvchili, xususiy va koʻp oʻzgaruvchili korrelyatsiyaga boʻlinadi va ular korrelyatsiya variantlari boʻlib hisoblanadi.

Bir oʻzgaruvchili korrelyatsiya – ikkita omil (natijaviy omillar yoki ikkita omil) oʻrtasidagi bogʻlanishdan iborat.

Xususiy korrelyatsiya – boshqa omillarning qatʼiy belgilangan qiymatida natijaviy omil bilan bitta omil yoki ikkita omil oʻrtasidagi bogʻlanish.

Koʻp oʻzgaruvchili korrelyatsiya – natijaviy omil va tadqiqotga kiritilgan ikkita yoki undan koʻp omillar oʻrtasidagi bogʻlanish.

Bogʻliqlikning zichligini miqdoriy jihatdan korrelyatsiya koeffitsiyentlari qiymati bilan ifodalanadi. Korrelyatsiya koeffitsiyentlari qiymatini topish x_i va y_i omillar yakka tartibdagi qiymatlari ularning $\bar{x}$ va $\bar{y}$ oʻrtacha qiymatlaridan ogʻishmalari koʻpaytmasining yigʻindisi asosida aniqlanadi:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Ushbu miqdorkuzatuvlar soniga boʻlinadi va chiqqan natija *kovariatsiya* deb nomlanadi. U ikki oʻzgaruvchivariatsiyasining bogʻlanganligini tavsiflaydi va ikkita tasodifiy oʻzgaruvchi oʻzaro taʼsirining statistik oʻlchamini oʻzida namoyon etadi. Kovariatsiyani aniqlash formulasi quyidagi koʻrinishga ega:

$$Cov(y, x) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n}$$

bu yerda: n – tadqiqot etilayotgan kuzatuvlarning umumiy soni;

x_i – mustaqil oʻzgaruvchining i qiymati ($i = 1, 2, \dots, n$);

y_i – erksiz oʻzgaruvchining i qiymati ($i = 1, 2, \dots, n$);

$\bar{x}$ – erklioʻzgaruvchining oʻrtacha qiymati va u quyidagi formula boʻyicha aniqlanadi:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$\bar{y}$ -erksiz o'zgaruvchining o'rtacha qiymati va ushbu o'zgaruvchi quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

To'g'ridan-to'g'ri bog'liqlik mavjud hollarda x ning katta qiymatlari y ning katta qiymatlariga mos kelishi kerak, o'z navbatida, $(x_i - \bar{x})$ va $(y_i - \bar{y})$ farqlari musbat bo'ladi.

x va y ning kichik qiymatlari uchun ushbu farqlar manfiy bo'ladi, ularning ko'paytmasi esa, musbat bo'ladi. Demak, to'g'ridan-to'g'ri bog'lanishda kovariatsiya musbat qiymatga ega bo'ladi.

Teskari bog'lanish mavjud bo'lgan hollarda $(x_i - \bar{x})$ va $(y_i - \bar{y})$ farqlar turli qiymatlarga ega bo'ladi (x ning katta qiymatlari Y ning kichik qiymatlariga mos keladi va aksincha). Nihoyat, bog'lanish mavjud bo'lmagan hollarda $(x_i - \bar{x})$ va $(y_i - \bar{y})$ farqlarining miqdorlari tartibsiz bo'ladi, qo'shish paytida $(x_i - \bar{x})$ va $(y_i - \bar{y})$ manfiy va musbat ko'paytmalari o'zaro qo'shib olinadi va kovariatsiya nolga yaqin bo'ladi.

Kovariatsiya miqdori x va Y omillarining ko'lamiga bog'liq. Bog'lanishning nisbiy tavsifiga ega bo'lish uchun kovariatsiya σ_x va σ_y o'rtacha kvadratik og'ishmalarining ko'paytmasiga teng bo'lgan eng katta qiymatga bo'linadi. Natijada *korrelyatsiyaning chiziqli koeffitsiyentiga* ega bo'linadi.

Korrelyatsiyaning chiziqli koeffitsiyenti formulasi quyidagi formula bilantopiladi:

$$r_{yx} = \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$$

bu yerda σ_x va σ_y – tasodifiy miqdorlar x va y ning o'rtacha arifmetik farqi. Ular quyidagi formulalar bo'yicha aniqlanadi:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}; \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n}};$$

Korrelyatsiya koeffitsiyentining chiziqli (juft) bog‘lanishini hisoblash uchun yana quyidagi formulalardan foydalanish mumkin:

$$1) \quad r_{yx} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}$$

bu yerda, $\overline{xy}$ – ikkita miqdorning o‘rtacha arifmetik ko‘paytmasi. U quyidagi formula bo‘yicha aniqlanadi:

$$\overline{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i ;$$

$$2) \quad r_{yx} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} ;$$

$$3) \quad r_{yx} = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{\left[n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right] \left[\sum_{i=1}^n y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n y_i \right)^2 \right]}} .$$

Korrelyatsiya koeffitsiyenti -1 dan +1 gacha qiymatni qabul qiladi. Koeffitsiyentning musbat qiymati to‘g‘ridan-to‘g‘ri bog‘liqlikning, manfiy qiymati esa teskari bog‘liqlikning mavjudligidan dalolat beradi. Agar $r_{yx} = \pm 1$ bo‘lsa, korrelyatsion bog‘liqlik chiziqli funksional bog‘liqlik bilan ifodalanadi. Agar

$r_{yx} = 0$ bo‘lsa, chiziqli korrelyatsiya bog‘lanishi mavjud emas deb hisoblanadi.

Korrelyatsiya koeffitsiyenti r_{xy} omillar o‘rtasidagi bog‘lanishni sifat jihatidan tavsiflaydi:

1. Agar r_{xy} 0 dan ($\pm 0,3$) oralig‘ida bo‘lsa, omillar o‘rtasidagi bog‘lanish mavjud emasligini ko‘rsatadi.

2. Agar r_{xy} 0,3 dan $(\pm 0,5)$ oralig'ida bo'lsa, omillar o'rtasidagi bog'lanish zaif hisoblanadi.

3. Agar r_{xy} 0,5 dan $(\pm 0,7)$ oralig'ida bo'lsa, omillar o'rtasidagi bog'lanish bir maromda ekanligini tavsiflaydi.

4. Agar r_{xy} 0,7 dan $(\pm 1,0)$ oralig'ida bo'lsa, omillar o'rtasidagi bog'lanish kuchli hisoblanadi.

Chiziqli bog'lanish darajasining o'lchami sifatida korrelyatsiya koeffitsiyenti ishlatiladi. X va Y o'zgaruvchilar orasidagi korrelyatsiya koeffitsiyenti

$$r(x, y) = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (1)$$

ko'rinishda ifodalanadi.

Korrelyatsiya koeffitsiyenti formulasidan ko'rinib turibdiki, korrelyatsiya koeffitsiyentining miqdori ikkala o'zgaruvchi o'lchamidan bog'liq emas, shuning uchun bu miqdorni beo'lchov miqdor deb atashadi. Uning miqdori -1 va $+1$ orasida o'zgaradi. -1 qiymatni chiziqli manfiy bog'lanish natijasida $+1$ qiymatni chiziqli musbat bog'lanish natijasida qabul qiladi. Korrelyatsiya koeffitsiyentining 0 ga yaqin qiymati o'zgaruvchilar orasida bog'lanish yo'qligini bildiradi.

Korrelyatsiya koeffitsiyentini tahlil qilishda quyidagi savol tug'iladi. Agar $r(x, y)$ bosh to'plam uchun nolga teng bo'lsa, u tanlama to'plamda ham nolga teng bo'lishi mumkinmi? Shunday qilib X va Y miqdorlar korrelyatsiya koeffitsiyentining har bir aniq qiymatida bosh to'plam uchun tanlangan korrelyatsiya koeffitsiyenti tasodifiy miqdor hisoblanadi. Bundan kelib chiqadiki, uning ixtiyoriy funksiyasi ham tasodifiy miqdor hisoblanadi va jadvali tahlil uchun qulay bo'lgan shunday funktsiyani ko'rsatish talab qilinadiki, bu funktsiya ma'lum bo'lgan biron bir taqsimotga ega bo'lsin. Tanlangan korrelyatsiya koeffitsiyenti r uchun shunday funktsiyalardan biri t -statistika hisoblanadi va u quyidagi formula orqali hisoblanadi:

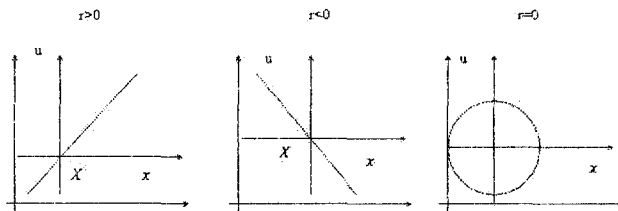
$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

va u n-2 erkinlik darajasiga ega bo'lgan Student taqsimotidan iboratdir.

Korrelyatsiya koeffitsiyentlari statistik miqdorlar sifatida ishonchlilik nuqtai nazaridan tahlil qilinadi va baholanadi. Bu shu bilan izohlanadiki, kuzatuvlarning har qanday to'plami ayrim tanlashni o'zida namoyon etadi, demak, tanlash asosida hisoblab chiqilgan har qanday ko'rsatkichning qiymati haqiqiy qiymat sifatida ko'rib chiqilishi mumkin emas, balki uning ozmi yoki ko'pmi aniq bahosi hisoblanadi. SHu munosabat bilan ko'rsatkichlarning ahamiyatligi (muhimligi)ni tekshirish zarurati paydo bo'ladi.

Korrelyatsiya koeffitsiyentining ahamiyatligi (muhimligi)ni baholash uchun *Styudentning* normal mezondan farq qiluvchi *t*-taqsimlashda qo'llaniladigan *t* mezon (*t*-statistika) qo'llaniladi. Bunda r_{yx} ning nolga tengligi, ya'ni $N_0: r_{yx} = 0$ haqidagi faraz (N_0) ilgari suriladi va tekshiriladi. Agar r_{yx} nolli haqidagi faraz qabul qilinmasa, u holda korrelyatsiya koeffitsiyenti ahamiyatli deb, o'zgaruvchilar o'rtasidagi bog'liqlik esa muhim deb etirof etiladi.

Korrelyatsiya koeffitsiyenti formulasidan ko'rinib turibdiki, korrelyatsiya koeffitsiyentining miqdori ikkala o'zgaruvchi o'lchamidan bog'liq emas, shuning uchun bu miqdor beo'lchov miqdor deb ataladi. Uning miqdori -1 va +1 orasida o'zgaradi. -1 qiymatni chiziqli manfiy bog'lanish natijasida +1 qiymatni chiziqli musbat bog'lanish natijasida qabul qiladi. Korrelyatsiya koeffitsiyentining 0ga yaqin qiymati o'zgaruvchilar orasida bog'lanish yo'qligini bildiradi.



3.1-rasm. Korrelyatsiya bog'lanishlari turlari.

Korrelyatsiya koeffitsiyentining suratidagi miqdor

$$\text{cov}(x, y) = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

kovariatsiya ko'rsatkichini beradi. Bu ko'rsatkich ham korrelyatsiya koeffitsiyentidek X va Y lar orasidagi chiziqli bog'lanish darajasini xarakterlaydi, lekin bu o'lchamga ega bo'lib X va Y larning o'lchamidan bog'liq. Bosh to'plam uchun

$$\rho_{xy} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\sigma(x)\sigma(y)} \text{ ga teng.}$$

Ko'pincha korrelyatsion bog'liqlik shaklini ifodalash uchun bir vaqtning o'zida bir nechafunksiya mos keladi, shuning uchun bog'lanish shaklini ifodalash uchun funksiyalarni muqobil asosda tanlashni yakuniy asoslagan ma'qul.

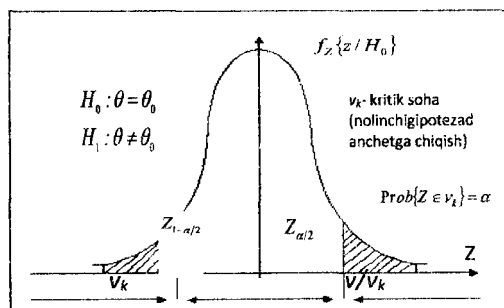
Korrelyatsiya koeffitsiyentini tahlil qilishda quyidagi savol tug'iladi. Agar $r(x, y)$ bosh to'plam uchun nolga teng bo'lsa, u tanlama to'plamda nolga teng bo'lmasligi mumkin. Aksincha, u albatta haqiqiy qiymatidan chetga chiqadi, lekin bu chetga chiqishlar qancha ko'p bo'lsa, berilgan tanlama hajmida u shunchalik kam ehtimollikka ega. Shunday qilib, X va Y miqdorlar korrelyatsiya koeffitsiyentining har bir aniq qiymatida bosh to'plam uchun tanlangan korrelyatsiya koeffitsiyenti tasodifiy miqdor hisoblanadi. Bundan kelib chiqadiki, uning ixtiyoriy funksiyasi ham tasodifiy miqdor hisoblanadi va jadvalli tahlil uchun qulay bo'lgan shunday funksiyani ko'rsatish talab qilinadiki, bu funksiya ma'lum bo'lgan biron bir taqsimotga ega bo'lsin. Tanlangan korrelyatsiya koeffitsiyenti r uchun shunday funksiyalardan biri t -statistika hisoblanib u quyidagi formula orqali hisoblanadi:

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

bu $n-2$ erkinlik darajasiga ega bo'lgan Styudent taqsimotidan iboratdir. Erkinlik darajasi soni kuzatishlar sonidan 2 ta kam, tanlangan korrelyatsiya koeffitsiyenti formulasiga X va Y larning tanlangan o'rtacha qiymatlari kirar ekan, hisoblash uchun tasodifiy miqdorlar kuzatishlaridan bog'liq bo'lgan ikkita chiziqli formula ishlatiladi. Korrelyatsiya koeffitsiyenti uchun nolinchgi gipoteza tekshirib ko'riladi, ya'ni uning bosh to'plamda nolga tengligi. Agar tanlangan korrelyatsiya koeffitsiyenti nol qiymatdan juda ko'p chetga chiqsa bu gipoteza rad qilinadi.

Bu yerda “ko‘p chetga chiqish”, “kam ehtimolli hodisa” so‘zlarining ma‘nosi aynan nimani anglatishini tushinish muhimdir. Kam ehtimolli hodisada shunday hodisaga ehtimollik berish kerakki, bu statistikada “muhimlik darajasi” deb aytiladi. Ko‘p hollarda 1% va 5% muhimlik darajasi beriladi. Agar ayrim ko‘rsatkichlar uchun uning haqiqiy qiymati nolga tengligi to‘g‘risidagi gipoteza tekshirilayotgan bo‘lsa, u holda bu gipoteza berilgan tanlama bo‘yicha ko‘rsatkichning bahosi mos ravishda 1% va 5% lardan kam bo‘lsa, u holda bu gipoteza rad qilinadi.

3.2-rasmda korrelyatsiya koeffitsiyenti uchun nolinchii gipotezani tekshirish berilgan bo‘lib, bundan statistik gipotezalarni tekshirish uchun umumiy sxema sifatida foydalanilish mumkin. Bu yerda H_0 –korrelyatsiya koeffitsiyentining haqiqiy qiymati nolga tengligi to‘g‘risidagi gipoteza, unga alternativ H_1 –u nolga teng emas degan gipoteza.



3.2-rasm. Korrelyatsiya koeffitsiyenti uchun nolinchii gipotezani tekshirish.

Agar nolinchii gipoteza to‘g‘ri bo‘lsa f_z -funksiya Styudent taqsimoti ehtimolligining zichlik funksiyasidan iborat. Shtrixlangan soha–tanlangan korrelyatsiya koeffitsiyenti qiymatidan absolyut qiymat bo‘yicha katta bo‘lgan sohadir. Agar ohirgisi shu sohaga tushsa, H_0 rad qilinadi. α - muhimlik darajasiga teng bo‘lgan shtrixlangan maydonga Z ning qiymati H_0 bajarilgan holda tushadi.

Nolinchii gipotezani tekshirishni aniq misolda qarab chiqamiz. Aytaylik, biror bir fermer xo‘jaligida yetishtirilgan bahorgi bug‘doyni hosildorligi va unga beriladigan suvning miqdori to‘g‘risidagi 1991-2000 yillar uchun olingan ko‘rsatkichlardan iborat ma‘lumotlar hamda ular uchun -0,227 ga teng bo‘lgan

korrelyatsiya koeffitsiyenti berilgan bo'lsin. Ko'rinib turibdiki, bog'lanish teskari, lekin uning muhimlik darajasi qanday? H_0 gipotezani tekshirib ko'ramiz. Buning uchun t -statistikani hisoblaymiz $t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$. Bizning misolimizda t -statistika -0,66 ga teng. $\alpha = 0,05$ muhimlik darajasini beramiz, ya'ni 5%. Kritik soha ikkita bir xil sohadan iborat bo'lib, ularning qiymati 0,025 ga teng. t -statistikaning qiymati taqsimlanishning o'ng «dumi»ga tushadigan ehtimollik jadvalini qaraymiz. Faqat o'ng «dumi»ga ya'ni bir tomonlama kritik sohaga tushish ehtimolligi $\frac{\alpha}{2}$ ga teng, bizning holda u 0,025. Jadvaldan kritik qiymatni topganimizda u 2,306 ga teng. Biz nolinch gipotezani faqat $|t| > 2,306$ bo'lgandagina rad qilgan bo'lar edik, bizning holda $|t| = 0,66$. Demak, korrelyatsiya koeffitsiyentining haqiqiy qiymati nolga tengligini istisno qilib bo'lmaydi. Shunday qilib biz fermer xo'jaligida yetishtirilgan bahorgi bug'doyning hosildorligi va unga beriladigan suv orasidagi mavjud ma'lumotlar asosida statistik muhim bo'lgan chiziqli bog'lanish mavjudligi to'g'risidagi xulosani berish mumkin emas ekanligini ko'rdik.

Ko'p o'zgaruvchili korrelyatsiyasi koeffitsiyentining *ahamiyatligini tekshirish* uchun F-mezondan foydalanish mumkin, u quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$F = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-k-1}{k}.$$

Korrelyatsion tahlildagi eng ishonchli natijalarga kuzatish obyektlarining soni (n) tahlil qilinayotgan belgilar soni (t) dan 6-8 marta ko'p bo'lgan hollarda erishiladi.

3.3. Ko'p o'zgaruvchili va xususiy korrelyatsiya

Hozirgi vaqtda korrelyatsiya modellarini tuzishda asosiy yig'indini taqsimlash ko'p o'lchovli qonunning normalligi shartlaridan kelib chiqiladi. Ushbu shartlar o'rganilayotgan omillar o'rtasidagi bog'lanishning chiziqli xususiyatini ta'minlaydi.

Bu hol ko'rsatkichlar sifatida korrelyatsiyaning bir o'zgaruvchili, xususiye ko'effitsiyentli va ko'p o'zgaruvchili korrelyatsiya ko'effitsiyentidan foydalanishni belgilab beradi.

Korrelyatsiyaning xususiy ko'effitsiyentlari omillar yig'indisiga ikkita o'zgaruvchining bog'liqligini tavsiflaydi, bunda ushbu o'zgaruvchining boshqa o'zgaruvchilar bilan barchabog'lanishlari yo'qotilgan, ya'ni shartli-doimiy (o'rtacha) darajada mustahkamlangan bo'lishi kerak.

Xususiy korrelyatsiya ko'effitsiyenti qolgan o'zgaruvchilarning qat'iy belgilangan qiymatida ikkita o'zgaruvchi o'rtasidagi bog'lanishning jipsligini tavsiflaydi. Agar ikkita tasodifiy o'zgaruvchi o'rtasidagi biro'zgaruvchikorrelyatsiya ko'effitsiyenti o'sha tasodifiy o'zgaruvchilar o'rtasidagi xususiy ko'effitsiyentdan katta bo'lib chiqsa, u holda bu uchinchi qat'iy belgilangan o'zgaruvchi o'rganilayotgan o'zgaruvchilar o'rtasidagi o'zaro bog'lanishni kuchaytiradi, ya'ni juft ko'effitsiyentning yuqori qiymati uchinchi o'zgaruvchining ishtirok etishi bilan shartlangan. Tegishli ko'effitsiyentlar bilan solishtirilganda korrelyatsiya juft ko'effitsiyentining past qiymati qat'iy belgilanadigan o'zgaruvchi ta'siri ostida o'rganilayotgan o'zgaruvchilar o'rtasidagi bog'lanishning zaiflashganidan dalolat beradi.

Xususiy korrelyatsiya ko'effitsiyenti, masalan, $r_{yx1(x2)}$, modelga kiritilgan uchinchi o'zgaruvchi₂ ning ta'siri istisno etilgan holda yva x_1 o'zgaruvchilari o'rtasidagi chiziqli bog'lanishning darajasini ifodalaydi. U quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$r_{yx_1(x_2)} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_2}^2)(1 - r_{x_1x_2}^2)}}$$

x_1 ning ta'siri istisno etilgan holda y ning x_2 ga bog'liqligi quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$r_{yx_2(x_1)} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2)(1 - r_{x_1x_2}^2)}}$$

Omillarning o'zaro bog'liqligininativ omilning ta'siri bartaraf etilgan taqdirda hisoblab chiqish mumkin:

$$r_{x_1x_2(y)} = \frac{r_{x_1x_2} - r_{yx_1} r_{yx_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2)(1 - r_{yx_2}^2)}}$$

Xususiy korrelyatsiya koeffitsiyenti -1 dan +1 gacha bo'lgan chegarada o'zgaradi. Agar korrelyatsiyaning alohida koeffitsiyenti ± 1 ga teng bo'lsa, u holda ikkita o'zgaruvchilar o'rtasidagi bog'lanish funksional, nolga tenglik esa u shbu o'zgaruvchilarning chiziqli bog'liqligidan dalolat beradi.

Agar korrelyatsiya juft koeffitsiyentining matritsasi R mavjud bo'lsa, u holda korrelyatsiya alohida koeffitsiyentlar matritsasiga o'tish korrelyatsiya alohida koeffitsiyentlarini ketma-ket hisoblab chiqish va quyidagi formuladan foydalangan holda matritsada juft korrelyatsiya R koeffitsiyentlarini ular bilan almashtirish asosida amalga oshiriladi:

$$r_{ij} = \frac{-A_{ij}}{(A_{ii} \cdot A_{jj})^{\frac{1}{2}}},$$

bu yerda: r_{ij} - i va j omillar o'rtasidagi alohida korrelyatsiya koeffitsiyenti;

A_{ij} – juft korrelyatsiya koeffitsiyentlarimatritsasining r_{ij} elementiga algebraik qo‘shimcha;

A_{ii}, A_{jj} – juft korrelyatsiya koeffitsiyentlarimatritsasining tegishli r_{ii} va r_{jj} elementlariga algebraik qo‘shimchalar. Xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentiga belgi, $y = f(x_j)$ bog‘lanish modelidagi regressiyaning tegishli belgisi bo‘yicha beriladi.

Korrelyatsiya alohida koeffitsiyentlaristatistik o‘zgaruvchilar sifatida ishonchlilik nuqtai nazaridan tahlil qilinib, baholanadi. Ushbu maqsadda quyidagi formula bo‘yicha aniqlanadigan Studentning t mezonidan foydalaniladi:

$$t_{\text{hisob}} = r \sqrt{\frac{n-k-1}{1-r^2}}.$$

Mezonining t qiymati jadvaldagi $t_{\alpha, \gamma}$ qiymatlar bilan taqqoslanadi, bu yerda – ahamiyatlilikning berilgan (ma’lum) darajasi; $\gamma = (p - k - 1)$ – erkinlik darajalarining soni.

Agar $t_{\text{hisob}} > t_{\alpha, \gamma}$ tengsizligi bajarilsa, u holda korrelyatsiya koeffitsiyentining qiymati ahamiyatli, deb tan olinadi, ya’ni korrelyatsiya koeffitsiyentining nolga tengligini tasdiqlovchi nolli faraz inkor etiladi va tadqiq etilayotgan o‘zgaruvchilar o‘rtasida jips statistik o‘zaro bog‘lanish mavjud degan xulosaga kelinadi.

Agar xususiy korrelyatsiya koeffitsiyentlarikvadratga ko‘tarilsa, u holda xususiy determinatsiyakoeffitsiyentlarigaega bo‘lish mumkin.

Xususiy determinatsiya koeffitsiyenti boshqa omilning qiymati o‘zgarmagan holda ushbu omilning boshqa omillardan birining ta’siri ostida variatsiyasi ulushini ko‘rsatadi. Ikki o‘zgaruvchili chiziqli model holatida ko‘p o‘zgaruvchili korrelyatsiyasi koeffitsiyenti quyidagi formula bo‘yicha aniqlanadi:

$$R_{yx_1x_2} = \sqrt{\frac{r_{yx_1}^2 + r_{yx_2}^2 + 2r_{yx_1}r_{yx_2}r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2}}$$

Ko'p o'zgaruvchili korrelyatsiya koeffitsiyenti 0 dan 1 gacha bo'lgan chegarada o'zgarib turadi; u 1 ga qanchalik yaqin bo'lsa, natijali belgiga ta'sir etuvchi omillar ko'proq darajada hisobga olingan.

Juft korrelyatsiya koeffitsiyenti R ning matritsasi ma'lum bo'lgan hollarda, ko'p o'zgaruvchili korrelyatsiyasi koeffitsiyenti quyidagi turdagi matritsali tenglamani yechgan holda topiladi:

$$R = \left[1 - \frac{|R|}{|R^*|} \right]^{\frac{1}{2}};$$

bu yerda $|R|$ – juft korrelyatsiya koeffitsiyentlari matritsasining aniqlovchisi;

$|R^*|$ – unda x mustaqil o'zgaruvchilarning uerksiz o'zgaruvchilar bilan bog'liqligini tavsiflovchi satr va ustun o'chirib tashlangan juft korrelyatsiya koeffitsiyentlari matritsasining aniqlovchisi.

Ko'p o'zgaruvchili korrelyatsiyasi koeffitsiyentining ahamiyatlilikini tekshirish uchun F-mezondan foydalanish mumkin, u quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - k - 1}{k}.$$

Korrelyatsion tahlildagi eng ishonchli natijalarga kuzatish obyektlarining soni (n) tahlil qilinayotgan belgilar soni (k) dan 6-8 marta ko'p bo'lgan hollarda erishiladi.

Determinatsiyaning juft koeffitsiyenti r^2_{yx} y o'zgaruvchi variatsiyasining qanaqa ulushi modelda hisobga olinganligini va ushbu ulush unga x o'zgaruvchining ta'siri bilan shartlanganligini ko'rsatadi.

R^2 koeffitsiyentni hisoblashga misol

R^2 koeffitsiyentni hisoblash regressiyaning hisoblash dasturida amalga oshiriladi, shuning uchun bu misol tushuntirish uchun keltirilgan. Regressiya tenglamasining ko'rinishi quyidagicha $\hat{y} = 1,67 + 1,5x$ bo'lgan, x va y uchun uchta kuzatish natijasidan iborat oddiy misoldan foydalanamiz (kuzatish natijalari 9.3-jadvalda keltirilgan). Jadvalda shuningdek har bir kuzatish uchun $\hat{y}_i$ va ε_i lar hamda $\text{var}(y)$, $\text{var}(\hat{y})$ va $\text{var}(\varepsilon)$ larni hisoblash uchun kerak bo'ladigan boshqa ma'lumotlar ham berilgan ($\bar{\varepsilon}$ ning nolga tengligi ko'rinib turibdi, chunki $\text{var}(\varepsilon) = (1/n) \sum \varepsilon_i^2$).

3.1- jadval

Kuzatish lar	x	Y	$\hat{y}$	ε	$y - \bar{y}$	$\hat{y} - \bar{\hat{y}}$	$(y - \bar{y})^2$	$(\hat{y} - \bar{\hat{y}})^2$	ε^2
1	1	3	3,1667	-0,1667	-1,6667	-1,5	2,7778	2,25	0,0278
2	2	5	4,6667	0,3333	0,3333	0,0	0,1111	0,00	0,1111
3	3	6	6,1667	-0,1667	1,3333	1,5	1,7778	2,25	0,0278
Yig'indi	6	14	14	0			4,6667	4,50	0,1667
O'rtaacha	2	4,7	4,7	0			1,5556	1,50	0,0556

jadvaldan ko'rinib turibdiki, $\text{var}(y) = 1,5556$, $\text{var}(\hat{y}) = 1,50$ va $\text{var}(\varepsilon) = 0,0556$ $\text{var}(y) = \text{var}(\hat{y}) + \text{var}(\varepsilon)$ ekanligi ko'rinib turibdi. Bu qiymatlar asosida R^2 koeffitsiyentni hisoblaymiz:

$$R^2 = \frac{\text{Var}(\hat{y})}{\text{Var}(y)} = \frac{1,5000}{1,5556} = 0,96;$$

$$R^2 = 1 - \frac{\text{Var}(\varepsilon)}{\text{Var}(y)} = 1 - \frac{0,0556}{1,5556} = 0,96;$$

III bobga doir topshiriqlar

1-topshiriq. Dastlabki va hisoblangan ma'lumotlarni quyidagi hisoblangan jadval ko'rinishida ifodalang:

No	x	y	$x - \bar{x}$	$y - \bar{y}$	$(x - \bar{x}) * (y - \bar{y})$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - \bar{y})^2$
1	2	1					
2	6	2					
3	10	4					
4	14	11					
5	18	12					
Jami	50	30					
O'rtacha	10	6					

Bu qiymatlarni korrelyatsiya koeffitsiyentini topish formulasiga qo'ying.

2-topshiriq. $\hat{y} = y + bx$ juft korrelyatsiya bog'lanish uchun $r_{\hat{y},y} = r_{x,y}$ ekanligini ko'rsatamiz. Haqiqatan ham,

$$cov(\hat{y}, y) = cov(a + bx, y) = bcov(x, y),$$

$$var(\hat{y}) = var(a + bx) = b^2 var(x)$$

munosabatni hisobga olib, quyidagini hosil qilamiz:

$$r_{\hat{y},y} = \frac{cov(\hat{y}, y)}{\sqrt{var(\hat{y})var(y)}} = \frac{cov(x, y)}{\sqrt{var(x)var(y)}} = r_{x,y}$$

Xulosa: x va y bir o'zgaruvchili regressiyada determinatsiya koeffitsiyenti korrelyatsiya koeffitsiyentining kvadratiga $R^2 = r_{x,y}^2$ teng.

Bu munosabatlarning to'g'riligini jadval ma'lumotlari asosida keltirib chiqaring.

Tayanch so'z va iboralar

Bog'lanish, chiziqli bog'lanish, matematik statistika, t-statistika, funksional, statistik, stoxastik determinatsiyalangan, korrelyatsion bog'liqlik, Bir o'zgaruvchili korrelyatsion bog'liqliklar, ko'p o'zgaruvchili korrelyatsion bog'liqliklar, korrelyatsion tahlil, matritsa, dispersiya, korrelyatsiyaning chiziqli koeffitsiyenti, tasodifiy miqdorlar, ahamiyatlilik, kovariatsiya, nolinci gipoteza, muhimlik darajasi, determinatsiya koeffitsiyenti.

III bobga doir savollar

1. Qanday bog‘lanishga chiziqli bog‘lanish deb aytiladi?
2. Iqtisodiyotda tasodifiy hodisalarga misol keltiring.
3. Funktsional va statistik bog‘lanish farqini va ta’rifini ayting.
4. Bir o‘zgaruvchili korrelyatsiya koeffitsiyenti formulasi .
5. Ko‘p o‘zgaruvchili korrelyatsiya koeffitsiyenti formulasi.
6. Xususiy korrelyatsiya qanday aniqlanadi?
7. Korrelyatsiya koeffitsiyentining muhimligi qanday aniqlanadi?
8. t–statistika nima?
9. Nolinchi gipoteza qachon amalga oshiriladi?
10. Chiziqli va chiziqli bo‘lmagan bog‘lanish uchun korrelyatsiya koeffitsiyentini topish formulalari?
11. Determinatsiya koeffitsiyenti qanday aniqlanadi?

Testlar

1. Qanday holatda bog‘lanish korrelyatsiya bog‘lanishi deb aytiladi?

a) agar omilning har bir qiymatiga natijaviy omilning muayyan tasodifiy qiymati mos kelsa;

b) agar omilning har bir qiymatiga natijali belgining ko‘plab qiymatlari, ya’ni muayyan statistik taqsimot mos kelsa;

v) agar omilning har bir qiymatiga natijaviy omil qiymatlarining butun bir taqsimoti mos kelsa;

g) agar o‘zgaruvchili belgining har bir qiymatiga natijali belgining muayyan belgilangan qiymati mos kelsa.

2. Tahliliy ifodaga ko‘ra bog‘lanish qanday turlarga bo‘linadi?

- a) teskari;
- b) chiziqli;

v) egri chiziqli;

g) juft.

3. Xususiy korrelyatsiya deganda nima tushuniladi?

a) natijaviy omil hamda tadqiqotga kiritilgan ikki yoki undan ko'p omillarning bog'liqligi;

b) ikkita omil (natijaviy va omillar yoki ikkita omil) o'rtasidagi bog'lanish;

v) boshqa omillar qiymati qat'iy belgilangan hollarda natijaviy omil va bitta omil o'rtasidagi bog'lanish;

g) sifatiy omillar o'rtasidagi bog'lanish.

4. Quyidagi qiymatlardan qaysi biri korrelyatsiyaning juft koeffitsiyentini qabul qila olmaydi?

a) -0,973;

b) 0,005;

v) 1,111;

g) 0,721.

5. Korrelyatsiya chiziqli koeffitsiyentining qaysi qiymatida Y va X omillar o'rtasidagi bog'lanishni jips (kuchli) deb hisoblash mumkin?

a) -0,975;

b) 0,657;

v) -0,111;

g) 0,421.

6. Agar Y va X omillar o'rtasidagi korrelyatsiya juft koeffitsiyenti 1 ga tengbo'lsa, u nimani anglatadi?

a) bog'lanishning yo'qligi;

b) teskari korrelyatsion bog'lanishning mavjudligi;

v) teskari funksional bog'lanishning mavjudligi;

g) to'g'ri funksional bog'lanishning mavjudligi.

7. Agar Y va X omillar o'rtasidagi korrelyatsiya juft koeffitsiyenti 0,675 qiymatni qabul qilsa, u holda determinatsiya koeffitsiyenti nimaga teng?

- a) 0,822;
- b) -0,675;
- v) 0,576;
- g) 0,456.

8. Korrelyatsiya indeksi quyidagi qaysi formula bo'yicha aniqlanadi?

a) $r_{yx}^2 \sqrt{\frac{n-2}{1-r_{yx}^2}}$;

b) $\sqrt{\frac{S_e^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}$;

v) $\sqrt{1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}}$;

g) $\sqrt{1 - \frac{S_e^2}{S_y^2}}$.

9. Bir omilli chiziqli regressiya modeli quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

- a) $Y = \alpha + \beta x + \varepsilon$
- b) $Y = \mu + \varepsilon$
- c) $Y = \sum \alpha + \beta x + \varepsilon$
- d) $Y = \alpha + \beta x$

10. Korrelyatsiya koeffitsiyentining o'zgarish sohasi

- a) -1; +1
- b) +2; -1
- c) 0; +3
- d) +2; -2

IV BOB. BIR O'ZGARUVCHILI CHIZIQLI REGRESSIYA TAHLILI

4.1. Regressiya tahlilining mohiyati.

Korrelyatsiya koeffitsiyenti ikki o'zgaruvchi orasidagi bog'lanish mavjudligini ko'rsatadi, lekin bular bir biri bilan qanday ko'rinishda bog'langanligi to'g'risidagi tasavvurni bermaydi. Bir o'zgaruvchi boshqa bir o'zgaruvchi bilan bog'langan degan farazlarimizning batafsilroq holatlari bilan tanishib chiqamiz. Biroq statistik tahlilda, munosabatlarning to'ridan to'g'ri aniqlanishiga unga tasodifiy qoldiq hadni ifodalovchi, tasodifiy omilni qo'shish yo'li bilan tan olinishini ko'rsatgan.

Bog'liqlik shakli chiziqli funksiya bilan ham (to'g'ri tenglama), chiziqsiz funksiyalar bilan ham (turli tartiblar polinomialari, giperbola, darajali funksiya va b.) ifodalanishi mumkin. Belgilar o'rtasidagi bog'liqlik shaklini ifodalash uchun *funksiyalarni tanlash* bir necha bosqichda kechadi: grafik, mantiqiy iqtisodiy hamda empirik ma'lumotlarning nazariy ma'lumotlarga yaqinligini matematik tekshirish.

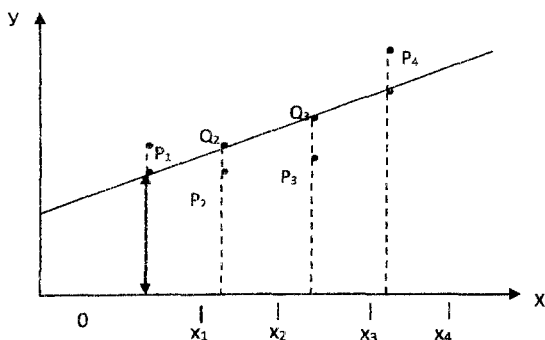
Regressiyaning chiziqli shakli tushunish, talqin etish va hisob-kitoblar texnikasi nuqtai nazaridan eng oddiy shakl hisoblanadi.

Chiziqli bir o'zgaruvchili regressiya tenglamasi umumiy holda quyidagi ko'rinishga ega: $y = a_0 + a_1x_1 + \varepsilon_i$

bu yerda a_0, a_1 – model parametrlari; ε_i – tasodifiy miqdor (qoldiq miqdori).

Bu yerda $\alpha + \beta x$ - tasodifiy bo'lmagan qismi, x tushuntiradigan o'zgaruvchi sifatida qatnashadi, α va β lar esa, aniqlanishi kerak bo'lgan noma'lum parametrlardir, ε_i – tasodifiy miqdor (qoldiq miqdori).

ε_i – mustaqil, normal taqsimlangan tasodifiy miqdor, nolli matematik kutishli ($M\varepsilon = 0$) va doimiy dispersiyali ($D\varepsilon = \sigma^2$) qoldiq ε ning o'zgarishi x ning o'zgarishi bilan noaniq ta'riflanishini aks ettiradi, chunki ushbu modelda hisobga olinmagan boshqa omillar ham ishtirok etadi.



4.1-rasm

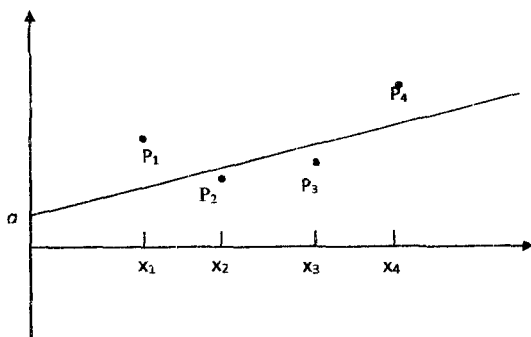
P nuqtalar o'zgaruvchilarning haqiqiy qiymatini aks ettiruvchi nuqtalardir. Bu yerda α , β va Q nuqtalarning hamda tasodifiy hadning haqiqiy qiymatlari noaniqdir.

Regressiya tahlilining asosiy masalasi α , β parametrlarning bahosini va Q nuqtalar bo'yicha o'tadigan to'g'ri chiziqlarning holatini aniqlashdan iboratdir.

Ko'rinib turibdiki ε ning qiymati qancha kichik bo'lsa, masalani yechish shunchalik oson bo'ladi. Haqiqatan ham agar tasodifiy had qatnashmaganda edi, unda P nuqta Q nuqta bilan ustma ust tushgan bo'lardi va to'g'ri chiziqlarning holati aniq bo'lgan bo'lardi. Bu holda bu chiziqni chizish va α , β ning qiymatini aniqlash oson bo'lgan bo'lardi.

4.2. Parametrlarni baholashning eng kichik kvadratlar usuli

Aytaylik, X va Y lar uchun 4 ta kuzatish natijalari berilgan bo'lib, bular orqali α , β parametrlarning qiymatini aniqlash kerak bo'lsin.

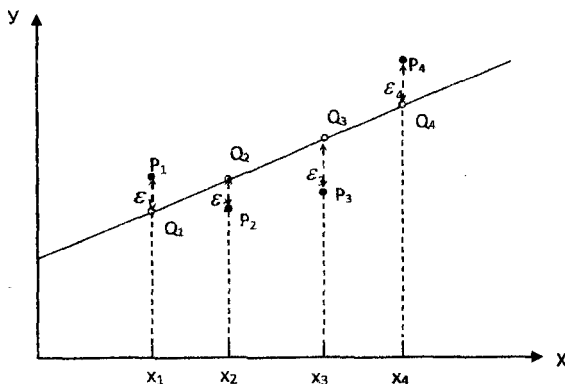


4.2-rasm

4.2-rasmda to'g'ri chiziqning Y o'qi bilan kesishish nuqtasi a ning bahosini bildiradi va a bilan belgilangan, to'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyenti esa, β ning bahosini anglatadi va u b bilan belgilangan. Birinchi qadam har bir kuzatishning xatosini aniqlashdan iboratdir:

$$\varepsilon_1 = y_1 - \hat{y}_1, \quad \varepsilon_2 = y_2 - \hat{y}_2, \quad \varepsilon_3 = y_3 - \hat{y}_3, \quad \varepsilon_4 = y_4 - \hat{y}_4.$$

Regressiya chizig'ini shunday chizishimiz kerakki, natijada bu xatolar minimum bo'lsin (4.3-rasm).



4.3-rasm

Qo'yilgan masalani yechishning usullaridan biri xatolar kvadratlarining yig'indisini minimallashtirishdan iboratdir:

$$S = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 + \varepsilon_4^2 \rightarrow \min$$

buni $S(a, b) = \sum_i \varepsilon_i^2 \rightarrow \min$ ko'rinishda yozish mumkin, yoki:

$$S(a, b) = \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2 \rightarrow \min.$$

Oliy matematikadan ma'lumki, biror bir funksiyaning ekstremal nuqtalarini topish uchun uning birinchi tartibli hosilasi nolga tenglashtiriladi:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0; \frac{\partial S}{\partial b} = 0.$$

$$\text{Bundan} \begin{cases} \frac{\partial S}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i) = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)x_i = 0 \end{cases} \text{ kelib chiqadi.}$$

Bu sistemada qavslarni ochib, o'xshash hadlarni ixchamlashtirganda quyidagi tenglamalar sistemasi hosil qilinadi.

$$\begin{cases} \sum y_i = na + b \sum x_i \\ \sum x_i y_i = a \sum x_i + b \sum x_i^2 \end{cases}$$

Bu tenglamalar sistemasidagi

$$\sum y_i, \sum x_i, \sum x_i y_i, \sum x_i^2$$

yig'indilarni topib, tenglamalar sistemasini a, b noma'lumlarga nisbatan yechganda bu noma'lumlarni topish mumkin.

Bu noma'lumlarni quyidagi formulalar orqali ham aniqlash mumkin:

$$b = \frac{\text{cov}(x, y)}{\text{var}(x)}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

bu yerda

$$\text{cov}(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

$$\text{var}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Matematik statistikada parametrlarni baholash sifati α va β miqdorlarning siljimaslik miqdori bilan xarakterlanadi va u

$$M(a) = a, \quad M(b) = b \text{ bo'ladi.}$$

Bu yerda $M(\xi)$ ξ -tasodifiy miqdorning matematik kutishi.

a va b ning asoslanganligi:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{var}(a) = 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \text{var}(b) = 0.$$

Bu baholashlarning sifati, ular qaysi usul bilan hosil qilinganligiga bog'liq. Bu yerda a va b baholarni hosil qilish uchun eng kichik kvadratlar usulidan foydalanildi. Matematik statistika kursida eng kichik kvadratlar usuli asosida olingan baholar siljimagan va asosli baholar deyiladi. Demak, a va b lar siljimagan va asosli baholardir. Regressiya tahlilning boshqa muhim masalasi, tanlangan model tanlama modelga teskari emasligini, y'ani undan ko'p chetga chiqmasligini tekshirishdan iborat. Bunday masalaga modelning adekvatligini tekshirish masalasi deyiladi. Matematik statistikada bu masalani yechish uchun juda ko'p usullar mavjud.

Eng kichik kvadratlar usuli bo'yicha regressiyaga doir misollar

1-misol

Jarayon ketma-ketligini ko'rsatish uchun ikkita kuzatishdan iborat oddiy misol qaraladi: rasmda ko'rsatilganidek, kuzatish natijalari $x=1$ bo'lganda $y=3$, va $x=2$ bo'lganda $y=5$ bo'ladi.

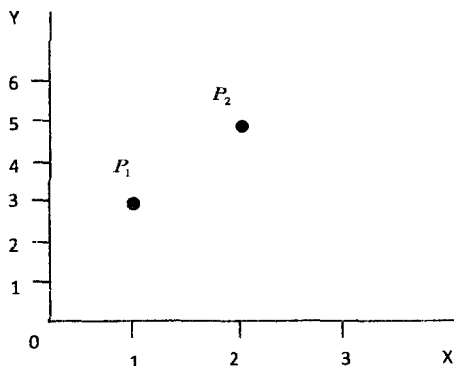
$\hat{y} = a + bx$ tenglamaning a va b koeffitsiyentlarini baholaymiz.

Ko'rinish turibdiki, mavjud bo'lgan ikkita kuzatish natijalari asosida aniq moslikni o'rnatish mumkin. Regressiya usulidan foydalanib, ikki nuqta orqali regressiya chizig'i o'tkaziladi.

Agar $x = 1$ bo'lsa, u holda regressiya tenglamasiga mos keluvchi $\hat{y} = (a + b)$ hosil qilinadi. Agar $x = 2$ bo'lsa, u holda $\hat{y} = a + 2b$ bo'ladi. Bunga asosan 4.1-jadval hosil qilinadi.

4.1-jadval

X	Y	$\hat{y}$	ε
1	3	$a + b$	$3 - a - b$
2	5	$a + 2b$	$5 - a - 2b$



y_1 ning qiymati (y ning P_1 nuqtadagi qiymati) $(a + b)$ ga teng, y_2 niki $\hat{y}_2 = a + 2b$ ga teng. Bundan kelib chiqadiki, $(y_1 - \hat{y}_1)$ orqali aniqlanuvchi ε_1 qoldiq birinchi kuzatish uchun $(3 - a - b)$ ga teng, $(y_2 - \hat{y}_2)$ orqali aniqlanuvchi ε_2 qoldiq esa ikkinchi kuzatish uchun $(5 - a - 2b)$ ga teng. Bundan,

$$S = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 = (3 - a - b)^2 + (5 - a - 2b)^2 = (9 + a^2 + b^2 - 6a - 6b + 2ab) + (25 + a^2 + 4b^2 - 10a - 20b + 4ab) = 2a^2 + 5b^2 + 6ab - 16a - 26b + 34$$
 kelib chiqadi.

Endi a va b larning shunday qiymati tanlanadiki, u holda S ning qiymati minimal bo'lsin. Buning uchun differentsial hisob qo'llanilib a va b larning qiymati topiladi, ular quyidagi munosabatlarni qanoatlantiradi:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial b} = 0 \text{ va}$$

$$\frac{\partial S}{\partial a} = 4a + 6b - 16;$$

$$\frac{\partial S}{\partial b} = 10b + 6a - 26.$$

Shunday qilib, $2a + 3b - 8 = 0$ va $3a + 5b - 13 = 0$ lar hosil bo'ldibu ikki tenglamani birgalikda yechganda, $a = 1$ va $b = 2$ qiymatlar hosil bo'ladi.

Bundan, regressiya tenglamasi quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\hat{y} = 1 + 2x.$$

To'g'ri xulosaga ega bo'lish uchun, quyidagi qoldiqlar hisoblanadi:

$$\varepsilon_1 = 3 - a - b = 3 - 1 - 2 = 0;$$

$$\varepsilon_2 = 5 - a - 2b = 5 - 1 - 4 = 0.$$

Shunday qilib, ikkala qoldiq ham nolga teng, bu degan so'z, regressiya chizig'i ikkala nuqtadan aniq o'tadi, bu oldindan ma'lum edi. Agar bizda bor yo'g'i ikkita kuzatish natijasi mavjud bo'lsa u holda to'g'ri chiziqni shu ikki nuqtadan o'tkazish kerak bo'ladi va regressiya tahlilini o'tkazib o'tirishga ehtiyoj bo'lmaydi.

2-misol. 1-misoldagi ma'lumotlarga uchinchi kuzatish natijasini qo'shamiz: $x = 3$ bo'lganda $y = 6$. Rasmda ko'rsatilgan uchta kuzatish natijasi bitta to'g'ri chiziqda yotmaydi, shuning uchun aniq moslikni o'rnatish qiyin. Bunday holatda to'g'ri chiziqning holatini hisoblash uchun eng kichik kvadratlar usuli bo'yicha olingan regressiyani ishlatamiz. Buning uchun standart tenglama quyidagi ko'rinishda qidiriladi: $\hat{y} = a + bx$.

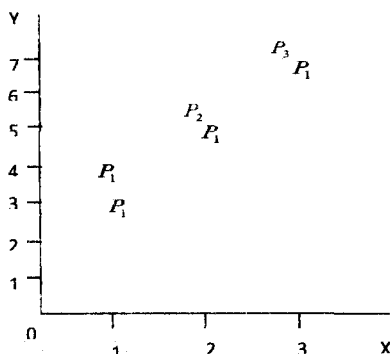
X ning 1, 2, 3 ga teng bo'lgan qiymatlarida, y ning hisoblangan qiymatlari mos ravishda $(a + b)$, $(a + 2b)$ va $(a + 3b)$ ga teng bo'lib, ular 4.2-jadvalda keltirilgan.

Uchta kuzatish natijasiga doir misol

4.2-jadval

X	y	$\hat{y}$	ε
1	3	$a + b$	$3 - a - b$
2	5	$a + 2b$	$5 - a - 2b$

3	6	$a + 3b$	$6 - a - 3b$
---	---	----------	--------------



Bundan,

$$S = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 = (3 - a - b)^2 + (5 - a - 2b)^2 + (6 - a - 3b)^2 =$$

$$(9 + a^2 + b^2 - 6a - 6b + 2ab) + (25 + a^2 + 4b^2 - 10a - 20b + 4ab) +$$

$$(36 + a^2 + 9b^2 - 12a - 36b + 6ab) = 3a^2 + 14b^2 + 12ab - 28a - 62b + 70$$
 kelib chiqadi.

$\partial S / \partial a = 0$ va $\partial S / \partial b = 0$ shart

$6a + 12b - 28 = 0$ va $12a + 28b - 62 = 0$ ni beradi .

Bu tenglamani yechish orqali, $a = 1,67$ va $b = 1,5$ ni hosil qilamiz. Bulardan regressiya tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\hat{y} = 1,67 + 1,50x.$$

Regressiya tenglamasini izohlash

Chiziqli bir o'zgaruvchili regressiya modeli parametrlarini izohlash:

a_0 - regression tenglamaning erkin koeffitsiyenti (a 'zosi). Iqtisodiy ma'noga ega emas va, agar omil $x = 0$ bo'lsa, y natijaviy ko'rsatkichning prognoz qiymatini ko'rsatadi.

a_1 - regressiya koeffitsiyenti, agar x o'zgaruvchi bir o'lchov birligiga oshirilsa, natijaviy omil o'rtacha qancha miqdorga o'zgarishini ko'rsatadi. Regressiya koeffitsiyentidagi belgi bog'liqlikning yo'nalishini ko'rsatadi: $a_1 > 0$ bo'lganida - bog'lanish to'g'ri; $a_1 < 0$ bo'lganida - bog'lanish teskari.

Quyidagi misol asosida regressiya tenglamasini izohlaymiz. Regressiya modelining ko'rinishi $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$ ko'rinishda berilgan bo'lib, bu model bo'yicha quyidagi $\hat{y} = 43,2 + 0,037x$ regressiya bahosi olingan bo'lsin.

Bu regressiya bahosi paxta hosildorligi (y) va unga solinadigan o'g'it orasidagi bog'lanishni aniqlash orqali olingan natijadan iborat bo'lib, uni quyidagicha tushuntirish mumkin: x oldidagi koeffitsiyent shuni ko'rsatadiki, agar x bir birlikka oshsa (kamaysa, koeffitsiyent oldidagi ishora minus bo'lganda), u holda $y = 0,037$ birlikka oshar (kamayar) ekan. Shunday qilib, hosil qilingan regressiya tenglamasida, agar solinadigan o'g'it miqdori 1 kg/ga oshsa u holda paxta hosildorligi 0,037 s/ga oshar ekan deyish mumkin. Tenglamadagi o'zgarmas had (43,2) haqida nima deyish mumkin? Bu had $x = 0$ bo'lganda y ning prognozlash darajasini bildiradi. Bu ayrim hollarda aniq ma'noni anglatadi, ayrim hollarda ma'noga ega emas. Agar $x = 0$ x ning tanlama qiymatlaridan yetarli uzoqda bo'lsa, u holda so'zma-so'z izoh noaniq natijalarga olib kelishi mumkin.

Regressiya tenglamasiga izoh berishda uchta narsani eslash muhim. Birinchidan α ning β ning bahosidangina iborat. Ikkinchidan, regressiya tenglamasi tanlama uchun umumiy qoidani ifodalaydi. Bunda har bir alohida olingan kuzatish tasodiflar ta'sirida bo'ladi. Uchinchidan, izohning ishonchliligi tenglamaning xususiyati to'g'riligidan ham bog'liq.

Tadqiq etilayotgan ko'rsatkichlar birliklarining bir-biridan farq qilishi tufayli a_1 parametrdan omilning natijaviy omil belgiga ta'sirini bevosita baholash uchun foydalanib bo'lmaydi. Ushbu maqsadlarda elastiklik koeffitsiyenti va beta-koeffitsiyent hisoblab chiqiladi. Elastiklik koeffitsiyentini aniqlash formulasi quyidagicha:

$$\mathcal{O}_{yx} = a_1 \frac{\bar{x}}{\bar{y}} .$$

Elastiklik koeffitsiyentixomilbir foizga o'zgarganda y natijaviy omil qancha foizga o'zgarishini ko'rsatadi. Beta-koeffitsiyentni aniqlash formulasi:

$$\beta_{yx} = a_1 \frac{\sigma_x}{\sigma_y}.$$

bu yerda, σ_x va σ_y – x va y tasodifiy miqdorlarning oʻrtacha kvadratik ogʻishmalari.

Beta-koeffitsiyent omili oʻzining oʻrtacha kvadratik ogʻishi miqdoriga oʻzgarganda, natijaviy omilning qiymati oʻzining oʻrtacha kvadratik ogʻishmasining oʻrtacha qancha qismiga oʻzgarishini koʻrsatadi.

Regressiya tenglamasi tuzilgach, uning adekvatligi va aniqligini tekshirish bajariladi. Modelning ushbu xususiyatlari ε_i qoldiqlari qatorini (hisoblangan qiymatlarning amaldagi qiymatlardan farqlarini) tahlil qilish asosida tadqiq etiladi. Qoldiqlar qatorining darajasi quyidagiga teng boʻladi:

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Korrelyatsiya va regressiya tahlil (ayniqsa kichik biznes sharoitida) yigʻindining hajmi boʻyicha chegaralash uchun oʻtkaziladi. Shu munosabat bilan regressiya, korrelyatsiya va determinatsiya koʻrsatkichlari tasodifiy omillarning taʼsiri ostida buzib koʻrsatilishi mumkin. Ushbu koʻrsatkichlar butun yigʻindi uchun qanchalik xosligini, ular tasodifiy holatlar bir-biriga toʻgʻri kelib qolishining natijasi hisoblanish-hisoblanmasligini tekshirish uchun tuzilgan modelning adekvatligini tekshirish lozim.

Regressiya tahlilining maqsadi, erksiz oʻzgaruvchi Y ning xulq atvorini tushuntirishdan iborat. Y ning berilgan tanlamalari ayrim kuzatishlarda nisbatan past, ayrimlarida nisbatan yuqori boʻladi. Nima uchun shundayligini koʻrsatamiz. Har qanday tanlamada Y qiymatlarining tarqalishini tanlama dispersiya $\text{var}(Y)$ yordamida jamlab ifodalash mumkin. Bu dispersiya miqdorini hisoblay olish kerak.

Bir oʻzgaruvchili regressiya tahlilida Y ning xulq – atvorini Y ning regressiya bogʻlanishini unga mos tanlangan erkli oʻzgaruvchi X ning qiymati boʻyicha aniqlash yoʻli bilan tushuntirishga harakat qilamiz. Regressiya tenglamasini

tuzgandan keyin y_i ning qiymatini har bir kuzatishda 2 ta qismga ya'ni $\hat{y}_i$ va ε_i larga ajratamiz.

$$y_i = \hat{y}_i + \varepsilon_i \quad (4.1)$$

$\hat{y}_i$ miqdor i - kuzatishdagi y ning hisoblangan qiymati bo'lib, bu qiymat y ning berilgan kuzatishdagi x qiymati bo'yicha prognozlangan qiymatidir. U holda ε_i - qoldiq y miqdorning haqiqiy va prognozlashgan qiymati orasidagi farqdan iborat. Bu y ning shunday qismiki, buni regressiya tenglamasi orqali tushuntirib bo'lmaydi. (4.1) dan foydalanib, y ning dispersiyasini yoyib yozamiz:

$$var(y) = var(\hat{y} + \varepsilon) = var(\hat{y}) + var(\varepsilon) + 2cov(\hat{y}, \varepsilon) \quad (4.2)$$

$cov(\hat{y}_i, \varepsilon)$ nolga teng bo'lishi kerak, bundan

$$var(y) = var(\hat{y}) + var(\varepsilon) \quad (4.3)$$

$var(y)$ ni ikkita qismga bo'lish mumkin ekan: $var(\hat{y})$ regressiya tenglamasi orqali tushuntiriladi, $var(\varepsilon)$ - tushuntirilmaydigan qismi. (3) ga muvofiq $var(\hat{y}) / var(y)$ y dispersiyasining regressiya tenglamasi orqali tushuntirilgan qismi. Bu munosabat determinatsiya koeffitsiyenti sifatida ma'lum va R^2 bilan belgilanadi

$$R^2 = \frac{var(\hat{y})}{var(y)} \quad (4.4)$$

bu $R^2 = 1 - \frac{var(\varepsilon)}{var(y)}$ bilan bir xil R^2 koeffitsiyentning maksimal qiymati birga teng. Bu regressiya chizig'i barcha kuzatishlarga mos kelganda yuz beradi, ya'ni

$\hat{y} = y_i$ barcha i lar uchun barcha qoldiqlar nolga teng. U holda $var(\hat{y}) = var(y)$, $var(\varepsilon) = 0$ va $R^2 = 1$.

Agar tanlamada y va x orasida ko'rinarli bog'lanish mavjud bo'lmasa u holda R^2 nolga yaqinbo'ladi.

4.3. Regressiya koeffitsiyentining aniqligi

Biz quyidagi bir o'zgaruvchili regressiya modelini qaraymiz:

$$y = \alpha + \beta x + \varepsilon \quad (4.3.1)$$

va n ta tanlama kuzatishlar orqali regressiya tenglamasini baholaymiz:

$$\hat{y} = a + bx \quad (4.3.2)$$

Shuningdek, biz x - tasodifiy bo'lmagan ekzogen o'zgaruvchi deb faraz qilamiz. Boshqacha so'z bilan aytganda uning qiymatlari barcha kuzatishlarda oldindan berilgan va qidirilayotgan bog'lanish bilan hech qanday aloqaga ega emas.

Birinchidan, y miqdor ikkita qismdan iborat. Birinchi qismi $\alpha + \beta x$ tasodifiy bo'lmagan qismdan iborat bo'lib, ehtimollik qonunlariga bog'liq emas va ikkinchisi tasodifiy qismi bo'lib, u ε dan iborat. Bundan kelib chiqib, b ni

$$b = \frac{Cov(x,y)}{Var(x)} \quad (4.7)$$

formula orqali hisoblaymiz. Ko'rinib turibdiki, b ham tasodifiy qismdan iborat. $Cov(x, y)$ ning qiymatlaridan bog'liq, y esa ε ning qiymatidan bog'liq.

Agar tasodifiy qismi n ta kuzatishlarda turli xil qiymatlarni qabul qilsa, u holda biz y ning turli xil qiymatlarini hosil qilamiz, bundan kelib chiqadiki, $Cov(x, y)$ va b ning ham turli qiymatlari hosil qilinadi.

Nazariy jihatdan biz b ni tasodifiy va tasodifiy bo'lmagan qismlarga ajratamiz. (1) munosabatdan va kovariatsiyani hisoblashning 1 qoidasiga asosan:
 $Cov(x, y) = Cov(x, [\alpha + \beta x + \varepsilon]) = Cov(x, \alpha) + Cov(x, \beta x) + Cov(x, \varepsilon) \quad (4.8)$
 ni hosil qilamiz.

Kovariatsiyaning 3- qoidasiga asosan $Cov(x, \alpha)$ nolga teng 2 - qoidasiga asosan $Cov(x, \beta x) = \beta Cov(x, x)$. $Cov(x, x) = Var(x)$ degan so'z, bundan kelib chiqadiki,

$$Cov(x, y) = \beta Var(x) + Cov(x, \varepsilon) \quad (4.9)$$

Buning ikkala tomonini $Var(x)$ ga bo'lsak,

$$u \text{ holda } b = \frac{Cov(x,y)}{Var(x)} = \beta + \frac{Cov(x,\varepsilon)}{Var(x)} \quad (4.10)$$

bo'ladi.

Shunday qilib, biz ixtiyoriy tanlama orqali hosil qilgan regressiya koeffitsiyenti b ikkita qo'shiluvchi ko'rinishda ifodalanadi:

1) β ning haqiqiy qiymatiga teng bo'lgan o'zgarmas miqdor .

2) $Cov(x, \varepsilon)$ dan bog'liq bo'lgan tasodifiy qismi. Bu qismi b koeffitsiyentning β konstantadan og'ishmasi bilan asoslanadi. Xuddi shuningdek α

ning ham α ning haqiqiy qiymatiga teng bo'lgan o'zgarmas qismidan va ε dan bog'liq bo'lgan tasodifiy qismlari yig'indisidan iborat ekanligini ko'rsatish mumkin.

Shuni yodda tutish kerakki biz amaliyotda regressiya koeffitsiyentlarini qismlarga ajrata olmaymiz, chunki α va β larning hisoblanadigan qiymatlarini va ε ning tanlamadagi haqiqiy qiymatlarini bilmaymiz.

4.4. Regressiya koeffitsiyentining siljimasligi

Regressiya tenglamasini hosil qilganimizdan keyin uning siljimasligi ko'rsatiladi.

$$b = \frac{Cov(x, y)}{Var(x)} = \beta + \frac{Cov(x, \varepsilon)}{Var(x)}$$

tenglamaga asosan agar Gauss-Markovning 4- sharti bajarilsa, u holda $b\beta$ ning siljimagan bahosidan iborat bo'ladi.

$$E\{b\} = E\left\{\beta + \frac{Cov(x, \varepsilon)}{Var(x)}\right\} = \beta + E\left\{\frac{Cov(x, \varepsilon)}{Var(x)}\right\} \quad (4.4.1)$$

chunki β - o'zgarmas. Agar biz x - tasodifiy miqdor emas deb, Gauss-Markovning 4- shartining kuchaytirilgan shaklini qo'llasak, u holda $var(x)$ ni ham o'zgarmas deb hisoblashimiz mumkin.

$$\text{Shunday qilib, } E(b) = \beta + \frac{1}{var(x)} E\{Cov(x, \varepsilon)\}. \quad (4.4.2)$$

Agar x - tasodifiy miqdor bo'lmasa, u holda $E\{cov(x, \varepsilon)\} = 0$ va bundan

$$E(b) = \beta \quad (4.4.3)$$

ekanligi kelib chiqadi. Shunday qilib, $b\beta$ ning siljimagan bahosidan iborat ekan. Xuddi shuningdek a koeffitsiyent uchun ham yuqoridagilarning to'g'riligini ko'rsatish mumkin.

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (4.4.4)$$

$$\text{formuladan } E(a) = E(\bar{y}) - \bar{x}E\{b\} \quad (4.4.5)$$

kelib chiqadi. $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$ formula bilan ifodalanganligi uchun

$$E\{y_i\} = \alpha + \beta x_i + E\{\varepsilon_i\} = \alpha + \beta \bar{x} \quad (4.4.6)$$

ni yozish mumkin, chunki Gauss-Markovning 1-sharti bajarilsa, $E\{\varepsilon_i\} = 0$ bo'ladi.

$$\text{Bundan } E\{\bar{y}_i\} = \alpha + \beta \bar{x} \quad (4.4.7)$$

kelib chiqadi. Buni (4.4.5)ga qo'ysak va $E\{b\} = \beta$ dan foydalansak,

$$E\{a\} = (\alpha + \beta \bar{x}) - \beta \bar{x} = \alpha \text{ bo'ladi.}$$

Shunday qilib, $E\{a\} = \alpha$ bo'lib, α ning siljimagan bahosidan iborat ekan. Buni biz Gauss-Markovning 1 va 4 shartlariga asosan keltirib chiqardik.

Gauss-Markovning 1-sharti: Barcha kuzatishlarda $E(\varepsilon_i) = 0$. Birinchi shart shundan iboratki har qanday kuzatishda tasodifiy handing matematik kutishi nolga teng bo'lishi kerak.

Gauss-Markovning 2-sharti: Barcha kuzatishlarda $\text{pop. var}(\varepsilon_i)$ o'zgarmasbo'lishi kerak. Bu degan so'z tasodifiy handing dispersiyasi barcha kuzatishlarda o'zgarmasbo'lishi kerak.

Gauss-Markovning 3-sharti: $\text{pop. cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 (i \neq j)$ bolishi kerak. Bu degan so'z har qanday ixtiyoriy ikkita kuzatuvda tasodifiy hadlar miqdorlari orasida muntazam bog'lanish mavjud bo'lmazligi kerak.

Gauss-Markovning 4-sharti: tasodifiy had tushuntiruvchi o'zgaruvchilardan bog'liq bo'lmagan holda taqsimlanishi kerak.

4.5. Modelning haqqoniyligi talablarini tekshirish

Modelning haqqoniyligini tekshirish uning ahamiyatini hamda muntazam xatolarining bor-yo'qligini aniqlashdan iborat. O'zgaruvchi y_i ning x_i ma'lumotlariga mos keluvchi qiymatlari a_0 va a_1 nazariy qiymatlarida tasodifiy hisoblanadi. Ular bo'yicha hisoblab chiqilgan a_0 va a_1 koeffitsiyentlarining qiymatlari ham tasodifiy bo'ladi.

Regressiya alohida koeffitsiyentlarining *ahamiatliligini tekshirish* regressiya har bir koeffitsiyentining nolga tengligi to'g'risidagi farazni tekshirish yo'li bilan Styudentning t mezonibo'yicha amalga oshiriladi. Bunda hisoblab chiqilgan parametrlar shart-sharoitlar majmuini aks ettirish uchun qanchalik xosligi, ya'ni parametrlarning olingan qiymatlari tasodifiy miqdorlar ta'sirining natijasi hisoblanish-hisoblanmasligi aniqlanadi. Regressiyaning tegishli koeffitsiyentlari uchun tegishli formulalar qo'llaniladi.

Styudentning t mezonini aniqlash uchun quyidagi formulalardan foydalaniladi. Regressiya koeffitsiyentlarini baholash uchun Styudentning t mezonini hisoblash

$$\text{formulasi: } t_{his_{a_0}} = \frac{a_0}{S_{a_0}}, \quad t_{his_{a_1}} = \frac{a_1}{S_{a_1}}.$$

bu yerda, S_{a_0} , S_{a_1} – erkin had va regressiya koeffitsiyentining standart og‘ishmalari. Ular quyidagi formulalar bo‘yicha aniqlanadi:

$$S_{a_0} = S_{\varepsilon} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}; \quad S_{a_1} = \frac{S_{\varepsilon}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}.$$

bu yerda, S_{ε} – model qoldiqlarining standart og‘ishmalari (baholashdagi standart xato). U quyidagi formula bo‘yicha aniqlanadi.

$$S_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon^2}{n - k - 1}}.$$

Hisoblab chiqilgan t mezonning qiymatlari $t_{\alpha\gamma}$ mezonning $(p-k-1)$ erkinlik darajalarida va α ahamiyatliligining tegishli darajasida aniqlanadigan jadvaldagi qiymati bilan taqqoslanadi.

Agar t mezonning hisoblab chiqilgan qiymati uning $t_{\alpha\gamma}$ jadvaldagi qiymatidan katta bo‘lsa, u holda parametr ahamiyatli hisoblanadi.

Umuman, regressiya tenglamasining ahamiyatliligini tekshirish uchun *Fisherning F-mezonidan* foydalaniladi. Juft chiziqli regressiya holatida regressiya modelining ahamiyatliligi quyidagi Fisherning F-mezonining formulasi bo‘yicha aniqlanadi:

$$F_{hts} = \frac{r_{yx}^2}{1-r_{yx}^2} \cdot (n - k - 1).$$

Agar ahamiyatlilikning berilgan darajasida $\gamma_1 = k, \gamma_2 = n-k$ - 1erkinlik darajalariga ega bo'lgan F-mezonning hisoblab chiqilgan qiymati jadvaldagi qiymatdan yuqori bo'lsa, u holda model ahamiyatli hisoblanadi, baholanayotgan tavsiflarning tasodifiy tabiati to'g'risidagi faraz inkor etilib, ularning statistik ahamiyatliligi va ishonchliligi e'tirof etiladi.

Muntazam xatoning mavjudligini yoki mavjud emasligini (eng kichik kvadratlar usulining bajarilishini) tekshirish qoldiqlar qatorini tahlil qilish asosida amalga oshiriladi.

Modelning haqqoniy deb hisoblanishi uchun qo'yiladigan talablar:

- qoldiqlar qatori darajalari tasodifiy xususiyatga ega;
- qoldiqlar qatori darajalarining matematik kutishi nolga teng;
- har bir og'ishmaning E dispersiyasi: x_i ning barcha qiymatlari uchun bir xil;
- qoldiqlar qatori darajalarining qiymatlari bir-biriga bog'liq emas (avtokorrelyatsiya mavjud emas);
- qoldiqlar qatorining darajalari normal qonun bo'yicha taqsimlangan.

Qoldiqlar qatori javob berishi lozim bo'lgan talablarga amal qilish usullari quyidagilardan iborat:

Birinci talab. Qoldiqlar qatorining tasodifiylik xususiyatini tekshirish uchun takroriy nuqtalar mezonidan foydalanish mumkin. Agar quyidagi shartlar bajarilsa, nuqta takroriy hisoblanadi:

$$\varepsilon_{i-1} < \varepsilon_i > \varepsilon_{i+1} \text{ yoki } \varepsilon_{i-1} > \varepsilon_i < \varepsilon_{i+1}.$$

So'ngra r takroriy nuqtalar soni sanab chiqiladi. Quyidagi tenglamaning bajarilishi 5% ahamiyatlilik darajasiga ega bo'lgan, ya'ni 95% ishonch ehtimoliga ega bo'lgan tasodifiylik mezoni hisoblanadi:

$$p > \left[\frac{2}{3} (n-2) - 1,96 \sqrt{\frac{16n-29}{90}} \right].$$

Kvadrat qavslar ichiga olingan sonning butun qismi olinishini anglatadi. Agar tengsizlik bajarilsa, u holda model haqqoniy hisoblanadi.

Ikkinchi talab. Qoldiq izchilligi matematik kutishining nolga tengligini tekshirish uchun qoldiqlar qatorining o'rtacha qiymati hisoblab chiqiladi:

$$\bar{\varepsilon} = \sum (\varepsilon_i) / n.$$

Agar $\bar{\varepsilon} \approx 0$ bo'lsa, u holda model doimiy muntazam xatoga ega bo'lmaydi va nolli o'rtacha mezonga mos keladi. Agar $\bar{\varepsilon} \neq 0$ bo'lsa, u holda matematik kutishning nolga tengligi to'g'risidagi nolli faraz tekshiriladi. Buning uchun Styudentning t mezonini quyidagi formula bo'yicha hisoblab chiqiladi:

$$t = \frac{|\bar{\varepsilon}| - 0}{s_{\varepsilon}} \cdot \sqrt{n}.$$

bu yerda s_{ε} - model qoldiqlarining standart og'ishmasi (standart xato).

t mezon qiymati $t_{\alpha, n}$ jadaldagi qiymat bilan taqqoslanadi. Agar $t > t_{\alpha, n}$ tengsizlik bajarilsa, u holda model ushbu mezon bo'yicha haqqoniy emas deb baholanadi.

Uchinchi talab. Qoldiqlar qatori darajalarining dispersiyasi x_i ning barcha qiymatlari uchun bir kodli bo'lishi kerak (gomoskedastiklik xususiyati). Agar ushbu shartga amal qilinmasa, u holda gomoskedastiklik mavjud bo'ladi.

Tanlash hajmi kichik bo'lganda gomoskedastiklikni baholash uchun Goldfeld-Kvantsu usulidan foydalanish mumkin. Mazkur usulning mohiyati quyidagilardan iborat:

- x o'zgaruvchining qiymatlarini ortib borish tartibida joylashtirish lozim;
 - tartibga solingan kuzatishlar yig'indisini ikkita guruhga ajratish kerak;
 - kuzatishlarning har bir guruhi bo'yicha regressiya darajalarini tuzish zarur;
- quyidagi formulalar bo'yicha birinchi va ikkinchi guruh uchun kvadratlar qoldiq yig'indilarini aniqlash kerak:

$$S_1 = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2; \quad S_2 = \sum_{i=n_1+1}^{n_2} \varepsilon_i^2;$$

bu yerda, n_1 - birinchi guruhda kuzatishlar soni; n_2 - ikkinchi guruhda kuzatishlar soni.

$F_{hisob} = S_1 : S_2$ yoki $F_{hisob} = S_2 : S_1$ (suratda kvadratlar katta yig'indisi bo'lishi kerak) mezonini hisoblab chiqish lozim.

Gomoskedastiklik to'g'risidagi nolli farazni bajarishda F_{hisob} mezonni F -mezonni kvadratlarning har bir qoldiq summasi uchun $\gamma_1 = n_1 - t$ va $\gamma_2 = n - n_1 - t$ (bu yerda t – regressiya tenglamasida baholanadigan parametrlar soni) erkinlik darajalari bilan qanoatlantiradi. F_{hisob} miqdori F -mezonning jadvaldagi qiymatidan qancha katta bo'lsa, qoldiq miqdorlar dispersiyalarining tengligi haqidagi taxmin shunchalik kattaxatoga ega bo'ladi.

To'rtinchi talab. Qoldiqlar izchilligining mustaqilligini tekshirish (avtokorrelyatsiyaning mavjud emasligi) Darbin-Uotsonning d -mezonni yordamida amalga oshiriladi. U quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$d = \frac{\sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}$$

Mezonning hisoblab chiqilgan qiymati Darbin-Uotson statistikasining quyi d_1 va yuqori d_2 mezoniy qiymatlari bilan taqqoslanadi. Bunda quyidagi holatlar yuz berishi mumkin:

agar $d < d_1$ bo'lsa, u holda qoldiqlarning mustaqilligi to'g'risidagi faraz inkor etiladi va model qoldiqlarning mustaqilligi mezonni bo'yicha noadekvat deb e'tirof etiladi;

agar $d_1 < d < d_2$ (shu jumladan ushbu qiymatlarning o'zi) bo'lsa, u holda biror bir fikrga kelishga asos yo'q deb hisoblanadi va qo'shimcha mezondan, masalan, avtokorrelyatsiyaning birinchi koeffitsiyentidan foydalanish zarur:

$$r_1 = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i \cdot \varepsilon_{i-1}}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}.$$

Agar koeffitsiyentning model bo'yicha hisoblab chiqilgan qiymati jadvaldagi r_{1kr} qiymatdan kichik bo'lsa, u holda avtokorrelyatsiyaning mavjud emasligi to'g'risidagi faraz qabul qilinadi; aks holda ushbu faraz inkor etiladi;

agar $d_2 < d < 2$ bo'lsa, u holda qoldiqlarning mustaqilligi to'g'risidagi faraz qabul qilinadi va model ushbu mezon bo'yicha haqqoniy deb e'tirof etiladi;

agard > 2 bo'lsa, u holdabu qoldiqlarning manfiy avtokorrelyatsiyasidan dalolat beradi.

Mazkur holatda mezonning hisoblab chiqilgan qiymatini $d' = 4 - d$ formulasi bo'yicha o'zgartirish va d mezoniy qiymat bilan emas, balki d' mezoniy qiymat bilan taqqoslash zarur.

Beshinchi talab. Qoldiqlar izchilligi taqsimlanishini taqsimlashning normal qonuniga mosligini tekshirishni quyidagi formula bo'yicha aniqlanadigan R/S -mezon yordamida amalga oshirish mumkin:

$$R/S = (\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}) / S_{\varepsilon}$$

bu yerda S_{ε} — model qoldiqlarining standart og'ishi (standart xato).

R/S -mezonning hisoblab chiqilgan qiymati jadvaldagi qiymatlar (ushbu nisbatning quyi va yuqori chegaralari) bilan taqqoslanadi va agar qiymat chegaralar o'rtasidagi oraliqqa tushmasa, u holda ahamiyatlilikning ma'lum darajasiga ega bo'lgan taqsimlashning normalligi to'g'risidagi faraz inkor etiladi; aks holda ushbu faraz qabul qilinadi. Shuningdek, regression modellarning sifatini baholash uchun korrelyatsiya indeksidan (ko'po'zgaruvchilikorrelyatsiyasi koeffitsiyentidan) ham foydalanish mumkin. Korrelyatsiya indeksini aniqlash formulasi quyidagicha:

$$R = \sqrt{1 - \frac{S_{\varepsilon}^2}{S_y^2}} = \sqrt{1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}} = \sqrt{\frac{\sum (\hat{y} - \bar{y})^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

bu yerda, $S_y^2 = S_{\hat{y}}^2 + S_{\varepsilon}^2$;

$S_{\hat{y}}^2$ — erksiz o'zgaruvchining uning o'rtacha qiymatidan og'ishlari kvadratlarining umumiy yig'indisi, quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$s_{\hat{y}}^2 = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n - 1};$$

$S_{\hat{y}}^2$ — regressiya bilan izohlangan og'ishlar kvadratlarining yig'indisi. U quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$S_y^2 = \frac{\sum (y_t - \bar{y})^2}{n-1};$$

S_e^2 – og‘ishmalar kvadratlarining qoldiq yig‘indisi. Ushbu quyidagi formula bo‘yicha hisoblab chiqiladi:

$$S_e^2 = \frac{\sum (y_t - \hat{y})^2}{n-1};$$

$$S_y^2 = S_{\hat{y}}^2 + S_e^2;$$

tenglamasini quyidagi tarzda yozish mumkin:

$$\sum (y_t - \bar{y})^2 = \sum (\hat{y}_t - \bar{y})^2 + \sum (y_t - \hat{y})^2.$$

Korrelyatsiyaindeksi 0 dan 1 gacha qiymatni qabul qiladi. Indeks qiymati qanchalik yuqori bo‘lsa, natijaviy ko‘rsatkichning hisoblab chiqilgan qiymatlari amaldagi qiymatlarga shunchalik yaqin bo‘ladi. Korrelyatsiya indeksi o‘zgaruvchilar bog‘liqligining har qanday shaklida foydalaniladi; bir o‘zgaruvchili chiziqli regressiyada u korrelyatsiyaning bir o‘zgaruvchili koeffitsiyentiga teng.

Model aniqligining o‘lchovlari sifatida aniqlik tavsiflari qo‘llaniladi. Agar regressiya modeli adekvat deya e’tirof etilsa, modelning parametrlari esa, ahamiyatli bo‘lsa, u holda prognozni tuzishga o‘tiladi.

O‘zgaruvchiy ningprognoz qilinayotgan qiymatiregressiya tenglamasiga x_{progn} mustaqil o‘zgaruvchi kutilayotgan qiymati qo‘yilgan holda topiladi.

O‘zgaruvchiy ning prognoz qilinayotgan qiymati quyidagiga teng:

$$\bar{Y}_{progn} = a_0 + a_1 x_{progn}$$

Ushbu prognoz nuqtalideb nomlanadi. Nuqtali prognozning amalga oshishi ehtimoli deyarli nolga teng, shuning uchun prognozning katta ishonchlilik darajasiga ega bo‘lgan ishonch oralig‘i hisoblab chiqiladi.

Prognozning ishonch oralig‘lari standart xatoga, x_{progn} ning o‘zi $\bar{x}$ o‘rtacha qiymatidan uzoqlashishiga, n kuzatishlar soniga va α prognozning ahamiyatlilik darajasiga bog‘liq. Prognozning ishonch oralig‘lari quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$u(k) = t_{jadv} \cdot S_e \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_{progn} - \bar{x}_i)^2}{\sum (x_i - \bar{x}_i)^2}},$$

bu yerda, t_{jadv} - α ning ahamiyatlilik darajasi va $\gamma = n - k - 1$ erkinlik darajalarining soni uchun Styudentning taqsimlash jadvali bo'yicha aniqlanadi.

Aniqlik o'lchovlari	Hisoblab chiqish va tavsifning mazmuni
Eng katta xato	Hisoblab chiqilgan qiymatlarning amaldagi qiymatlardan eng katta og'ishmasiga mos keladi
O'rtacha mutlaq xato	$\bar{\varepsilon}_{abs} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i $ Xato amaldagi qiymatlar modeldan o'rtacha qanchaga farq qilishini ko'rsatadi.
Qoldiqlar dispersiyasi (qoldiq dispersiyasi)	$S_c^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2}{n-1}$ bu yerda $\bar{\varepsilon}$ - qoldiqlar qatorining o'rtacha qiymati. Quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi: $\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i$

O'rtachakvadratik xato	Dispersiyadan kvadrat ildizchiqariladi. $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2}{n-1}}$ Xatoning qiymati qanchalik kichik bo'lsa, model shunchalik aniq bo'ladi.
Approksimatsiyaning o'rtacha nisbiy xatosi	$\bar{E}_{msb} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left \frac{\varepsilon_i}{y_i} \right \cdot 100$ $\bar{E}_{msb}$ qiymatlarining ruxsat etilgan chegarasi ko'pi bilan 8-15 foizni tashkil qiladi.

Model aniqligi o'lchovlari

IV bobga doir topshiriqlar

1-topshiriq. Jadvaldaberilgan ma'lumotlardan foydalanib quyidagilarni bajaring:

4.3-jadval

Dala lar №	Hosildorlik, s./ga, y						Yer sifatining bali, x_1	O'g'it dozasi s., x_2
	Kuzgi bug'doy	Kuzgi Arpa	Paxta	Kuzgi javdar	Arpa	Grechka		
1	24,1	23,1	25,1	20,5	30,5	12,1	30	8
2	24,2	23,4	25,2	20,7	30,8	12,2	35	7
3	28,5	27,3	29,6	24,5	34,6	14,5	40	10
4	25,0	23,9	27,0	21,0	31,1	13,0	45	6
5	24,9	23,9	25	20,9	30,8	12,5	50	5
6	25,2	24,1	27,2	21,3	31,4	12,6	55	4
7	31,0	29,9	31,0	27,0	38,0	15,5	60	9
8	33,3	32,2	34,3	29,3	39,4	17,0	65	10
9	32,1	31,0	33,1	28,1	38,3	16,7	70	9
10	33,4	32,3	35,4	28,5	38,5	16,9	75	8
11	35,7	34,5	37,7	31,7	41,8	17,8	80	9
12	38,0	37,0	40,0	34,2	44,3	19,0	85	3
13	34,3	33,3	38,3	30,5	40,6	17,1	90	6
14	31,1	31,0	35,1	27,8	39,0	15,6	95	2
15	39,0	38,0	41,2	35,0	46,1	20,0	100	3

1. Natijaviy ko'rsatkich Y(hosildorlik)ning alohida x_1 (yer sifatining ball boniteti) va x_2 (solinadigan o'g'it miqdori) orqali bir o'zgaruvchili regressiya tahlili va ular grafiklari chizilsin.

2. Regressiya koeffitsiyentining ichonchiligi aniqlansin.

Aytaylik, ikki o'zgaruvchi orasida quyidagi bog'lanish mavjud:

$$Y = \alpha + \beta x + \varepsilon$$

bu yerda $\alpha + \beta x$ - tasodifiy bo'lmagan qismi, x tushuntiradigan o'zgaruvchi sifatida qatnashadi, α va β lar esa aniqlanishi kerak bo'lgan noma'lum parametrlardir, ε – tasodifiy miqdor. Regressiya tahlilining asosiy masalasi α va β parametrlarning bahosini va nuqtalar bo'yicha o'tadigan to'g'ri chiziqlarning holatini aniqlashdan iboratdir.

Masalani yechish jarayonini ko'rib chiqamiz. Buning uchun Y va X larning yig'indilarini topib:

$$\begin{aligned}\sum y_i &= 459,8; & \sum x_i &= 975; \\ \sum x_i^2 &= 70375; \\ \sum y_i x_i &= 31270;\end{aligned}$$

ularni quyidagi standart normal tenglamalar sistemasiga qo'yamiz.

$$\begin{cases} \sum y_i = na + b \sum x_i \\ \sum x_i y_i = a \sum x_i + b \sum x_i^2 \end{cases} \begin{cases} 459,8 = na + 975b \\ 31270 = 975a + 70375b \end{cases}$$

Bu tenglamalar sistemasini a , b noma'lumlarga nisbatan yechib, noma'lumlarni aniqlaymiz: $a = 17,8$, $b = 0,2$. Demak regressiya tenglamasini hosil qildik:

$$\hat{Y} = 17,8 + 0,2 \cdot x_i \quad (1)$$

Bu tenglamani Y ning hisoblangan qiymati deb ham atashadi. Bu regressiya tenglamasi quyidagicha tahlil qilinadi: agar yer sifatini bir birlikka o'zgartirilsa (+o'shirilsa va - kamaytirilsa) hosildorlik 0,2 birlikka oshar (kamayar) ekan. Bu yerdagi ozod had 17,8 ma'noga ega emas.

$\hat{Y}$ ning qiymatlarini topib, uning qiymatlarini jadvalda aniqlaymiz va ε qiymatlarini topamiz:

4.4-jadval

y	X	y*x	x^2	$\hat{Y}$	ε
24,1	30	723	900	23,8	0,3
24,2	35	847	1225	24,8	-0,6
28,5	40	1140	1600	25,8	2,7
25	45	1125	2025	26,8	-1,8
24,9	50	1245	2500	27,8	-2,9
25,2	55	1386	3025	28,8	-3,6
31	60	1860	3600	29,8	1,2
33,3	65	2164,5	4225	30,8	2,5
32,1	70	2247	4900	31,8	0,3
33,4	75	2505	5625	32,8	0,6
35,7	80	2856	6400	33,8	1,9
38	85	3230	7225	34,8	3,2
34,3	90	3087	8100	35,8	-1,5
31,1	95	2954,5	9025	36,8	-5,7
39	100	3900	10000	37,8	1,2

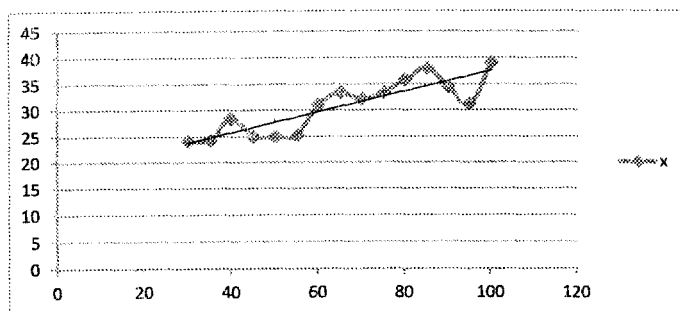
459,8

975

31270

70375

Regressiya chizig'ini hosil qilish jarayoni quyida keltirilgan:



2- topshiriq. Quyidagi ma'lumotlar asosida regressiya tahlilini amalga oshiring:

Yillar	X	y	x^2	xy	$\hat{y}$	$(y - \bar{y})^2$	$(\hat{y} - \bar{y})^2$	$(y - \hat{y})^2$
1990	2	1	4	2	-0,2	25	38,44	1,44
1991	6	2	36	12	2,9	16	9,61	0,81
1992	10	11	100	40	6	4	0	4
1993	14	12	196	154	9,1	25	9,61	3,61
1994	18	30	324	216	12,2	36	38,44	0,04
Jami	50	30	660	424	30	106	96,1	9,9
O'rtacha	10	6	132	84,8	6	21,2	19,22	1,98
	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\overline{x^2}$	$\overline{xy}$	$\bar{\hat{y}}$	$Var(y)$	$Var(\hat{y})$	$Var(e)$

$y = \alpha + \beta x + \varepsilon$ regressiyada o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanish ikkita komponentga bo'linadi: $y = y_1 + y_2$. Komponentlar uchun ikkita regressiyani qaraymiz: $y_1 = \alpha_1 + \beta_1 x + \varepsilon_1$, $y_2 = \alpha_2 + \beta_2 x + \varepsilon_2$.

Parametrlarni baholashning enk kichik kvadratlar usulidan (EKKU) foydalanib, ikkala regressiya parametrlarining bahosi uchun quyidagi munosabatlarni tog'riligini isbotlaymiz: $a = a_1 + a_2$, $b = b_1 + b_2$.

Haqiqatan ham,

$$b = \frac{cov(x, y)}{var(x)} = \frac{cov(x, y_1 + y_2)}{var(x)} = \frac{cov(x, y_1) + cov(x, y_2)}{var(x)} = b_1 + b_2,$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = \overline{(y_1 + y_2)} - \bar{x}(b_1 + b_2) = a_1 + a_2.$$

Yuqoridagi ma'lumotlar asosida formulaning to'g'riligini ko'rsating.

3-topshiriq. Bir o'zgaruvchili regressiyada o'zgaruvchilarning qiymatini biron bir songa yoki shuncha martaga o'zgartirsak, u holda b koeffitsiyentning miqdori o'zgarmaydi.

Aytaulik, $x' = x + c$, $y' = y + c$ bo'lsin u holda

$$b' = \frac{\text{cov}(x', y')}{\text{var}(x')} = \frac{\text{cov}(x + c, y + c)}{\text{var}(x + c)} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\text{var}(x)} = b$$

$$x' = kx, y' = ky,$$

$$b' = \frac{\text{cov}(x', y')}{\text{var}(x')} = \frac{\text{cov}(kx, ky)}{\text{var}(kx)} = \frac{k^2 \text{cov}(x, y)}{k^2 \text{var}(x)} = b \text{ bo'ladi.}$$

berilgan ma'lumotlar variantlardan foydalanib formulaning to'g'riligini ko'rsating.

Tayanch iboralar

Regressiya, regressiya tenglamasi, bog'lanish, parametrlar, kuzatishlar, bog'liqlanish shakli, bir o'zgaruvchili regressiya tenglamasi, eng kichik kvadratlar usuli, adekvatligi, aniqligi, bir o'zgaruvchili regressiya, *siljimasligi*, haqqoniyligi, ahamiyatligi, Fisherning F-mezoni, o'rtacha kvadratik xato.

IV bobga doir savollar

1. Bir o'zgaruvchili regressiya modellari tasnifi.
2. Standart xato haqida tushunchava regressiya koeffitsiyentlarining muhimligini baholash.
3. Juft chiziqli regressiya parametrlarini baholashva ularning iqtisodiy talqini.
4. Determinatsiya koeffitsiyenti va uning tavsifi.
5. Dispersion tahlil: mohiyati va o'tkazish metodikasi.
6. Bir o'zgaruvchili chiziqli bo'lmagan regressiya modelini o'rganish.
7. Xususiy korrelyatsiya koeffitsiyenti.
8. Korrelyatsiya koeffitsiyentining ahamiyatini baholashda Styudentning t mezon.

9. Elastiklik koeffitsiyenti haqida tushuncha va uning tasnifi.

10. Chiziqli regressiya β -koeffitsiyenti va uni qo'llash.

11. Eng kichik kvadratlar usulini asoslash.

Testlar

1. Tahliliy ifodaga ko'ra bog'lanish qanday turlarga bo'linadi?

- a) teskari;
- b) chiziqli;
- v) egri chiziqli;
- g) juft.

2. Eng kichik kvadratlar usuliga muvofiq quyidagi ifodalardan qaysi biri kamayadi?

a) $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$;

b) $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)$;

v) $\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|$;

g) $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$.

3. Regressiya parametrlarining baholari (eng kichik kvadratlar usuli baholarining xususiyatlari) qanday bo'lishi kerak?

- a) siljimagan;
- b) geteroskedatik;
- v) samarali;
- g) asoslangan.

11. Chiziqli juft regressiya tenglamasida a_1 parametr nimani anglatadi?

a) natijaviy omil hisobga olinmagan (tadqiqot uchun ajratilmagan) omillarning o'rtacha holatga keltirilgan ta'sirini;

b) omil 1 foizga o'zgariganda natijaviy omilning o'rtacha o'zgarishini;

v) agar x o'zgaruvchi bir o'lchov birligiga oshirilsa, natijaviy omilni o'rtacha qancha miqdorga o'zgarishini;

g) y natijaviy omil belgi variatsiyasining qanaqa ulushi modelda hisobga olinganligini va x o'zgaruvchining ta'siri bilan shartlanganligini.

4. a_1 parametrlarning chiziqli juft regressiya tenglamasidagi qiymati qaysi formula bo'yicha aniqlanadi?

a) $\bar{y} - a_1 \bar{x}$;

b)
$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$
;

v)
$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$
;

g) $a_0 \cdot x^{a_1}$

5. Regressiya tenglamasi $\hat{y}_x = 2,02 \pm 0,78x$ ko'rinishga ega. Agar x o'zining bir o'lchov birligiga oshirilsa, y o'rtacha o'zining qancha o'lchov birligiga o'zgaradi:

a) 2,02 ga oshadi;

b) 0,78 ga oshadi;

v) 2,80 ga oshadi;

g) o'zgarmaydi.

6. Regressiya tenglamasining ahamiyatligini baholash uchun qanaqa mezonlardan foydalaniladi?

a) Fisherning F-mezeni;

b) Studentning t mezeni;

v) Pearson mezeni;

g) Darbin-Uotsonning d -mezeni.

7. Omil 1 foizga o'zgarganda natijaviy omilning o'rtacha o'zgarishini qanaqa koeffitsiyent belgilab beradi?

- a) regressiya koeffitsiyenti;
- b) determinatsiya koeffitsiyenti;
- v) korrelyatsiya koeffitsiyenti;
- g) elastiklik koeffitsiyenti.

8. Agar regressiya tenglamasi $\hat{y}_x = 2,02 + 0,78x$, $\bar{x} = 5,0$, $\bar{y} = 6,0$ ko'rinishga ega bo'lsa, elastiklik koeffitsiyenti nimaga teng?

- a) 0,94;
- b) 1,68;
- v) 0,65;
- g) 2,42.

9. Darajali funktsiya tenglamasi quyidagi qaysi ko'rinishga ega?

- a) $\hat{y}_x = a_0 \cdot x^{a_1}$;
- b) $\hat{y}_x = a_0 + a_1 \frac{1}{x}$;
- v) $\hat{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2$;
- g) $\hat{y}_x = a_0 \cdot a_1^x$.

10. Giperbola tenglamasi quyidagi qaysi ko'rinishga ega?

- a) $\hat{y}_x = a_0 \cdot x^{a_1}$;
- b) $\hat{y}_x = a_0 + a_1 \frac{1}{x}$;
- v) $\hat{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2$;
- g) $\hat{y}_x = a_0 \cdot a_1^x$.

V BOB. KO'PO'ZGARUVCHILI CHIZIQLI REGRESSIYA TAHLILI

5.1. Ko'p o'zgaruvchili chiziqli regressiya modeli

Ko'p o'zgaruvchili regressiya tahlilida bog'lanish, natijaviy o'zgaruvchining o'zgarishi bir yoki bir necha o'zgaruvchilarning ta'siri bilan shartlangan, natijaviy o'zgaruvchiga ta'sir ko'rsatuvchi boshqa barcha o'zgaruvchilar ko'pligi esa, doimiy va o'rtacha qiymat sifatida qabul qilinadigan tahliliy shaklini aniqlashdan iborat.

Ko'p o'zgaruvchili regressiya tahlilning maqsadi – natijaviy o'zgaruvchining o'zgarishi shartli o'rtacha qiymatining erkli o'zgaruvchilarga *funksional bog'liqligini baholashdan* iborat. Regressiya tahlilning asosiy mohiyati shundan iboratki, bu yerda faqat natijaviy o'zgaruvchi taqsimotning normal qonuniga, ta'sir etuvchi boshqa o'zgarishilar esa, taqsimotning ixtiyoriy qonuniga bo'ysunadi. Bunda regressiya tahlilida natija (Y) va omillar (x_i) o'rtasidagi sabab-oqibat bog'lanishining mavjudligi oldindan nazarda tutiladi.

Regressiya tenglamasi yoki ijtimoiy-iqtisodiy hodisalar *bog'lanish modeli* quyidagi funksiya bilan ifodalanadi:

1) $\hat{y}_x = f(x)$. Bunda bir o'zgaruvchili regressiya: natijaviy va bitta o'zgarishi o'rtasidagi bog'lanishni tavsiflaydi.

2) $\hat{y}_x = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$. bu yerda k – omillar soni.

Bu holda ko'po'zgaruvchili regressiya mavjud bo'lib, u natijaviy omil ($\hat{y}$) bilan ikki va undan ko'p omil o'rtasidagi bog'liqlikni tavsiflaydi.

Tenglama, uni tuzish *talablariga* amal qilingan taqdirda, aniq modellashtiriladigan hodisa yoki jarayonga *mos keladi*.

Regressiya tenglamasini tuzishga nisbatan quyidagi talablar qo'yiladi.

1) Boshlang'ich ma'lumotlar yig'indisi bir xil bo'lishi va matematik jihatdan uzluksiz funksiyalar bilan ta'riflanishi kerak.

2) Ancha katta hajmdagi tadqiq etiladigan tanlangan yig'indining mavjudligi.

Modellashtiriladigan hodisaning sabab-oqibatli bog'liqlanishlarni bir yoki bir necha tenglamalar bilan ifodalash mumkinligi.

3) Hodisalar va jarayonlar o'rtasidagi sababi-oqibat bog'lanishlarini, imkon qadar, bog'lanishning chiziqli (yoki chiziqli holatga keltiriladigan) shakl bilan ifodalash lozim.

4) Modelparametrlariga nisbatan miqdoriy cheklolarning mavjud emasligi.

5) Omillarning miqdoriy ifodasi.

6) O'rganiladigan obyektlar yig'indisining hududiy va vaqt tarkibining doimiyliigi.

Hodisalarning o'zaro bog'liqligi modellarni nazariy jihatdan asoslash muayyan shartlarga amal qilish orqali ta'minlanadi. Ularning jumlasiga quyidagilar kiradi:

- barcha o'zgaruvchilar va ularning birgalikdagi taqsimoti taqsimotning normal qonuniga bo'ysunishi kerak;

- modellashtirilayotgan o'zgaruvchi dispersiyasi o'zgaruvchilar va ular qiymatlari o'zgargan taqdirdayam hamma vaqt doimiy bo'lib qolishi lozim;

- alohida kuzatishlar mustaqil bo'lishi kerak, ya'ni i kuzatishda olingan natijalar avvalgi natijalar bilan bog'lanmagan bo'lishi va keyingi kuzatishlar haqidagi axborotni o'zida mujassam etmasligi, shuningdek ularga ta'sir etmasligi kerak.

Agar ekonometrik model bir nechta bog'liq bo'lmagan $x_1, x_2, \dots, x_m$ o'zgaruvchilardan va bitta bog'liq bo'lgan y o'zgaruvchidan iborat bo'lsa, yani

$$Y = f(x_1, \dots, x_m) + \varepsilon$$

bu yerda, $f(x_1, \dots, x_m)$ - modelning doimiy qismi, ε - doimiy bo'lmagan qismi, u holda bu modelni ham bir o'lchovli regressiya modeliga o'xshab o'rganish mumkin. Regressiya modeliga misol sifatida quyidagi oddiy model olinadi:

$$Y = \sum_{i=1}^m \beta_i x_i + \varepsilon_i$$

bu yerda, $x_1, x_2, \dots, x_m$ lar bog'liq bo'lmagan o'zgaruvchilar, $y_1, y_2, \dots, y_m$ lar bog'liq bo'lgan o'zgaruvchilar, $\varepsilon_{i1}, \varepsilon_{i2}, \dots, \varepsilon_{im}$ - modelning doimiy bo'lmagan qismi.

Aytaylik, $(x_1, x_2, \dots, x_i; i = 1, 2, \dots, p)$, - lar m ta kuzatilayotgan miqdorlardan iborat bog'liq bo'lmagan o'zgaruvchilar vektori bo'lsin.

$(y_1, y_2, \dots, y_p)$ - vektor p -tajribadagi Y o'zgaruvchilarning qiymatini aks ettirsin. U holda regressiya modelining standart holdagi umumiy ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$Y_i = \sum_{k=1}^i \beta_k x_k + \varepsilon_i; (i = \overline{1, p}) \quad (5.1.1)$$

bu modelda $x_i = 1, i = \overline{1, p}$, deb faraz qilamiz, yani β_k -ozod had.

Eng kichik kvadratlar usulining parametrlari bahosi ($\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_m$)lardan iborat. Vektor $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m)$ lar shunday bo'lishi kerakki, kvadratlar yig'indisi minimum bo'lsin:

$$S = \sum_{i=1}^p \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^p (Y_i - \sum_{k=1}^m \beta_k x_k)^2 \quad (5.1.2)$$

(5.1.1) regressiya modeli matritsa ko'rinishida quyidagicha bo'ladi:

$$Y = XB + E \quad (5.1.3)$$

bu yerda:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_p \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} X_{11} & \cdot & X_{1m} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ X_{p1} & \cdot & X_{pm} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix}; E = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_p \end{bmatrix};$$

(5.1.2) tenglama matritsa ko'rinishida quyidagicha bo'ladi:

$$S = E^t E = (Y - XB)^t (Y - XB)$$

bu yerda, E^t - E ning transponirlangan matritsasidan iborat.

Minimallashtirish shartidan kelib chiqib, regressiya qoldiqlarining yig'indisi

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial \beta_i} = 0; (i = 1, 2, \dots, m); \\ \frac{\partial S}{\partial B} = -2(x^t y - x^t x B) = 0 \end{cases}$$

normal tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

bu yerdan $(x^t x)B = x^t y$ kelib chiqadi, ya'ni

$$B = (x^t x)^{-1} x^t y \quad (5.1.4)$$

bo'lib, bu yerda $(x^t x)^{-1} - x^t x$ ga teskari matritsa.

Ko'p o'zgaruvchili regressiya tahlilida eng kichik kvadratlar usuli bo'yicha regressiya tahlili regressiya modelida bitta o'zgaruvchi o'miga bir nechta erkli o'zgaruvchilar qatnashgan hol uchun umumlashtiriladi. Bu yerda ikkita yangi masala qaraladi. Ulardan biri turli xil erkli o'zgaruvchilarning ta'sirini chegaralash masalasi bilan bog'liq. Bu masala multikolleniarlik nomi bilan ma'lum. Boshqa masala erkli o'zgaruvchilarning umumlashgan tushuntirish qobilyatini ularning alohida olingan eng yuqori ta'siri bilan qarama – qarshiligini baholashdan iborat.

Ko'p o'zgaruvchili regressiya tahlili ikki o'zgaruvchili regressiya tahlilining rivojidan iborat bo'lib, uni erksiz o'zgaruvchi bittadan ko'p erkli o'zgaruvchi bilan taxminiy bog'lanishga ega bo'lganda qo'llash mumkin. Lekin bu yerda ikkita yangi muammo bilan to'qnash kelinadi. Birinchidan, berilgan erkli o'zgaruvchining erksiz o'zgaruvchiga ta'sirini baholashda uning va boshqa erkli o'zgaruvchilarning ta'sirini aniqlash muammolarini yechishga to'g'ri keladi. Ikkinchidan, modelning xususiyatlari muammosini ham yechish kerak. Ko'pincha bir necha erkli o'zgaruvchi erksiz o'zgaruvchiga ta'sir ko'rsatadi, boshqa tomondan, ayrim o'zgaruvchilar modelga to'g'ri kelmasligi mumkin, deb taxmin qilinadi. Shu o'zgaruvchilardan qaysi birini regressiya tenglamasiga qo'shish mumkin, qaysilarini olib tashlash kerakligini hal qilish kerak. Ko'p hollarda ikkita erkli o'zgaruvchi qatnashgan hol bilan chegaralaniladi.

Talablar yig'indisi faktorining oziq-ovqatga ta'siri misolini qaraymiz. Dastlabki modelni talabga narx o'zgarishining ta'sirini qo'shish orqali uni kengaytiramiz va bog'lanish quyidagi ko'rinishda deb faraz qilamiz:

$$y = \alpha + \beta_1 x + \beta_2 p + \varepsilon,$$

Bu yerda y – oziq-ovqatga xarajatlar miqdori, x –shaxsiy daromad, p – oziq-ovqat narxi. Oziq-ovqatga xarajatlar daromadga va narxga ta'sir qilmaydi deb faraz qilinadi. Agar narx jahon bozorida aniqlangan bo'lsagina bu holat yuz berishi mumkin. Agar model xususiyati to'g'ri bo'lganda ham, prognoz qilingan o'zgarish va hosil qilingan natija orasida farq kuzatiladi. Eng birinchi navbatda β_1 va β_2 lar tanlamada xatolar ta'siridan xoli bo'lmaydi. Undan tashqari, oziq-ovqatga xarajatlarning haqiqiy darajasi nafaqat iqtisodiy bog'lanish orqali, balki u yoki bu yil uchun tasodifiy had bo'yicha aniqlangan, bundan kelib chiqadiki, bu davr ichida nafaqat iqtisodiy tarkib, shuningdek tasodifiy tarkib o'lchamining ham o'sishi mavjud.

5.2. Ko'p o'zgaruvchili regressiya koeffitsiyentlarini tuzish va uni izohlash

Xuddi bir o'zgaruvchili regressiyadagidek, bu yerda ham regressiya koeffitsiyentlarining qiymatlarini shunday tanlash kerakki, natijada noma'lum parametrlarning haqiqiy qiymatlari uchun optimal baholarni olishda kuzatish natijalariga eng yaxshi moslik ta'minlasin. Bizga ma'lumki, optimal moslikni baholash $S(a, b_1, b_2)$ ni minimallashtirishdan, ya'ni chetlanish kvadratlari yig'indisi:

$$S(a, b_1, b_2) = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \dots + \varepsilon_n^2 \rightarrow \min(5.2.1)$$

qiymatini topishdan iborat. Bu yerda ε_i - kuzatishdagi qoldiq bo'lib, Y haqiqiy qiymat va quyidagi regressiya tenglamasining hisoblangan

$$\hat{y}_i = a + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i}$$

qiymatlari orasidagi farqdan iborat:

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - a - b_1 x_{1i} - b_2 x_{2i}(5.2.2)$$

Yuqoridagi tenglamadan foydalansak:

$$S = \sum \varepsilon_i^2 = \sum (y_i - a - b_1 x_{1i} - b_2 x_{2i})^2 \text{ni hosil qilamiz.}$$

Minimum qiymatni topish uchun birinchi navbatdagi zarur shartlardan biri a, b_1, b_2

noma'lumlar bo'yicha xususiy hosilalarni nolga tenglashtirish, y'ani $\partial S/\partial a =$

$0, \partial S/\partial b_1 = 0$ va $\partial S/\partial b_2 = 0$ hosilalardan quyidagilarni hosil

$$\text{qilish mumkin: } \begin{cases} \partial S/\partial a = -2\sum(y_i - a - b_1x_{1i} - b_2x_{2i}) = 0; \\ \partial S/\partial b_1 = -2\sum x_{1i}(y_i - a - b_1x_{1i} - b_2x_{2i}) = 0; \\ \partial S/\partial b_2 = -2\sum x_{2i}(y_i - a - b_1x_{1i} - b_2x_{2i}) = 0. \end{cases} \quad (5.2.3)$$

Bundan kelib chiqib, uchta a, b_1, b_2 noma'lumli uchta tenglamalar sistemasini hosil qilindi: birinchi tenglamani a miqdor ifodalari uchun b_1, b_2 lar va x va y lar uchun kuzatish ma'lumotlari orqali qayta guruhlash mumkin:

$$a = \bar{y} - b_1\bar{x}_1 - b_2\bar{x}_2. \quad (5.2.4)$$

Bu ifodani va boshqa ikkita tenglamadan foydalanib, ayrim o'zgartirishlar orqali b_1 uchun quyidagi ifodani hosil qilish mumkin.

$$b_1 = \frac{Cov(x_1, y)Var(x_2) - Cov(x_2, y)Cov(x_1, x_2)}{Var(x_1)Var(x_2) - \{Cov(x_1, x_2)\}^2} \quad (5.2.5)$$

b_2 uchun shunga o'xshash ifodani (5.2.4) tenglamada x_1 va x_2 larning o'rnini almashtirish orqali hosil qilish mumkin.

Bu mulohazadan maqsad ikki asosiy holatni ajratib olishdan iborat. Birinchidan, regressiya koeffitsiyentini hisoblash qoidalari bitta va bir necha o'zgaruvchili regressiyada bir-biridan farq qiladi. Ikkinchidan, bu yerda ishlatiladigan formula har xildir, shuning uchun bir necha o'zgaruvchili regressiyada bitta o'zgaruvchili regressiya uchun olingan ifodalarni ishlatishga harakat qilmaslik kerak. Shuni ham etiborga olish kerakki, ikkita erkli o'zgaruvchili regressiyaning formulasini hisoblash, bitta o'zgaruvchiga nisbatan ko'p mehnat talab qiladi, shuning uchun bu holda kompyuterdan foydalanish maqsadga muvofiqdir.

Umumiy model. Yuqoridagi misolda faqat ikki erkli o'zgaruvchi mavjud edi. Bu o'zgaruvchilar soni ikkitadan oshgandan keyin ularning geometrik tasavvurini berish qiyin, lekin algebraik hisobni rivojlantirish mumkin. Faraz qilaylik, y o'zgaruvchi k ta $x_1, x_2, \dots, x_k$ erkli o'zgaruvchilar bilan ma'lum bo'lmagan haqiqiy bog'lanish orqali bog'langan:

$$y = \alpha + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon. (5.2.6)$$

Berilgany, $x_1, \dots, x_k$ larning p to'plam kuzatish natijalari uchun eng kichik kvadratlar usulidan foydalanib tenglamani baholaymiz:

$$\hat{y} = a + b_1 x_1 + \dots + b_k x_k. (5.2.7)$$

Bu yana farqlar kvadratlarining yig'indisini minimallashtirishni bildiradi, i – kuzatishdagi chetlanishlar esa quyidagi ko'rinishda ifodalanadi.

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - a - b_1 x_{1i} - \dots - b_k x_{ki}. (5.2.8)$$

Bu tenglama (5.2.1)ning umumlashgan tenglamasidan iboratdir. Endi $a, b_1, \dots, b_k$ lar shunday tanlanadiki, bu holda kvadratik chetlanishlar yig'indisi $\sum \varepsilon_i^2$ lar S minimumga olib kelsin. Birinchi tartibli $(k + 1)$ shartlardan

$$\partial S / \partial a = 0, \partial S / \partial b_1 = 0, \dots, \partial S / \partial b_k = 0$$

ni hosil qilinadi, bu esa $(k + 1)$ noma'lamlarni topish uchun $(k + 1)$ tenglamalarni beradi. Bu tenglamalarning birinchisidan (5.2.3) ga o'xshash tenglamani hosil qilish mumkinligini osonlik bilan ko'rsatish mumkin.:

$$a = \bar{y} - b_1 \bar{x}_1 - b_2 \bar{x}_2 - \dots - b_k \bar{x}_k. (5.2.9)$$

$b_1, b_2, \dots, b_k$ lar uchun ifoda juda murakkab bo'ladi. Hisoblarni algebraik matritsa yordamida olib borish maqsadga muvofiqdir. Yechimlarni aniqlashda kompyuterdan foydalanish qulayroqdir.

Ko'p o'zgaruvchili regressiya koeffitsiyentlarini izohlash

Bir nechta o'zgaruvchili regressiya tahlili erkli o'zgaruvchilar ta'sirini chegaralaydi bu bilan ularning korreliirlanishiga ham imkoniyat beradi. Regressiya koeffitsiyenti y miqdorga har bir x o'zgaruvchini ta'sirini unga boshqa barcha xo'zgaruvchilarning o'zgarmaslik holatidagi bahosini beradi.

Buni biz 2ta usul bilan namoyish qilishimiz mumkin. Bulardan biri shundan

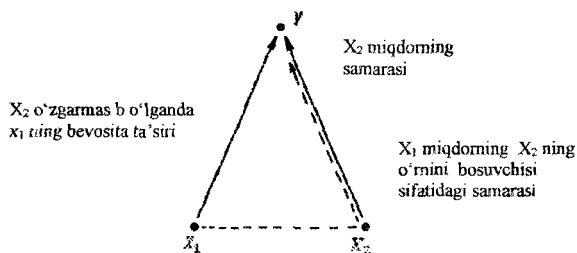
iboratki agar model to'g'ri tanlangan bo'lsa va Gauss-Markov shartlari bajarilsa, u holda baho siljimagan bahodan iborat bo'ladi. Ikkinchi usul y ning biron bir erkli o'zgaruvchidan bog'liqligini baholashdan iborat bo'lib, undan avvalbu o'zgaruvchi bilan boshqa bir erkli o'zgaruvchining o'rni bosishini olib tashlab, keyin uning bu holatdagi koeffitsiyentining bahosi ko'p o'zgaruvchili regressiya bahosi bilan ustma ust tushishini korsatish mumkin bo'ladi. Bu usulni ikkita erkli o'zgaruvchili regressiya uchun ko'rsatish mumkin bo'ladi.

Faraz qilaylik, uning ko'rinishi quyidagicha:

$$y = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon \quad (5.2.10)$$

bu yerda β_1 va β_2 miqdorlar musbat hamda x_1 va x_2 musbat korrelelangan. y va x_1 orasidagi bir o'zgaruvchili regressiyani baholasak nima yuz berishi mumkin? x_1 ning oshishi bilan:

- (1) yo'sish tendensiyasiga ega, chunki β_1 musbat,
- (2) x_2 o'sish tendensiyasiga ega, chunki x_1 va x_2 musbat korrelelangan;
- (3) y va x_2 oshishi bilan tezlashishi mumkin va bunga β_2 musbat bo'lganligi uchun erishadi, bundan koeffitsiyentning musbatligi kelib chiqadi. Boshqacha so'z bilan aytganda y ning o'zgarishi x_1 ning joriy qiymatlari ta'sirini oshirishi mumkin, shunday ekan ular qisman x_2 ning o'zgarishi bilan ham bog'liq bo'ladi.



5.2.1-rasm

Bu 5.2.1- rasmda ko'rsatilgan. Uzun chiziqli bilan o'tkazilgan strelkalar y ga x_1 va x_2 larning bevosita ta'sirini ko'rsatadi. Agar x_2 ko'rib chiqishga kiritilmagan bo'lsa, u holda x_1 o'zgaruvchi x_2 o'rnidagidek ta'sir qiluvchi bo'lsa, x_2 ning

o'zgarishi bilan y o'zgarishining bir qismi x_1 ga qo'shimcha ravishda yoziladi. Natijada β_1 ning bahosi siljigan bo'ladi.

Faraz qilaylik, biz x_2 miqdor uchun x_1 ning ornini bosish imkoniyatini olib tashladik hamda x_1 ni ikkita qismga bo'lish mumkin bo'lsin:

$$x_1 = \tilde{x}_1 + \hat{x}_1, \quad (5.2.11)$$

Bu yerda, $\hat{x}_1$ — x_2 ni ornini bosishga qobiliyatli qismi, va $\tilde{x}_1$ — qolgan qismi. y ning $\tilde{x}_1$ dan bir o'zgaruvchili regressiya bog'lanishi, x_1 ning buzilmagan bahosini beradi, chunki bu x_2 uchun uning o'rnini bosuvchisi sifatida qatnashyapti. Biz, β_1 ning shunday yol bilan olingan bahosini ko'p o'zgaruvchili regressiya baholariga o'xshash baho ekanligini ko'rsatamiz (5.2.5).

y ning $\tilde{x}_1$ dan regressiyabog'liqligining egilish burchagi $\tilde{b}$ quyidagicha bo'ladi:

$$\tilde{b} = \frac{\text{cov}(\tilde{x}_1, y)}{\text{var}(\tilde{x}_1)} = \frac{\text{cov}(x_1, y) - \text{cov}(\hat{x}_1, y)}{\text{var}(x_1) + \text{var}(\hat{x}_1) - 2(\text{cov}(x_1, \hat{x}_1))} \quad (5.2.12)$$

Chunki $x_1(x_1 - \hat{x}_1)$ ga teng.

$\hat{x}_1$ miqdorni aniqlash uchun x_1 , va x_2 ma'lumotlari asosida ular regressiya bahosini quyidagi bog'lanishdan foydalanib olish kerak.

$$\hat{x}_1 = c + dx_2 \quad (5.2.13)$$

Bundan kelib chiqadiki, $\hat{x}_1$ miqdor, x_1 ning qismidan iborat bo'lib, x_2 orqali prognoz qilinishi mumkin. d miqdor:

$$d = \frac{\text{cov}(x_1, x_2)}{\text{var}(x_2)} \quad (5.2.14)$$

(5.2.13) formulani (5.2.12) ga qo'yib quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} \tilde{b} &= \frac{\text{cov}(x_1, y) - \text{cov}(c + dx_2, y)}{\text{var}(x_1) + \text{var}(c + dx_2) - 2(\text{cov}(x_1, (c + dx_2)))} \\ &= \frac{\text{cov}(x_1, y) - d\text{cov}(x_2, y)}{\text{var}(x_1) + d^2\text{var}(x_2) - 2d(\text{cov}(x_1, x_2))} \quad (5.2.15) \end{aligned}$$

(c miqdoro'zgarmas bo'lganligi uchun kovariatsiya ifodasidan chiqarib tashlanadi.) d uchun (5.2.14) munosabatdauning qiymatlarini qo'yib (5.2.5) ga o'xshash ifodani hosil qilamiz. Shunday qilib biz ikki bosqichli bajarish ketma-ketligi orqali ikki

o'zgaruvchili uchun ko'p o'zgaruvchili regressiyaga aynan o'hshash bahoni hosil qildik. Hosil qilingan natijani k o'zgaruvchili uchun umumlashtirish mumkin.

5.3. Ko'p o'zgaruvchili regressiya koeffitsiyentlarining xossalari

Xuddi bir o'zgaruvchili regressiya tahlilidagidek, regressiya koeffitsiyenti maxsus ko'rinishdagi tasodifiy o'zgaruvchi sifatida qaralishi kerak, tasodifiy komponentlar modelda tasodifiy hadning mavjudligi shartiga asoslangan. Regressiyaning har bir koeffitsiyenti tanlamadagi y va erkli o'zgaruvchilarning funksiyasi sifatida hisoblanadi, y esa o'z navbatida erkli o'zgaruvchilar va tasodifiy had yordamida aniqlanadi. Bu yerdan regressiyaning koeffitsiyenti erkli o'zgaruvchilar va tasodifiy had yordamida aniqlanishi kelib chiqadi.

Biz, Gauss-Markov sharti bajariladi, deb hisoblaymiz, ya'ni:

1) ixtiyoriy kuzatishda ε ning matematik kutishi nolga teng; 2) barcha kuzatishlar uchun ε taqsimotining nazariy dispersiyasi bir xil; 3) ε qiymatlarining nazariy kovariatsiyasi ixtiyoriy ikki kuzatishda nolga teng; 4) ε ning taqsimoti ixtiyoriy tushuntiradigan o'zgaruvchining taqsimotidan bog'liq emas.

Birinchi uchta shart bir o'zgaruvchili regressiya tahliliga o'xshaydi. Bu yerda, to'rtinchi shartning erkli o'zgaruvchilar stoxastikmas degan kuchaytirilgan varianti qo'llaniladi.

Yana ikkita amaliy talab mavjud. Birinchidan, regressiya chizig'ini o'tkazish uchun yetarli miqdorda ma'lumotlar talab qilinadi, bu degan so'z qancha kuzatish natijalari mavjud bo'lsa, shuncha parametrlarni baholash kerak. Ikkinchidan, erkli o'zgaruvchilar orasida qat'iy chiziqli bog'lanish bo'lishi mumkin emas.

Siljimaslik

$b_1\beta_1$ ning siljimagan bahosi ekanligini ikkita tushuntiradigan o'zgaruvchi uchun ko'rsatamiz. Isbotlashni ixtiyoriy sondagi tushuntiriladigan o'zgaruvchi uchun

matritsali algebradan foydalanib, judayam oson umumlashtirish mumkin. Tenglamadan ko'rinib turibdiki, b_1x_1, x_2 larning funksiyasidan iborat va Yham o'z navbatida x_1, x_2 va ε lar orqali aniqlanadi. Bundan kelib chiqadiki, b_1 miqdor tanlamada haqiqatan ham x_1, x_2 va ε lardan bog'liq ekan:

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{Cov(x_1, y)Var(x_2) - Cov(x_2, y)Cov(x_1, x_2)}{Var(x_1)Var(x_2) - \{Cov(x_1, x_2)\}^2} \\ &= \frac{1}{\Delta} \{Cov(x_1, \{\alpha + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \varepsilon\})Var(x_2) \\ &\quad - Cov(x_2, \{\alpha + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \varepsilon\})Cov(x_1, x_2)\} = \\ &= \frac{1}{\Delta} \{[\beta_1Var(x_1) + \beta_2Cov(x_1, x_2) + Cov(x_1, \varepsilon)]Var(x_2) \\ &\quad - [\beta_1Cov(x_1, x_2) + \beta_2Var(x_2) + Cov(x_2, \varepsilon)]Cov(x_1, x_2)\} = \\ &= \frac{1}{\Delta} \{\beta_1\Delta + Cov(x_1, \varepsilon)Var(x_2) - Cov(x_2, \varepsilon)Cov(x_1, x_2)\} \\ &= \beta_1 + \frac{1}{\Delta} \{Cov(x_1, \varepsilon)Var(x_2) - Cov(x_2, \varepsilon)Cov(x_1, x_2)\} \end{aligned}$$

Bu yerda, $\Delta Var(x_1)Var(x_2) - \{Cov(x_1, x_2)\}^2$ ga teng. Bundan kelib chiqadiki b_1 miqdor ikkita: β_1 ning haqiqiy qiymati va xatolardan iborat bo'lgan qismlardan iborat ekan. Matematik kutishga o'tish orqali :

$$E(b_1) = \beta_1 + \frac{1}{\Delta} \{Var(x_2)E[Cov(x_1, \varepsilon)] - Cov(x_1, x_2)E[Cov(x_2, \varepsilon)]\} = \beta_1$$

ni hosil qilamiz. Farazga ko'ra, Gauss-Markovning to'rtinchi sharti bajariladi.

Ko'p o'zgaruvchili regressiya koeffitsiyentlarining aniqligi

Gauss-Markov teoremasida, ko'p o'zgaruvchili regressiya tahlili uchunham, xuddi bir o'zgaruvchili regressiyadagidek, odatdagi eng kichik kvadratlar usuli samarali chiziqli bahoni berishini isbotlagan. Ya'ni o'sha tanlangan ma'lumotlar asosida Gauss-Markov sharti bajarilganda kichik dispersiyalar bilan undan boshqa siljimagan baholarni olib bo'lmaydi. Bu yerda teorema isbotlanmaydi lekin regressiya koeffitsiyentlarining mumkin bo'lgan aniqligini tartibga soladigan omillar

tekshiriladi. Umumiy holda aytish mumkinki, regressiya koeffitsiyenti, yuqori aniqlikka erishishi uchun quyidagilar bajarilishi kerak:

- 1) tanlamadagi kuzatishlar soni etarlicha ko'p bo'lishi;
- 2) tushuntiruvchi o'zgaruvchilarda tanlama dispersiyasi katta bo'lishi;
- 3) tasodifiy hadning nazariy dispersiyasi qancha kichik bo'lsa;
- 4) tushuntiruvchi o'zgaruvchilar orasida bog'lanish qancha past bo'lsa.

Birinchi uchta shart bilan bir o'zgaruvchili regressiya tahlilida tanishilgan. Faqat to'rtinchi shart yangi. Avvalo, ikkita erkli o'zgaruvchidan iborat bo'lgan hol uchun tanishib, keyin umumiy holga o'tiladi.

Ikkita erkli o'zgaruvchili regressiya

Aytaylik, haqiqiy bog'lansh quyidagi ko'rinishda bo'lsin:

$$y = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon,$$

va regressiya tenglamasi hisoblangan qiymati quyidagi ko'rinishda olingan bo'lsin

$$\hat{y} = a + b_1 x_1 + b_2 x_2.$$

Kerakli ma'lumotlardan foydalanib, ehtimolli taqsimotning nazariy dispersiyasi b_i quyidagicha ifodalanadi:

$$pop. var(b_1) = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{nVar(x_1)} \times \frac{1}{1-r_{x_1, x_2}^2}, \quad (5.3.1)$$

bu yerda σ_ε^2 - i miqdorning nazariy dispersiyasi. b_2 miqdorning nazariy dispersiyasi uchun xuddi shunga o'xshash ifodani $Var(x_1)$ ni $Var(x_2)$ ga almashtirish orqali hosil qilish mumkin.

Oxirgi tenglamadan ko'rish mumkinki, xuddi bir o'zgaruvchili regressiyadagidek, n va $Var(x_1)$ miqdorlar katta bo'lishi, σ_ε^2 miqdor esa kichik bo'lishi maqsadga muvofiq. Lekin endi $1/(1-r_{x_1, x_2}^2)$ had hosil bo'ldi, chunki x_1 va x_2 lar orasida kuchsiz korrelyatsiya mavjud bo'lishi kerak.

Bunga yengil tushuntirish kiritamiz. Faraz qilaylik, haqiqiy bog‘lanish quyidagi ko‘rinishda bo‘lsin:

$$y = 2 + 3x_1 + x_2 + \varepsilon. \quad (5.3.2)$$

va x_1 va x_2 lar orasida quyidagicha qat‘iy bo‘lmagan chiziqli bog‘lanish mavjud bo‘lsin:

$$x_2 = 2x_1 - 1, \quad (5.3.3)$$

hamda x_1 miqdor har bir kuzatishda bir birlikka oshsin deb faraz qilamiz. U holda x_2 ikki birlikka oshadi, y esa 5.3.1-jadvalda ko‘rsatilganidek besh birlikka oshadi.

5.3.1-jadval

Taqribliy qiymatlar			Taqribliy qiymatlar		
x_1	x_2	Y	x_1 ning ko‘payishi	x_2 ning ko‘payishi	y ning ko‘payishi
10	19	51	1	2	5
11	21	56	1	2	5
12	23	61	1	2	5
13	25	66	1	2	5
14	27	71	1	2	5
15	29	76	1	2	5

Bu ma‘lumotlarni ko‘rish orqali quyidagi xulosalarga kelish mumkin:

- 1) y miqdor (5.3.2) tenglama orqali aniqlanadi;
- 2) x_2 miqdor bu holatga aloqasi yo‘q, y miqdor esa quyidagi bog‘lanish orqali aniqlanadi:

$$y = 1 + 5x_1 + \varepsilon;$$

- 3) x_1 miqdor bu holat bilan aloqaga ega emas, y miqdor quyidagi bog‘lanish orqali aniqlanadi: $y = 3,5 + 2,5x_2 + \varepsilon$.

Haqiqatdan ham ish bu imkoniyatlar bilan chegaralanmaydi. Har qanday bog‘lanish, (2) va (3) o‘rtacha o‘lchangan shartdan iborat bo‘lib, tasvirlangan ma‘lumotga mos keladi. (1) shartni (2) shartning o‘rtacha o‘lchami sifatida 0,6 koeffitsiyent va (3)ni 0,4 koeffitsiyent bilan qarash mumkin.

Bu holat uchun regressiya tahlili yoki boshqa ixtiyoriy usulni qo‘llaganda bu imkoniyatlar o‘rtasidagi farqni o‘rnatish qiyin, va olingan baho tasodifiy hadga

nisbatan juda ta'sirchan bo'lib, sezilarli xatolarga ega bo'lishi mumkin. Regressiya koeffitsiyentining dispersiyasi katta bo'ladi, bu esa, xuddi shu narsani ifoda etishning yana bir boshqa usulidir.

Agar haqiqiy boglanish (5.3.3) qat'iy bo'lganda, u holda baholash paytida barcha ehtimolli bog'lanishlar orasidagi farqni umuman o'rnatib bo'lmaydi, chunki ularning har biri ma'lumotlarga bir xilda mos keladi. Hattoki regressiya koeffitsiyentini ham hisoblab bo'lmaydi, chunki (5.2.5) tenglamaning surat va maxraji nolga teng bo'ladi.

Agar x_1 va x_2 lar orasida qat'iy bo'lmagan chiziqli bog'lanish mavjud bo'lsa va bu bog'lanish musbat bo'lsa u holda korrelyatsiya koeffitsiyenti $r_{x_1x_2}$ birga yaqin bo'ladi, agar bog'lanish teskari bo'lsa minus birga, ikkala holda ham $r_{x_1x_2}^2$ birga yaqin bo'ladi. Natijada ikkinchi hadning maxraji (5.3.1) tenglamada nolga yaqin bo'lib, b_1 va b_2 larning nazariy dispersiyasi katta sonidan iborat bo'ladi. Limit holatida dispersiyaning qat'iy chiziqli bog'lanishi cheksizlikka intiladi.

Shunga e'tibor berish kerakki, agar x_1 va x_2 lar orasida qat'iy bo'lmagan chiziqli bog'lanish mavjud bo'lganda b_1 va b_2 larning qiymatlari katta nazariy dispersiyaga ega bo'lishi avtomatik ravishda kelib chiqmaydi. Dispersiyalar bir o'zgaruvchili regressiya tahlilida n va σ_ϵ^2 dan ham bog'liq bo'ladi. Agar n katta, σ_ϵ^2 esa, kichik bo'lsa, u holda b_1 va b_2 larning qat'iy bo'lmagan chiziqli bog'lanishiga qaramasdan ular nazariy dispersiyasi katta bo'lmashligi mumkin. Agar ma'lumotlar hajmi katta (n katta) bo'lsa, tasodifiy omil esa nisbatan ahamiyatsiz (σ_ϵ^2 kichik) bo'lsa, u holda x_1 va x_2 larning y miqdorga ta'sirini chegaralash mumkin bo'ladi.

Umumiy hol

Umumiy hol uchun regressiya koeffitsiyentlarining dispersiyasi ifodasini matritsali algebradan foydalanib hisoblash mumkin.

Bu yerda Monte-Karlo usuli bo'yicha o'tkazilgan tajriba asosidagi muhim holat ko'rsatiladi. (4) shartga asosan mumkin qadar erkli o'zgaruvchilar zich bog'lanishga ega bo'lmazligi kerak. Buni tekshirish uchun, ko'p o'zgaruvchili regressiya uch marotiba baholanadi. Birinchi holatda, erkli o'zgaruvchilar o'zaro zich bog'lanishga ega bo'lmasa, regressiyani baholash natijasi ishonchli bo'ladi. Ikkinchi holatda, erkli o'zgaruvchilar orasida o'zaro zich bog'lanish mavjud bo'lsa, regressiya natijasida xatolar bo'ladi. Uchinchi holatda, erkli o'zgaruvchilar orasida o'zaro zich korrelyatsiya mavjud bo'lsayu, lekin tasodifiy hadning dispersiyasi kam bo'lsa, regressiyani baholash natijasi ancha yaxshilanadi.

Bundan kelib chiqadiki, o'zgaruvchilar orasidagi o'zaro zich korrelyatsiya qanoatlantirmaydigan natijaga olib kelishi mumkin, lekin bu avtomatik ravishda sodir bo'lmaydi. Bu tasodifiy hadning dispersiyasidan ham bog'liq bo'ladi.

Faraz qilamiz, ayrim davlatlarda kishilarning ish haqi (y), o'qish muddati (S), ish staji (X), yoshi (A), shuningdek tasodiflar orqali aniqlanadi. Asosiy ish haqi 10000(sh.b.)dan iborat bo'lib, minimal 10 yildan oshiq muddatga har bir yil uchun 1500(sh.b.) qo'shiladi, har bir ishlagan yili uchun 500 va har bir yashagan yili uchun 25(sh.b.)qo'shiladi. Bundan tashqari, ε tasodifiy miqdor ham mavjud:

$$y = 10000 + 1500(S - 10) + 500X + 25A + \varepsilon. \quad (5.3.4)$$

Bu tenglamani soddalashtirib quyidagi holga keltiriladi:

$$y = -5000 + 1500S + 500X + 25A + \varepsilon. \quad (5.3.5)$$

5.3.1 --jadvalning birinchi to'rtta ustuni tasavvur qilgan 20 individ to'g'risidagi tanlangan ma'lumotlardan tashkil topgan. O'qish muddati, ish staji va yoshlari uchun sonlar ixtiyoriy ravishda olingan. ε ning miqdori nolinchi matematik kutishga va birlik dispersiyaga ega bo'lgan 20 ta normal taqsimlangan tasodifiy sondan iborat bo'lib, ular 2000 ga ko'paytirilgan. (5.3.5) tenglama natijasida olingan ε ning

qiymatlari beshinchi ustunda ko'rsatilgan. O'qish 6 yoshdan boshlanadi, deb faraz qilib, quyidagi tengsizlikni hosil qilish mumkin:

$$X \leq A - S - 5.$$

5.3.2-jadval

Individ	S	X	A	ε	Y	A-S-5	X'	y'	y''
1	10	20	45	-1740	19385	30	28	23385	24951
2	10	5	23	1880	14955	8	6	15455	13763
3	10	19	36	760	21160	21	17	20160	19476
4	11	15	50	1300	21550	34	28	28050	26880
5	11	16	42	1880	22430	26	21	24930	23238
6	11	8	30	640	16890	14	10	17890	17314
7	11	4	21	3520	17545	5	4	17545	14377
8	12	10	34	-3540	15310	17	15	17810	20996
9	12	8	27	1720	19395	10	8	19395	17847
10	12	18	38	2680	25630	21	19	26130	23710
11	13	6	25	-5220	12905	7	6	12905	17603
12	13	10	46	2840	23490	28	25	30990	28434
13	14	10	38	-1100	20850	19	16	23850	24840
14	14	2	22	-340	17210	3	2	17210	17516
15	15	8	32	1000	23300	12	9	23800	22900
16	16	5	49	20	22745	28	23	31745	31727
17	16	4	28	-780	20920	7	6	21920	22622
18	17	7	33	3140	27965	11	8	28465	25639
19	18	3	27	-380	23795	4	3	23795	24137
20	19	3	32	40	25840	8	6	27340	27304

5.3.2- jadvalda ($A - S - 5$) miqdor ko'rsatilgan bo'lib, X uchun ma'lumotlar unga mos keladi, lekin A , S va X lar orasida bog'lanish juda kuchsiz. Kishilarning ko'pchiligi yoshi o'tishi bilan o'zining ish qobiliyatini boshqa ishlargao'zgartiradi.

y' , S, X va A orasidagi regressiyani baholab, quyidagi natijani olamiz:

$$\hat{y} = -4063 + 1409S + 481X + 50A, \quad (5.3.6)$$

s.o. (4140) (280) (175) (88)

Tajriba S va A lar uchun o'sha ma'lumotlar va ε ning o'sha qiymatlari uchun, lekin X ning $(A - S - 5)$ ko'rsatkich bilan yaxshi mos kelgan boshqa ma'lumotlar to'plami uchun takrorlangan. Bu ma'lumotlar 5.3.2 -jadvalda X' sifatida belgilangan, natijaviy qiymat y esa, y' sifatida belgilangan. Tengsizlik deyarlik tenglamaga aylanib borayotgan ekan, bu holda erkli o'zgaruvchilar orasida qat'iy bo'lmagan bog'lanishni kuzatish mumkin. y' , X' va A lar orasida regressiyani baholab, quyidagi hosil qilinadi:

$$\hat{y} = -7524 + 781S - 207X' + 664A \quad (5.3.7)$$

s.o. (4204) (529) (538) (476)

Regressiya bahosining natijasi haqiqatan ham endi yomon.

Nihoyat, tajriba S , A va X' larning o'sha qiymatlarini saqlab takrorlangan, lekin tasodifiy son 2000 o'rni 200ga ko'paytirilib ε ni qiymatlari hosil qilingan. y ning natijaviy qiymatlari 5.3.2 -jadvalda y'' sifatida ko'rsatilgan. y'' , S , A va X' lar orasidagi regressiyani baholab, quyidagini hosil qilingan:

$$\hat{y} = -5252 + 1428S + 429X' + 89A \quad (5.3.8)$$

s.o. (420) (53) (54) (48)

A ning koeffitsiyentidan tashqari, erkli o'zgaruvchilar orasidagi qat'iy bo'lmagan bog'lanish mavjudligiga qaramasdan, bu natijalar to'liq qanoatlantiruvchi natijalardir.

Darhaqiqat, bitta natijalar to'plamiga ko'p etibor bermaslik kerak. Hisoblarning 3 ta varianti ham S , A , X va X' lar uchun o'sha ma'lumotlardan foydalanish orqali yana 9 marotiba bajarilgan, lekin i miqdorni hosil qilish uchun turli xil tasodifiy sonlar ishlatilgan. Tajriba natijalari 5.3.3-jadvalda umumlashtirilgan.

Birinci variant (kuchsiz bog'lanish)					Ikkinchi variant (tig'is bog'lanish)				Uchinchi variant (tig'is bog'lanish, kuchsiz σ_e^2)			
	O'zgar mas	S	X	A	O'zgar mas	S	X	A	O'zgar mas	S	X	A
1	-4063	1409	481	50	-7524	781	-207	664	-5252	1428	429	89
2	-4905	1560	508	3	-8093	892	-218	636	-5309	1439	428	86
3	-9718	1812	597	33	-3147	2790	1684	-971	-4815	1629	618	-75
4	2584	935	347	53	3947	1744	1193	-609	-4105	1524	569	-38
5	-3754	1485	334	43	-4106	1998	854	-327	-4911	1550	535	-10
6	-7628	1591	637	15	-2595	2051	1168	-522	-4759	1555	567	-30
7	-8812	1712	754	-8	-4986	1590	679	-74	-4999	1509	518	15
8	-7760	1791	636	-26	-3701	2128	1034	-446	-4870	1563	553	-22
9	-1326	1281	533	3	-722	1288	547	-27	-4572	1479	509	20
10	-8910	1847	835	-97	-7361	985	-28	476	-5236	1449	447	70

Jadvalni ko'zdan kechirganda S va X oldidagi koeffitsiyentlarga e'tiborni qaratish kerak. A oldidagi koeffitsiyent va o'zgar mas har qaysi holatda ishonchlimas, chunki A oldidagi koeffitsiyentning haqiqiy qiymati nolga yaqin, o'zgar masnikiga sabab esa, $S=0, X=0, A=0$ shart bilan aniqlanuvchi nuqtaning tanlama oralig'idan juda uzoqdaligidir.

Birinci variantda S va X oldidagi koeffitsiyentlar butunlay kerakli oraliqda joylashgan. Ikkinchi variantda ular ishonchsiz, uchinchisida esa, judayam yaxshi. Tajriba natijalari 5.4.1-jadvalda umumlashtiriladi.

Bu yerda tizimli ravishda haqiqiy qiymatdan yuqori yoki past koeffitsiyentlar tendensiyasini tasniflaydigan siljish kuzatilmasligini ko'rish mumkin, hattoki natijalar juda aniqmas bo'lgan ikkinchi variantda ham. Ikkinchi variantda S va X oldidagi koeffitsiyentlarning o'rtacha qiymati mos ravishda 1624 va 671 ga teng bo'lib, bu haqiqiy qiymatdan uncha uzoq emas.

5.4. Regressiya koeffitsiyentlarining standart xatolari

Ko'p o'zgaruvchili regressiya koeffitsiyentlarining standart xatolari xuddi bir o'zgaruvchili regressiyadagiday ma'noga ega bo'lib, regressiya koeffitsiyenti standart og'ishmasining uning haqiqiy qiymati atrofida taqsimotidan iboratdir. Xuddi bir o'zgaruvchili regressiyadagiday standart xato uchun taqsimot dispersiyasi ifodasi asosida σ_e^2 ni siljimagan bahoga almashtirib va kvadrat ildizdan chiqarish orqali

formula chiqarish mumkin. Shunday qilib bog'lanishni asoslash xuddi avvalgidек, modelni to'g'ri tanlash (xususiyati) dan va tasodifiy had uchun Gauss-Markov shartining bajarilishidan bog'liq.

5.4.1-jadval

Tasodifiy had dispersiyasi	Erkli o'zgaruvchilar orasidagi chiziqli bog'lanish	
	Kuchsiz bog'lanish	Tig'is bog'lanish
Past	Ishonchli	maqbul
Yuqori	Maqbul	Ishonchsiz

Misol uchun, agar faqatgina ikkita erkli o'zgaruvchi mavjud bo'lsa, u holda regressiya koeffitsiyenti b_1 ning nazariy dispersiyasi (5.3.1) tenglama bilan ifodalanadi. Bu holda σ_e^2 miqdorning siljimagan bahosi $\text{Var}(\varepsilon)$ ni qoldiqlar tanlama dispersiyasini o'zida aks etiruvchi $n/(n-3)$ ko'paytma orqali hosil qilinishini ko'rsatish mumkin. Bundan ,

$$\begin{aligned}
 \text{s.o.}(b_1) &= \sqrt{\frac{s_e^2}{n\text{Var}(x_1)} \times \frac{1}{1-r_{x_1x_2}^2}} = \sqrt{\frac{[n/(n-3)]\text{Var}(\varepsilon)}{n\text{Var}(x_1)} \times \frac{1}{1-r_{x_1x_2}^2}} = \\
 &= \sqrt{\frac{\text{Var}(\varepsilon)}{(n-3)\text{Var}(x_1)} \times \frac{1}{1-r_{x_1x_2}^2}} \quad (5.4.1)
 \end{aligned}$$

kelib chiqadi. Shunga o'xshash ifodani b_2 standart xatosi uchun indekslarni almashtirish orqali hosil qilish mumkin.

Erkli o'zgaruvchilar soni ikkita erkli o'zgaruvchidan oshgandan keyin matritsali algebradan foydalanib, standart xatoni va shuningdek regressiya koeffitsiyentining o'zini ko'rsatish qulayroq bo'ladi.

Yuqorida regressiya koeffitsiyentining deyarlik ishonchli bahosini olishga yordam beruvchi to'rtta shart ishlab chiqilgan bo'lib, bunda uchinchi va to'rtinchi shart bevosita Monte-Karlo usuli bo'yicha olingan tajribalar asosida tekshirilgan. Har bir shart regressiya koeffitsiyentining dispersiyasi uchun (5.4.1) tenglama ko'rinishida berilgan ifodalarda ko'rsatilgan va har biri o'z navbatida (5.4.1) munosabatlarda aks etgan.

Xususiy holda ikkita tushuntiradigan o'zgaruvchi o'rtasida zich bog'lanish birga yaqin bo'lgan r_{x_1, x_2}^2 qiymatni hosil qilishga olib keladi, bundan esa, standart xatoning nisbatan katta bo'lishi va avval kuzatilgan regressiya koeffitsiyentining ehtimoli aniqmasligini aks ettiradi. Misol uchun S , X' va A orasida zich bog'lanish kuzatilgan (5.3.7) tenglamadagi standart xato bu bog'lanish kuchsiz bo'lgan (5.3.6) tenglamadagi standart xatodan ancha ko'p.

Bundan tashqari, (5.3.7) va (5.3.8) tenglamalardagi standart xatolarni solishtirish maqsadga muvofiqdir. Ulardan birinchisida i miqdor tasodifiy soni 2000ga ko'paytirish orqali hosil qilingan. Ikkinchisida esa bu son 200ga ko'paytirilgan. Natijada regressiya bahosi ularning xatosi kamligi to'g'risida guvohlik beruvchi (5.3.8) tenglamada ham aniqroq bo'lgan edi. Regressiya koeffitsiyenti 10 barobar aniq ekan, standart xato esa oldingi o'lchamidan $\frac{1}{10}$ ni tashkil qiladi.

t-testlar va ishonch oraliqlari

Ko'p o'zgaruvchili regressiya uchun t -testlar bir o'zgaruvchili regressiyadagidek bajariladi. Kritik daraja t ixtiyoriy haqqoniylik darajasida $(n - k - 1)$ ga teng bo'lgan erkinlik darajasidan bog'liq ekanligi aniq, bu yerda n kuzatishlar soni, k – baholangan parametrlar soni. Ishonch oralig'i xuddi bir o'zgaruvchili regressiyadagidek ko'rsatilgan erkinlik darajasiga nisbatan aniqlanadi.

5.5. Baholash sifati: R^2 koeffitsiyent

Xuddibir o'zgaruvchili regressiyadagidek, determinatsiya koeffitsiyenti R^2 regressiya bilan tushuntirilgan y ning dispersiyasining ulushini aniqlaydi va u

$var(\hat{y}) / var(y)$ miqdor, $\{1 - Var(e)/Var(y)\}$ miqdor yoki y va $\hat{y}$ orasidagi korrelyatsiya koeffitsiyenti kvadrati sifatida aniqlanadi. Bu koeffitsiyent regressiya tenglamasidagi avval kiritilgan tushuntiradigan o'zgaruvchilarni saqlab unga yana bitta o'zgaruvchini qo'shgandayam hech qachon kamaymaydi. Buni ko'rsatish uchun y ning x_1 va x_2 dan bog'liqligining regressiya bog'lanishi baholangan va quyidagi regressiya tenglamasi hosil qilingan deb faraz qilinadi:

$$\hat{y} = a + b_1x_1 + b_2x_2. \quad (5.5.1)$$

keyin, y ning faqat x_1 dan bog'liqligining regressiya bog'lanishi baholangan va quyidagi tenglama hosil qilingan deb hisoblaymiz:

$$\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}_1x_1 \quad (5.5.2)$$

Bu tenglamani quyidagi ko'rinishda qaytadan yozish mumkin:

$$\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}_1x_1 + 0 \cdot x_2 \quad (5.5.3)$$

Agar (5.5.1) va (5.5.3) tenglamalarni solishtirsak, birinchining koeffitsiyentlari y , x_1 va x_2 larning ma'lumotlari asosida eng kichik kvadratlar usuli bilan eng yaxshi bahoni ta'minlash orqali osongina hisoblangan. Lekin (5.5.3) tenglamada x_2 ning oldidagi koeffitsiyent ixtiyoriy ravishda nolga teng deb qabul qilingan va baholash optimal bo'lmaydi, agar tasodif tufayli b_2 miqdor nolga teng bo'lib qolmasa, baholash xuddi shunday bo'lgan bo'lib qolardi. Bundan kelib chiqadiki, R^2 koeffitsiyent odatda (5.5.1) da (5.5.3) ga nisbatan yuqori bo'ladi va u hech qachon past bo'lmaydi. Albatta, agar yangi o'zgaruvchi haqiqatan ham bu tenglamaga qarashli bo'lmasa, u holda ehtimol R^2 koeffitsiyentning o'sishi sezilarli bo'lmaydi.

R^2 koeffitsiyent dispersiyaning ulushini o'lchar ekan, uni tushuntiradigan erkli o'zgaruvchilar bilan birgalikda yechish mumkin bo'ladi, u holda har bir erkli o'zgaruvchining hissasini aniqlash mumkin bo'ladi va shunday qilib uning nisbiy muhimlik o'lchamini hosil qilish mumkin. Agar buni amalga oshirish mumkin bo'lganda edi, juda qulay bo'lgan bo'lardi. Baxtga qarshi, agar erkli o'zgaruvchilar korrelyatsiya bo'lsa, ularning tushuntirish imkoniyati yopiladi va bunday yoyish mumkin bo'lmaydi.

F-testlar

Erksiz o'zgaruvchining dispersiyasini «tushuntiradigan» va «tushuntirmaydigan» largabo'lib, F – statistikani hosil qilish mumkin:

$$F = \frac{ESS/k}{RSS/(n - k - 1)},$$

bu yerda ESS – tushintirilgan chetlanishlar kvadratlarining yig'indisi; RSS – kvadratlar summasi qoldig'i (tushuntirilmagan); k – tushuntirishda ishlatilgan erkinlik darajasi soni. Bu statistika yordamida tushuntirilgan kvadratlar yig'indisi haqiqatan ham tasodifiy ravishda olinganidan kattaligini aniqlash mumkin bo'lgan F – testni o'tkazish mumkin. Buning uchun 1-ilovalardagi kataklardan $F - k$ – erkinlik darajasiga mos keluvchi va shu bilan birgalikda $(n - k - 1)$ erkinlik darajasiga mos keluvchi kritik darajani topish kerak bo'ladi.

F- va t-statistika orasidagi bog'lanish

Faraz qilaylik, bir nechta tushuntiradigan o'zgaruvchilardan iborat bo'lgan regressiya baholangan bo'lsin, keyin, o'zgaruvchilardan birontasini tushirib, hisob takrorlansin. Tushintirilgan kvadratlar summasi orasidagi farqdan foydalanib, olib tashlangan erkli o'zgaruvchining qo'shimcha hissasi uchun F – testni o'tkazish mumkin. Bunday testning bu o'zgaruvchi uchun boshlang'ich regressiyada $\beta = 0$ degan gipoteza uchun, ikki tomonlama t -test bilan ekvivalentligini ko'rsatish mumkin.

Boshqacha so'z bilan aytganda, t – testlar boshqa barcha o'zgaruvchilar tenglamaga kiritib bo'lingan deb, har bir o'zgaruvchining qo'shimcha hissasi samarali tekshirishni ta'minlaydi.

Agar erkli o'zgaruvchilarning tushuntirish qobiliyati ko'rinmasa, u holda har birini tushuntirishga qo'shganda qo'shimcha hissa uncha katta bo'lmasligi mumkin. Bundan t -testning har bir o'zgaruvchi uchun ahamiyatsiz ekanligini ko'rish mumkin, shu bilan bir vaqtda xuddi F – testdek tenglama uchun ham to'liq ahamiyatga egadir.

Misol uchun, yana Monte-Karlo usuli bo'yicha (y) daromadning (S) bilim olish davomiyligi, (X') ish staji va (A) yoshidan regressiya bog'liqligi bahosini qaraymiz:

$$\hat{y} = 7524 + 781S - 207X' + 664A; R^2 = 0,84.$$

16 erkinlik darajasida t -test, koeffitsiyentlarning biron-tasi ham 5% haqqoniylik darajasida noldan ahamiyatli farq qilmasligini ko'rsatyapti. Lekin shunga qaramasdan R^2 0,84 ga teng va unga mos F - test 1% haqqoniylik darajasida ahamiyatga ega. Regressiya bahosining natijalaridan, erkli o'zgaruvchilarning har birining ta'siri ajralib turishi ko'rinmasa ham, birgalikda tushuntiradigan qobiliyati yuqoriligi ko'rinib turibdi. Qaralayotgan modelda S , X' va A lar orasida chiziqli bog'lanish qat'iyligidan, tasodifiy hadning dispersiyasi kattaligidan multikollinearlik darajasi esa yuqoriligi kuzatilganidan ajablanmasa ham bo'ladi.

5.6. Multikollinearlik

Multikollinearlik – bu tushuncha, tushintiradigan o'zgaruvchilar orasidagi qat'iy bo'lmagan chiziqli bog'lanishida regressiyaning ishonchsiz bahosiga olib keluvchi muammolarni ifodalashda ishlatiladi. Bunaqa bog'lanish albatta qanoatlantirmaydigan bahoni berishi shart emas. Agar boshqa barcha shartlar qulaylik tug'dirsa, ya'ni agar kuzatishlar soni va tushintiradigan o'zgaruvchilar tanlama dispersiyasi katta bo'lsa, tasodifiy had dispersiyasi esa, kam bo'lsa ham natijada yaxshi bahoni olish mumkin.

Shunday qilib, multikollinearlik qat'iy bo'lmagan bog'lanishlar va bitta yoki undan ko'p yomon shartlar uyg'unligidan kelib chiqishi mumkin, bu esa hodisaning ko'rinishimas balki uning ifodalanish darajasi masalasidir. Agar barcha erkli o'zgaruvchilar absolyut korreliirlangan bo'lmasagina, har qanday regressiyaning bahosi undan ma'lum darajada ziyon ko'radi. Bu muammo, regressiya bahosining natijasiga jiddiy ta'sir qilganda, ko'rib chiqiladi.

Ma'lumotlar qaysidir davr davomida olingan bir qator kuzatishlardan tashkil topgan bo'lsa, bu muammo vaqtli qatorlar regressiyasida oddiy hol sanaladi. Agar ikkita yoki undan ko'p o'zgaruvchi vaqtinchalik trend orqali ifodalangan bo'lsa, u holda ular zich korrelyrlangan bo'ladi va bu multikollinearlikka olib keladi.

Bunday holda nima qilish kerak?

Multikollinearlikni yumshatishda ishlatiladigan usullar ikkita toifaga bo'linadi: birinchi toifaga regressiya bahosini ishonchligini ta'minlaydigan to'rtta shartni bajarilish darajasini oshirishga uriniladigan; tashqi axborotdan foydalanish ikkinchi toifaga. Agar boshidan boshlab bevosita olish mumkin bo'lgan ma'lumotlardan foydalanilsa, u holda ko'rinib turibdiki, kuzatish natijalari sonini ko'paytirish kerak. Agar vaqtli qator ma'lumotlaridan foydalanilayotgan bo'lsa, buni har bir vaqt oralig'i davomiyligini qisqartirish orqali olish mumkin. Misol, 9.10 topshiriqda talab funksiyasi tenglamasini baholashda yillik ma'lumotlardan kvartal ma'lumotlariga o'tish, buning natijasida 25 ta kuzatish o'rniga 100 ta kuzatish natijasiga ega bo'linadi. Ammo bunday yondashishda ham muammolar mavjud bo'ladi. Ular avtokorrelyatsiyani qo'shishi yoki kuchaytirishi mumkin.

Agar o'zaro kesishuvchi ma'lumotlardan foydalanilayotgan va tadqiqotning rejalashtirish bosqichida bo'lsa, u holda regressiya bahosini oshirish va tanlamalar o'lchamini oshirish asosiga multikollinearlik muammosini kuchsizlantirishi mumkin. Regressiya koeffitsiyentlari standart chetlanishi $\sqrt{n}$ miqdorga teskari proporsional bo'lganligi uchun bunday yondashuv yengillik bermaydi.

Keyin, σ_ε^2 miqdorni kamaytirish mumkin. Tasodifiy had regressiya tenglamasiga aniq kiritilmagan y miqdorga ta'sir qiluvchi barcha o'zgaruvchilarning umumlashgan samarasini o'z ichiga olgan. Agar muhim o'zgaruvchi tushirib qoldirilgan va bu ε ga ta'sir qilayotgan bo'lishi mumkin deb taxmin qilinayotgan bo'lsa hamda bu o'zgaruvchini regressiya tenglamasiga qo'shish kerak bo'lsa u holda σ_ε^2 miqdorni qisqartirish mumkin bo'ladi.

Agar yangi o'zgaruvchi tenglamaga qo'shilgan, biroq u bir yoki bir necha o'zgaruvchi bilan chiziqli bog'lanishga ega bo'lsa, u holda uning qo'shilshi multikollinearlik muammosini yanayam chuqurlashtiradi.

Nihoyat, eng oddiy usuldan foydalanish haqida. Agar qo'shimcha ma'lumotlar olish imkoniyati mavjud bo'lsa, u holda erkli o'zgaruvchilar o'zaro kuchsiz bog'lanishga ega bo'lgan tanlamalarni olishga harakat qilish kerak bo'ladi.

Tashqi axborotning foydali bo'lishi mumkin bo'lgan ikki turi mavjud: nazariy cheklanish va tashqi empirik baho. Nazariy cheklanish koeffitsiyentlar orasida biroz bog'lanishlarni o'zida taxmin qiladi. Buni misol asosida tushuntirish mumkin.

Vaqtli qatorlar ma'lumotlarini ishlatish orqali ishlab chiqarish funksiyalarini tuzishda, kapital va mehnat resurslari xarajatlarini o'zgarishi bilan bir qatorda mahsulot ishlab chiqarish texnik progressga ta'sir ko'rsatishi mumkinligini hisobga olish kerak. Agar agregirlangan ma'lumotlar bilan ish ko'rilayotgan bo'lsa, u holda texnik progressni miqdoriy baholash mumkin emas, bu yerda tenglamaga Kobb-Duglas funksiyasidan foydalanish orqali eksponentsial vaqtinchalik trendni qo'shish hammasidan oson. Uning ko'rinishini quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$Y = AK^{\alpha}L^{\beta}e^{rt} \quad (5.6.1)$$

bu yerda, K —kapital va L —mehnat; t — vaqt; r — texnik progress tufayli qo'shimcha ishlab chiqarish surati. Aytaylik, bu munosabatni berilgan ma'lumotlar bo'yicha baholab, quyidagi baho hosil qilingan bo'lsin:

$$\log \hat{Y} = 2,81 - 0,53 \log K + 0,91 \log L + 0,047t; R^2 = 0,97; \quad (5.6.2)$$

(1,38) (0,34) (0,14) (0,021) $F = 189,8.$

Bu natijadan ko'rinib turibdiki, kapital xarajatlari bo'yicha mahsulot ishlab chiqarish elastikligi manfiy, bu degan so'z kapital xarajatlari oshishi bilan ishlab chiqarish pasaygan. Tenglama bir yilda texnik progress hisobiga qo'shimcha ishlab chiqarish surati 4,7% ekanligini ko'rsatyapti, bu esa qaralayotgan davr uchun to'g'ri

kelmaydigan bahodan iboratdir. Bu yerda muammo multikollinearlik bilan bog'liq deb taxmin qilish mumkin, chunki $\log K$ va t orasidagi korrelyatsiya koeffitsiyenti 0,997 $\log K$ ning standart xatosi tenglamada t miqdorsiz 5 marotiba katta() ga nisbatan.

Bu yerdan ko'lam ta'sirini o'zgarmas miqdor deb qarab, tenglamani uchta o'zgaruvchi o'rniga vaqtinchalik trenddan iborat bo'lgan ikkita erkli o'zgaruvchili tenglama ko'rinishida qaytadan yozish va kapital xarajatlar o'rniga tushuntiradigan o'zgaruvchi sifatida mehnatni kapital bilan qurollantirish bilan almashtirish imkonini beruvchi cheklanish kiritish istagi tug'iladi. Bu ko'rsatkich xuddi avvalgidек vaqt bilan zich bog'lanishga ega (korrelyatsiya koeffitsiyenti 0,96). Eksponentsial vaqtinchalik trendli tenglamani baholab, quyidagini hosil qilamiz:

$$\log(\widehat{Y/L}) = -0,11 + 0,11 \log(K/L) + 0,006t; R^2 = 0,65; \quad (5.6.3)$$

(0,03) (0,15) (0,006) $F = 19,5.$

α va r miqdorlarning bahosi, ahamiyatsiz darajada noldan farq qilsa ham, endi deyarlik avvalgiga nisbatan haqiqatga yaqin, standart xatolar esa (9.6.13) tenglamaga nisbatan ancha kam. r miqdorning ahamiyatsiz bo'lsa ham noldan farq qilishi fakti Ch. Kobba va P. Duglaslarning qaralayotgan davrda omillarning umumiy unumdorligini oshirish samarasi juda past degan xulosalarini tasdiqlaydi. Ko'rinib turibdiki, buning asoslanganligi kiritilgan cheklanishlarning to'g'riligidan bog'liq, shuning uchun avvalo cheklanishlarni statistik tekshirib ko'rish kerak.

Nihoyat, tashqi bahoni qo'llash kerak. Faraz qilamiz, quyidagi tenglamadan talab funksiyasi sifatida foydalanilsin:

$$y = \alpha x^\beta p^\gamma \varepsilon \quad (5.6.4)$$

lekin bu yerda multikolliniarlik muammosi mavjud, shaxsiy daromad va narx aniq ifodalangan vaqtinchalik trenddan iborat, bundan kelib chiqadiki, ular zich bog'lanishga ega. Faraz qilamiz, x va u lar uchun boshqa tanlamadan hosil bo'lgan har tomonlama statistik ma'lumotlar mavjud. Agar o'tkazilgan tahlilda barcha uy

xo'jaliklari bu tovarga bir xil narxda pul to'lashdi, deb faraz qilsak, u holda modelning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$\log y' = \log \alpha' + \beta' \log x + \varepsilon' \quad (5.6.5)$$

y' ning x' dan bog'liqligining regressiya bahosida β'_1 uchun b'_1 bahoni hosil qilib, uni (5.5.4) tenglamaga qo'yamiz. Endi $(\log y - b'_1 \log x)$ ga teng bo'lgan $\log \tilde{y}$ yangi o'zgaruvchi aniqlanadi, bu daromadni o'zgarishigao'zgartirilgan talabni tasvirlaydi. Bundan keyin tenglamaning ko'rinishi quyidagidan iborat bo'ladi:

$$\widetilde{\log y} = \log \alpha + \beta_2 \log p + \varepsilon. \quad (5.6.6)$$

Har bir kuzatish uchun $\log \tilde{y}$ ni hisoblab, uni $\log p$ dan regressiya bog'liqligini baholash mumkin, chunki bu yerda faqat bitta erkli o'zgaruvchi mavjud, multikolliniarlik avtomatik ravishda olib tashlanadi.

Bu usulni qo'llaganda hisobga olish kerak bo'lgan ikkita muammo tug'ilishi mumkin. Birinchidan, β'_1 miqdorning bahosi tanlama xatolarining ta'siridan xoli emas. Ikkinchidan, vaqtinchalik qator va har tomonlama tanlama holatlarida daromad oldidagi koeffitsiyent bir xil ma'noga ega deb faraz qilinadi, lekin bunday bo'lmashligi ham mumkin. Ko'pchilik tovarlar uchun talabning daromad bo'yicha oz muddatli va ko'p muddatli elastikligi ancha farq qilishi mumkin. Buning sabablaridan biri, xarajatlar xarakteri inertsia ta'sirida buzilishi mumkin bo'lib, qisqa muddatda daromadga ta'siri bo'lishi mumkin. Boshqa bir sababi shundaki, daromad darajasining o'zgarishi sarf xarajatlarga bevosita shuningdek bilvosita ta'sir ko'rsatishi mumkin, bunda bilvosita ta'sir bevositaga nisbatan ancha sekin bo'ladi. Odatda birinchi yaqinlashish sifatida vaqtinchalik qatorlar uchun regressiya, ayniqsa tanlamalarning katta bo'lmagan davrlari uchun qisqa muddatli elastiklik ko'rsatkichlarini beradi, shu bilan bir vaqtda har tomonlama tanlama ma'lumotlaridan foydalangan regressiya sifatida uzoq muddatli elastiklik ko'rsatkichini beradi.

5.7.Ko'p o'zgaruvchili regressiyada baholash sifati: R^2 determinatsiya koeffitsiyenti

Xuddibir o'zgaruvchili regressiyadagidek determinatsiya koeffitsiyenti R^2 regressiya bilan tushuntirilgan y ning dispersiyasining ulushini aniqlaydi va u $\text{var}(\hat{y})/\text{var}(y)$ miqdor, $\{1 - \text{Var}(e)/\text{Var}(y)\}$ miqdor yoki y va $\hat{y}$ orasidagi korrelyatsiya koeffitsiyenti kvadrati sifatida aniqlanadi. Bu koeffitsiyent regressiya tenglamasidagi avval kiritilgan tushuntiradigan o'zgaruvchilarni saqlab unga yana bitta o'zgaruvchini qo'shgandayam hech qachon kamaymaydi. Buni ko'rsatish uchun y ning x_1 va x_2 dan bog'lanishining regressiya bog'lanishi baholangan va quyidagi regressiya tenglamasi hosil qilingan deb faraz qilinadi:

$$\hat{y} = a + b_1 x_1 + b_2 x_2. \quad (5.7.1)$$

keyin, y ning faqat x_1 dan bog'liqligining regressiya bog'lanishi baholangan va quyidagi tenglama hosil qilingan deb hisoblaymiz:

$$\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}_1 x_1 \quad (5.7.2)$$

Bu tenglamani quyidagi ko'rinishda qaytadan yozish mumkin:

$$\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}_1 x_1 + 0 \cdot x_2 \quad (5.7.3)$$

Agar (5.7.2) va (5.7.3) tenglamalarni solishtirsak, birinchining koeffitsiyentlari y , x_1 va x_2 larning ma'lumotlari asosida eng kichik kvadratlar usuli bilan eng yaxshi bahoni ta'minlash orqali osongina hisoblangan. Lekin (5.7.3) tenglamada x_2 ning oldidagi koeffitsiyent ixtiyoriy ravishda nolga teng deb qabul qilingan va baholash optimal bo'lmaydi, agar baholash xuddi shunday bo'lganda tasodif tufayli b_2 miqdor nolga teng bo'lib qolmasa. Bundan kelib chiqadiki, R^2 koeffitsiyent odatda (5.7.1)da (5.7.3)ga nisbatan yuqori bo'ladi va u hech qachon past bo'lmaydi. Albatta, agar yangi o'zgaruvchi haqiqatan ham bu tenglamaga qarashli bo'lmasa, u holda R^2 koeffitsiyentning o'sish ehtimoli, sezilarli bo'lmaydi.

R^2 koeffitsiyent dispersiyaning ulushini o'lchar ekan, uni tushuntiradigan erkli o'zgaruvchilar bilan birgalikda yechish mumkin bo'ladi, u holda har bir erkli o'zgaruvchining hissasini aniqlash mumkin bo'ladi va shunday qilib uning nisbiy muhimlik o'lchamini hosil qilish mumkin. Agar buni amalga oshirish mumkin bo'lganda edi, juda qulay bo'lgan bo'lardi. Baxtga qarshi, agar erkli o'zgaruvchilar korreliirlangan bo'lsa, ularning tushuntirish imkoniyati yopiladi va bunday yoyish mumkin bo'lmaydi.

Ko'p o'zgaruvchili regressiya modeli uchun omillarni tanlash

O'zgaruvchilarni tanlash ko'p o'zgaruvchili regressiya modellarini tuzishdagi muhim muammo hisoblanadi. U ijtimoiy-iqtisodiy hodisalarni statistik va matematik mezonlardan foydalangan holdasifatiy va miqdoriy jihatdan tahlil qilish asosida amalga oshiriladi.

Ko'p o'zgaruvchili regressiya modeli uchun omillarni tanlash (saralash) uchta bosqichdaamalga oshiriladi. Omillarni tanlab olish bosqichlari quyidagilardan iborat: y o'zgaruvchiga ta'sir ko'rsatuvchi omillar ro'yxatini oldindan aniqlash.

O'zgaruvchilarni qiyosiy baholash va ularning bir qismini ajratish.

Modellarning turli variantlarini tuzishda omillarni yakuniytanlab olish va parametrlarining ahamiyatliligini baholash.

O'zgaruvchilarni qiyosiy baholash va ularning bir qismini ajratish uchun har bir omilning natijaviy omil u bilan va qolgan omillarning har biri bilan chiziqli bog'liqligining jipsligini o'lchovchi juft korrelyatsiya koeffitsiyentlarining matritsasi tuziladi (3.1-jadval).

5.7.1-jadval

	y	x_1	x_2	...	x_j	...	x_k
Y	1	r_{yx1}	r_{yx2}	...	r_{yxj}	...	r_{yxk}

x_1	$r_{x_1 y}$	1	$r_{x_1 x_2}$	...	$r_{x_1 x_j}$	...	$r_{x_1 x_k}$
x_2	$r_{x_2 y}$	$r_{x_2 x_1}$	1	...	$r_{x_2 x_j}$	...	$r_{x_2 x_k}$
...	...	...	...	...	...	...	...
x_i	$r_{x_i y}$	$r_{x_i x_1}$	$r_{x_i x_2}$	...	1	...	$r_{x_i x_k}$
...	...	...	...	...	...	...	...
x_k	$r_{x_k y}$	$r_{x_k x_1}$	$r_{x_k x_2}$	...	$r_{x_k x_j}$	...	1

Juft korrelyatsiya juft chiziqli koeffitsiyentlarining matritsasi

bu yerda, y – natijaviy omil;

$x_1, x_2, \dots, x_k$ – omillar to‘plami;

$r_{ij} = r_{ji}$ va x_j omillar o‘rtasidagi juft korrelyatsiya koeffitsiyenti.

Juft korrelyatsiya koeffitsiyentlar matritsasi— simmetrik matritsa ($r_{ij} = r_{ji}$) bo‘lib, uning asosiy diagonalida omillarning o‘zaro bog‘lanish kuchining tavsifi joylashgan, barcha boshqa elementlar i va j omillar juft korrelyatsiyasining koeffitsiyentlari hisoblanadi.

Korrelyatsion matritsa funksional bog‘lanishka yaqin bo‘lgan jips chiziqli korrelyatsion o‘zaro bog‘lanishda turgan omillarni aniqlash imkonini beradi.

F-testlar

Erksiz o‘zgaruvchining dispersiyasini «tushuntiradigan» va «tushuntirmaydigan» larga bo‘lib, F – statistikani hosil qilish mumkin:

$$F = \frac{ESS/k}{RSS/(n-k-1)},$$

bu yerda, ESS – tushintirilgan chetlanishlar kvadrlarining yig‘indisi; RSS – kvadrlar summasi qoldig‘i (tushuntirilmagan); k – tushuntirishda ishlatilgan

erkinlik darajasi soni. Bu statistika yordamida tushuntirilgan kvadratlar yig'indisi haqiqatan ham tasodifiy ravishda olingandan kattaligini aniqlash mumkin bo'lgan F – testni o'tkazish mumkin. Buning uchun 1-ilovalardagi kataklardan $F - k$ –erkinlik darajasiga mos keluvchi va shu bilan birgalikda $(n - k - 1)$ erkinlik darajasiga mos keluvchi kritik darajani topish kerak bo'ladi.

F- va t-statistika orasidagi bog'lanish

Faraz qilaylik, bir nechta tushuntiradigan o'zgaruvchilardan iborat bo'lgan regressiya baholangan bo'lsin, keyin, o'zgaruvchilardan birontasini tushirib, hisob takrorlansin. Tushuntirilgan kvadratlar summasi orasidagi farqdan foydalanib, olib tashlangan erkli o'zgaruvchining qo'shimcha hissasi uchun F – testni o'tkazish mumkin. Bunday testning, bu o'zgaruvchi uchun boshlang'ich regressiyada $\beta = 0$ degan gipoteza uchun, ikki tomonlama t -test bilan ekvivalentligini ko'rsatish mumkin.

Boshqacha so'z bilan aytganda, t – testlar boshqa barcha o'zgaruvchilar tenglamaga kiritib bo'lingan deb, har bir o'zgaruvchining qo'shimcha hissasini samarali tekshirishni ta'minlaydi.

Agar erkli o'zgaruvchilarning tushuntirish qobiliyati ko'rinmasa, u holda har birini tushuntirishga qo'shishda qo'shimcha hissa uncha katta bo'lmashligi mumkin. Bundan t – testning har bir o'zgaruvchi uchun ahamiyatsiz ekanligini ko'rish mumkin, shu bilan bir vaqtda xuddi F – testdek tenglama uchun ham to'liq ahamiyatga egadir.

Misol uchun, yana Monte-Karlo usuli bo'yicha (y) daromadning (S) bilim olish davomiyligi, (X') ish staji va (A) yoshidan regressiya bog'liqligi bahosini qaraymiz:

$$\hat{y} = 7524 + 781S - 207X' + 664A; R^2 = 0,84.$$

(s.o.) (4202) (529) (538) (476)

16 erkinlik darajasida t -test, koeffitsiyentlarning birontasi ham 5% haqqoniylik darajasida noldan ahamiyatli farq qilmasligini ko'rsatyapti. Lekin shunga qaramasdan

R^2 0,84 ga teng va unga mos F – test 1% haqqoniylik darajasida ahamiyatga ega. Regressiya bahosining natijalaridan, erkli o'zgaruvchilarning har birining ta'siri ajralib turishi ko'rinmasa ham, birgalikda tushuntiradigan qobiliyati yuqoriligi ko'rinib turibdi. Qaralayotgan modelda S , X' va A lar orasida chiziqli bog'lanish qat'iyligidan, tasodifiy hadning dispersiyasi esa kattaligidan multikollinearlik darajasi yuqoriligi kuzatilganidan ajablanmasa ham bo'ladi.

Ko'p o'zgaruvchili chiziqli regressiyaga misol

Quyida paxta yetishtirishga ixtisoslashtirilgan tuman fermer xo'jaliklari uchun yalpi mahsulot narxi, yerning ball boniteti(X_2) va solinadigan mineral o'g'itlar(X_3) to'g'risidagi statistik ma'lumotlar 5.7.2-jadvalda keltirilgan.

5.7.2-jadval

Xo'jaliklar №	Yalpi mahsulot narxi(m.so'm/ha) Y	Yerning ball boniteti X_1	Solinadigan mineral o'g'it, s. X_2
1	375	60	3.4
2	350	53	3.1
3	360	54	3.2
4	600	61	4.0
5	420	55	3.5
6	280	46	2.5
7	390	58	3.7
8	410	52	3.6
9	350	51	3.3

Eng kichik kvadratlar usuli (EKKU)dan foydalanib ekonometrik model tuzilsin:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$$

Yechish:

1-qadam. EKKU dan foydalanib regressiyaning tanlama modeli hosil qilingan:

$$y = -240 + 1,53x_1 + 163x_2.$$

2-qadam. Modelning tahlili:

Yalpi mahsulot narxiga ta'sir qiluvchi omillar:

- yerning ball boniteti (X_1)
- solinadigan o'g'it miqdori (X_2)

Y ga eng ko'p ta'sir qiluvchi faktor X_2 dan iborat bo'lib, uning ta'siri X_1 ning ta'siridan deyarlik 100 barobar ko'pdir.

5.8. Ko'p o'zgaruvchili regressiya tenglamasining xususiyatlari

Regressiya tenglamasiga kiritilishi mumkin bo'lmagan o'zgaruvchi kiritilsa natija qanday bo'ladi? Yoki kiritilishi kerak bo'lib kiritilmay qolsa natija qanaqa bo'ladi? Bu yerda bu savollarga javob berishga harakat qilinadi, asosiy e'tibor o'zgaruvchilarni noto'g'ri tanlash oqibatlariga qaratiladi.

Modellashirish

Iqtisodiy modelni tuzish uning munosabatlarini tashkil etuvchilarining spetsifikatsiyalashni, har bir munosabatga kiruvchi o'zgaruvchilarni tanlash, shuningdek har bir munosabatni ifodalovchi matematik funksiyani aniqlashlarni o'z ichiga oladi. Bu yerda yuqorida sanab o'tilgan elementlarning ikkinchisini qaraymiz va model bitta tenglamadan tashkil topgan deb hisoblaymiz.

Agar regressiya tahlilini amalga oshirish uchun qanday tushuntiradigan o'zgaruvchilar kiritilgan bo'lishi kerakligi aniq bo'lsa, u holda bizning vazifamiz ular koeffitsiyentlarini baholash, bu baholar uchun ishonch oraliqlarini aniqlash bilan chegaralaniladi. Lekin biz amaliyotda hech qachon tenglamaning to'g'ri tanlanganiga ishonch hosil qila olmaymiz. Biz tenglamaga unda bo'lishi mumkin bo'lmagan o'zgaruvchini qo'shishimiz, va shu bilan birgalikda unda qatnashishi kerak bo'lgan o'zgaruvchini qo'shmasligimiz mumkin.

Regressiya koeffitsiyentlarini baholash xususiyati sezilarli darajada modelni spetsifikatsiyasidan bog'liqdir. Tenglamadagi o'zgaruvchining noto'g'ri spetsifikatsiya natijalari umumlashgan ko'rinishda quyidagi ko'rinishda ifodalanishi mumkin.

Agar qatnashishi kerak bolgan o'zgaruvchini tushirib qoldirilgan bo'lsa, u holda regressiya koeffitsiyentlari bahosi hamma vaqt bo'lmasa ham, ayrim hollarda siljigan bo'ladi. Koeffitsiyentlar standart xatolari va ularga mos t-testlar to'g'ri bo'lmaydi.

Agar bo'lishi mumkin bo'lmagan o'zgaruvchini qo'shilsa, u holda regressiya koeffitsiyentlar bahosi siljimagan bo'ladi, biroq, umuman aytganda (hamma vaqt ham emas), — samarasiz. Standart xatolar umumiy holda yaxshi bo'ladi, lekin regressiyaning bahosi samarasiz bo'lganligi uchun ular juda kata bo'ladi.

Modelda qatnashishi kerak bolgan o'zgaruvchi tushirib qoldirilgan bo'lsa uning ta'siri qanday bo'ladi?

Faraz qilamiz yo'zgaruvchi ikkita x_1, x_2 o'zgaruvchidan bog'liq bo'lsin:

$$y = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$$

Lekin siz x_2 ning haqqoniyligiga ishonchingiz komilmas. Model ko'rinishi

$$y = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon \quad (5.8.1)$$

deb olib bu regressiyanı baholaymiz:

$$\hat{y} = a + b_1 x_1 \quad (5.8.2)$$

hamda b_1 ni $b_1 = \frac{Cov(x_1, y)Var(x_2) - Cov(x_2, y)Cov(x_1, x_2)}{Var(x_1)Var(x_2) - \{Cov(x_1, x_2)\}^2}$, formula o'rniga

$$Cov(x_1, y) / Var(x_1) \quad (5.8.3)$$

orqali baholaymiz. Agar $E(b_1) = \beta_1$ bo'lsa $b_1 \beta_1$ ning miqdorning siljimagan bahosidan iborat.

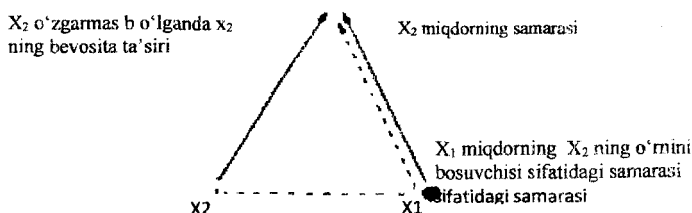
Amalda (5.7.1) munosabat to'g'ri bo'lsa, u holda

$$E \left\{ \frac{cov(x_1, y)}{var(x_1)} \right\} = \beta_1 + \beta_2 \frac{cov(x_1, x_2)}{var(x_1)} \quad (5.8.4)$$

Agar x_2 ni regressiya munosabatda tushirib qoldirsak, u holda x_1 ikkita rolnı o'ynaydi o'zining to'g'ridan-to'g'ri ta'sirini va x_2 o'rnini bosuvchining ta'sirini ifodalovchi rolida. x_1 orqali ta'sir qiluvchi bo'lib ko'ringanning Y ga ta'siri 2 ta omildan bog'liq bo'ladi: x_1 ning ko'rinarliqobiliyati, x_2 miqdorning Y ga ta'sirini imitatsiyasi. x_1 o'zgaruvchining x_2 xulq-atvorini tushuntiruvchi bo'lib tuyuladigan x_1 ning

qobiliyati soxta regressiya: $x_2 = g + hx_1$ dagi h egilish koeffitsiyentidan iborat bo'ladi. h miqdor bir o'zgaruvchili regressiyadagi oddiy $Cov(x_1, x_2)/Var(x_1)$ formula orqali hisoblanadi. x_2 ning Y ga ta'siri β_2 koeffitsiyent orqali aniqlanadi. Shunday qilib β_2 miqdor yordamida imitatsiyaning samaradorligi $\beta_2 Cov(x_1, x_2)/Var(x_1)$ ko'rinishida ifodalanishi mumkin. x_1 ning Y ga to'g'ridan to'g'rita'sirini β_1 yordamida tasvirlash mumkin. Shunday qilib, Y ning x_1 o'zgaruvchidan regression bog'liqligini baholashdagi oldidagi koeffitsiyent $\beta_1 + \beta_2 Cov(x_1, x_2)/Var(x_1) + \text{tan lama xatosi}$ formula yordamida aniqlanadi. x_1 stoxastik degan shart bilan koeffitsiyentning matematik kutishi bu formulaning birinchi ikkita hadi yig'indisi bo'ladi.

Ikkinchi qo'shiluvchining qatnashmasligi, koeffitsiyentning matematik kutishi β_1 miqdorning haqiqiy qiymatidan farq qiladi deb taxmin qiladi, boshqacha so'z bilan aytganda baho siljigan bo'ladi.



5.8.1-rasm

(5.8.4) munosabatning isboti qiyin emas. b_1 bahosida bir necha nazariy almashtirishlarni bajarsak.

$$\begin{aligned}
 b_1 &= \frac{cov(x_1, y)}{Var(x_1)} = \frac{Cov(x_1[\alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon])}{Var(x_1)} = \\
 &= \frac{1}{Var(x_1)} [Cov(x_1, \alpha) + Cov(x_1, \beta_1 x_1) + Cov(x_1, \beta_2 x_2) + Cov(x_1, \varepsilon)] = \\
 &= \frac{1}{Var(x_1)} [0 + \beta_1 Var(x_1) + \beta_2 Cov(x_1, x_2) + Cov(x_1, \varepsilon)] = \beta_1 + \beta_2 \frac{Cov(x_1, x_2)}{Var(x_1)} + \frac{Cov(x_1, \varepsilon)}{Var(x_1)} \quad (5.8.5)
 \end{aligned}$$

Agar x_1 va x_2 lar stoxastik bo'lsa u holda b_1 ning matematik kutishini hisoblashda uning birinchi ikkita hadi (5.8.4) tenglamada o'zgarmas bo'lib qoladi. Uchinchisi nolga teng bo'ladi. Bu yerdan (5.8.3) formula kelib chiqadi.

Bu bilan biz taxmin qilgan xulosa kelib chiqadi, ya'ni b_1

$\beta_1 + \beta_2 \frac{Cov(x_1, x_2)}{Var(x_1)}$ ga siljiydi. Siljish yo'nalishi β_2 ning ishorasidan bog'liq

bo'ladi. Musbat bo'lsa kovariatsiya ham musbat bo'ladi ya'ni siljish ham musbat bo'ladi.

Lekin b_1 ning bahosi siljimagan bahodan iborat bo'lgan holat bundan mustasno. Bu holat x_1 va x_2 lar orasidagi tanlama kovariatsiya nolga teng bo'lsa.

Agar $Cov(x_1, x_2) = 0$ bo'lsa siljish yoqoladi.

Monte-Karlo metodi asosida misolni yechish jarayonini ko'rib chiqish

Biz tomonimizdan o'tkazilgan tahlilni 5.3-bo'limda ko'rib chiqilgan Monte-Karlo usulining variatsiyalaridan biri bo'lgan eksperiment yordamida tasvirlaymiz. Faraz qilaylik, qandaydir mamlakatda daromad ta'lim davomiyligi (5), intellekt indeksi (IQ) va muvaffaqiyat darajasi bilan belgilanadi. 10 000 ni tashkil etuvchi asosiy daromadga eng kam 10 yildan yuqori bo'lgan har bir o'quv yili uchun 1500 dan va 85 dan yuqori har bir IQ bali uchun 250 dan qo'shiladi. Bundan tashqari, omad omili (omillar) ham mavjud:

$$y = 10000 + 1500(S - 10) + 250(IQ - 85) - \varepsilon \quad (5.8.6)$$

Soddalashtirishlardan so'ng, ushbu tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$y = -26250 + 1500S + 250IQ + \varepsilon \quad (5.8.7)$$

6.1-jadvaldagi birinchi uchta ustun 20 kishidan iborat xayoliy tanlama uchun ma'lumotlarni o'zida ifodalaydi. S va IQ qiymatlari ixtiyoriy tanlangan, ammo ular musbat korrelyatsiya qilingan bo'lib chiqadi. Ko'plab mamlakatlarda ushbu o'zgaruvchilarning musbat korrelyatsiyasi kuzatilmoqda va bunga izohlardan biri

(ammo zinhor yagona sabab emas) shundan iboratki, yuksak iqtidorli talabalar ko'pincha ta'limni davom ettirishga ruxsat uchun reytingni belgilab beradigan tanlov imtihonlarini muvaffaqiyatli topshirishadi. Bunda ε qiymati nolli o'rtacha va yagona dispersiyali normal taqsimlangan tasodifiy o'zgaruvchining 20 ta kuzatishidan tanlama olish va har bir kuzatishni 2000 ga ko'paytirish yo'li bilan aniqlandi. 5.8.1-jadvalda (5.8.7) formula bo'yicha olingan y ning yakuniy qiymatlari keltirilgan.

Tadqiqotchi berilgan mamlakatda daromadni belgilab beruvchi omillarni IQ qiymati muhimligiga shubha qilmasdan o'rganadi va daromadning yillar bo'yicha ta'lim uzluksizligi bilan juft regressiyaviy bog'liqligini baholaydi:

$$\hat{y} = a + b_1 S(5.8.8)$$

5.8.1-jadval

Individ	1-tajriba				2-tajriba	
	S	IQ	ε	Y	IQ'	y'
1	10	95	1380	13800	100	15130
2	10	100	1560	15310	120	20310
3	10	100	-3280	10470	105	11720
4	11	105	780	17280	100	16030
5	11	85	980	12480	125	22480
6	11	115	-340	18660	100	14910
7	11	96	720	14720	115	19720
8	12	100	2640	19390	100	19390
9	12	100	-1240	15510	105	16760
10	12	110	340	19590	95	15840
11	13	90	20	15770	90	15770
12	13	120	-460	22790	105	19040
13	14	110	-1340	20910	100	18410
14	14	95	-1780	16720	95	16720
15	15	105	700	23200	95	20700
16	16	110	-560	24690	100	22190
17	16	100	380	23130	90	20630
18	17	125	4440	34940	105	29940
19	18	105	780	27780	85	22780
20	19	106	1880	30380	100	29130

Tadqiqotchi quyidagi natijani oladi:

$$\hat{y} = -6418 + 1985S, \quad R^2 = 0.78(5.8.9) \\ (\text{s.o.}) \quad (3349) \quad (248)$$

Baxtga qarshi, tadqiqotchi uchun S va IQ qiymatlari korrelyatsiyalangan.

Ushbu tanlama uchun $\text{Cov}(S, IQ)/\text{Var}(S)$ 1,29 ga teng. Shunday qilib,

$$E(b_1) = \beta_1 + \beta_2 \frac{\text{cov}(S, IQ)}{\text{Var}(S)} = 1500 + 250 \times 1.29 = 1823(5.8.9)$$

Tadqiqotchi IQ qiymatini tenglamaga kiritmaganligi sababli, S da koeffitsiyentning bahosi 323 ga musbat siljishga ega bo'ladi. Albatta, haqiqatda olingan baho 1823 ga teng bo'lishi mumkin, biroq agar omad omili nolli qiymatni olsa shunchaki tasodif bo'ladi. Biz tadqiqotchi aslida 1985 ga teng nisbatan ancha yuqori baho olganini ko'ramiz. Ushbu farq berilgan tanlamadagi qoldiq had ta'siri bilan izohlanadi.

Agar tadqiqotchi regressiya tenglamasiga IQ o'zgaruvchisini kiritgan bo'lsa, u holda xuddi shu tanlamadagi baholash natijasi quyidagicha bo'ladi.

$$\hat{y} = -29586 + 1640S + 268IQ; \quad R^2 = 0.93 \quad ((5.8.10) \\ (\text{s.o.}) \quad (4155) \quad (151) \quad (43)$$

Tadqiqotchi tomonidan olingan koeffitsiyentlarning bahosi o'zgarmas va hech bo'lmaganda mazkur holat uchun ularning haqiqiy qiymatlariga sezilarli darajada yaqin bo'lardi.

Ayonki, tadqiqotchi tomonidan olingan regressiya tenglamasi kabi to'g'ri tasniflashdan foydalangan holda tuzilgan tenglama ham tanlamadagi tasodifiy hadning haqiqatdagi qiymatlariga bog'liq va hatto bashorat qilingan natijalarga erishilgan bo'lsa-da, bitta tajribaga katta ahamiyat berish o'rinni bo'lmaydi. Shunga ko'ra, ushbu tajriba har bir kuzatishda S va IQ ning bir xil qiymatlaridan hamda a , r va r_2 kattaliklarining bir xil qiymatlaridan foydalangan holda, ammo qoldiq hadning tasodifiy amallarining turli to'plamlari bilan yana 9 marta o'tkazildi.

Tegishli regressiyalarni baholash natijalari 6.2-jadvalda umumlashtirilgan holda keltirilgan. Ushbu jadvaldan ko'rish mumkinki, olingan natijalar avvalgi xulosalarimizni tasdiqlaydi. Tadqiqotchi S da koeffitsiyentlar bahosini oladi, ular

1823 aralash son atrofida erkin sochilib ketgan (ularning o'rtacha qiymati 1854 ga teng). To'g'ri tasnifda baholar 1500 ga teng bo'lgan haqiqiy qiymat atrofida joylashgan bo'ladi. Xuddi shu fikrlarni tenglamaning doimiy hadiga nisbatan ham aytish mumkin.

Agar tadqiqotchi IQ qiymati o'rniaga So'zgaruvchisini regressiya tenglamasi ga kiritmasa nima bo'lardi? Mazkur holatda, IQ qiymati o'z-o'zidan qisman o'zgaruvchi sifatida va qisman etishmayotgan S o'zgaruvchisining o'rni bosuvchi sifatida harakat qilgan bo'lardi. Yuqorida o'tkazilgan tahlilni takrorlab, uning koeffitsiyenti $\beta_2 \text{Cov}(S, IQ) / \text{Var}(IQ)$ qiymatiga siljiganini ko'rsatish mumkin. $\beta_2 = 1500$ va $\text{Cov}(S, IQ) / \text{Var}(IQ) = 0,104$ bo'lgani uchun, koeffitsiyent yuqori tomon 156 ga teng bo'lgan qiymatga siljigan bo'lardi va uning matematik kutishi 406 ni tashkil qilardi. Bundan xulosa 5.8.1-jadvalning birinchi qismidagi ma'lumotlardan foydalangan holda regressiyani baholash bilan mustahkamlanadi. Natijada quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$\hat{y} = -25488 + 438IQ; \quad R^2 = 0.47$$

(c.o) (11362) (109)

5.8.2-jadval

Taj-Riba	Tadqiqotchi Tasnifi				Togri tasnif					
	Konstanta	s. o.	S	s. o.	Konstanta	s. o.	S	s. o.	IQ	s. o.
1	-6418	3349	1985	248	-29586	4155	1640	151	147	43
2	-6576	2718	1979	201	-19269	5067	1790	184	301	52
3	-1729	3880	1642	287	-27713	5150	1255	187	301	53
4	-1788	4070	1541	301	-31621	1097	1097	155	345	44
5	-3752	3796	1774	281	-30785	4371	1372	158	313	45
6	-7083	3463	2052	256	-32992	3352	1667	121	300	35
7	-7147	3038	1999	225	-22978	5330	1763	193	183	55
8	-6124	4075	1986	301	-34437	5005	1565	181	327	51
9	631	3556	1465	263	-21634	5254	1134	190	258	54
10	-8379	3263	2112	241	-30089	4386	1789	159	251	45

Siljish yo'nalishi

Umumiy holga qaytadigan bo'lsak, agar haqiqiy model (6.1) formula bilan ifodalangan bo'lsa, bu yerda $Y - x_1$ va x_2 o'zgaruvchilarining funksiyasi va agar x_2 regressiya tenglamasida tushirib qoldirilsa, u holda x_1 da koeffitsiyent

$$\beta_2 \text{Cov}(x_1, x_2) / \text{Var}(x_1)$$

ga teng kattalikka siljiydi. $\text{Var}(x_1)$ qiymati manfiy bo'lishi mumkin emasligi uchun, siljish yo'nalishi β_2 va $\text{Cov}(x_1, x_2)$ qiymatlarining belgisi bilan aniqlanadi. Monte-Karlo usuli bo'yicha tajriba misolida β_2 qiymati musbat, Sva IQ musbat korrelyatsiyaga ega bo'lgan, shuning uchun siljish musbat bo'lgan, o'zgaruvchi IQning kiritilmasligiesas da koeffitsiyent tizimli ortib borishiga olib kelgan. Biroq bu siljish muqarrar ravishda musbat bo'ladi deganini anglatmasligi lozim. Agar β_1 manfiy bo'lsa yoki x_1 va x_2 o'rtasidagi kovariatsiya manfiy bo'lsa, u holda siljish manfiy bo'ladi. Tabiiyki, agar ushbu qiymatlarning ikkalasi ham manfiy bo'lsa, u holda natijadagi siljish musbat bo'ladi.

5.9. Kiritilishi mumkin bo'lmagan o'zgaruvchining modelga ta'siri

Faraz qilamiz haqiqiy modelning ko'rinishi:

$$y = \alpha + \beta_1 x_1 + \varepsilon \quad (5.9.1)$$

bo'lsin. Lekin biz uning ko'rinishi

$$y = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon \quad (5.9.2)$$

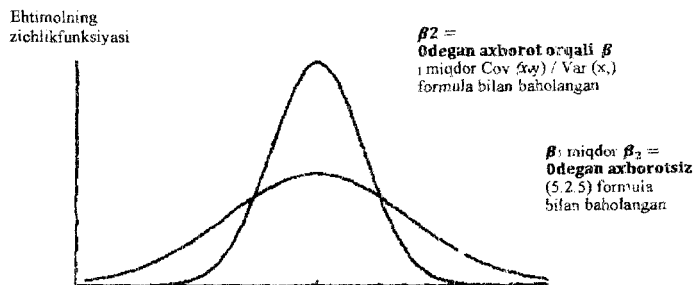
deb olib, bu regressiyani baholaymiz: b_1 ni $\text{Cov}(x_1, y) / \text{Var}(x_1)$

orqali baholash o'rni

$$b_1 = \frac{\text{Cov}(x_1, y)\text{Var}(x_2) - \text{Cov}(x_2, y)\text{Cov}(x_1, x_2)}{\text{Var}(x_1)\text{Var}(x_2) - \{\text{Cov}(x_1, x_2)\}^2} \quad (5.9.3)$$

formula orqali baholaymiz. Agar b_1 noto'g'ri hisoblangan bo'lsa ham. Umuman siljish muammosi yo'q b_1 noto'g'ri hisoblangan bo'lsa ham. $E(b_1) = \beta_1$ bo'lsa ham, lekin

baho samarali bo'lmaydi. To'g'ri hisoblangandagidan ko'ra, β_1 ga nisbatan katta dispersiyaga ega bo'lish ma'nosida, baho juda turg'un bo'lmaydi. Buni rasmdan ham ko'rish mumkin:



5.9.1-rasm

Buni osonlik bilan intuitive ravishda tushuntirish mumkin. Haqiqiy model quyidagicha yozilishi mumkin.

$$y = \alpha + \beta_1 x_1 + 0x_2 + \varepsilon \quad (5.9.4)$$

Shunday qilib, agar yo'zgaruvchi x_1, x_2 o'zgaruvchilari bo'lgan regression bog'lanishni tuzish kerak bo'lsa, u holda $b_1 \beta_1$ miqdorning siljimagan bahosidan iborat bo'ladi b_2 esa nolning siljimagan bahosidan iborat bo'ladi. Amalda biz β_2 ning nolga tengligini o'zimiz uchun bilib olamiz. Buning nolga tengligini oldindan bilganimizda edi, u holda bu axborotdan x_2 ni olib tashlash uchun foydalangan va hozirgi holatda samaraliroq bo'lgan bir o'zgaruvchili regressiyani qo'llagan bo'lardik.

x_2 ni qo'shish tufayli samaraning yo'qolishi uning tenglamaga qo'shilishi mumkin bo'lmagan holda x_1, x_2 larning orasidagi korrelyatsiyadan bog'liq. Bir yoki

ko'p o'zgaruvchili regressiyani tuzishda b_1 miqdorning dispersiyasini solishtirish kerak.

Umuman ko'p o'zgaruvchili regressiyada dispersiya katta ekan, va korrelyatsiya koeffitsiyenti birga qancha yaqin bo'lsa farq ham shuncha katta bo'ladi.

5.10. Monte-Karlometodi asosida misolni yechish jarayonini korib chiqish

Biz tomonimizdan o'tkazilgan tahlilni 5.8-bo'limda ko'rib chiqilgan Monte-Karlo usulining variatsiyalaridan biri bo'lgan eksperiment yordamida tasvirlaymiz. Faraz qilaylik, qandaydir mamlakatda daromad ta'lim davomiyligi (S), intellekt indeksi (IQ) va muvaffaqiyat darajasi bilan belgilanadi. 10 000 ni tashkil etuvchi asosiy daromadga eng kam 10 yildan yuqori bo'lgan har bir o'quv yili uchun 1500 dan va 85 dan yuqori har bir IQ bali uchun 250 dan qo'shiladi. Bundan tashqari, omad omili (omillar) ham mavjud:

$$y = 10000 + 1500(S - 10) + 250(IQ - 85) + \varepsilon \quad (5.10.1)$$

Soddalashtirishlardan so'ng, ushbu tenglama quyidagi ko'rinishni oladi:

$$y = -26250 + 1500S + 250IQ + \varepsilon \quad (5.10.2)$$

5.10.1-jadvaldagi birinchi uchta ustun 20 kishidan iborat xayoliy tanlama uchun ma'lumotlarni o'zida ifodalaydi. Sva IQ qiymatlari ixtiyoriy tanlangan, ammo ular musbat korrelyatsiyalangan bo'ladi. Ko'plab mamlakatlarda ushbu kattaliklarning musbat korrelyatsiyasi kuzatilmoqda va bunga izohlardan biri (ammo zinhor yagona sabab emas) shundan iboratki, yuksak iqtidorli talabalar ko'pincha ta'limni davom ettirishga ruxsat uchun reytingni belgilab beradigan tanlov imtihonlarini muvaffaqiyatli topshirishadi. Bunda i qiymati nolli o'rtacha va yagona dispersiyali normal taqsimlangan tasodifiy kattalikning 20 ta kuzatishidan tanlama olish va har bir kuzatishni 2000 ga ko'paytirish yo'li bilan aniqlandi. 5.10.1-jadvalda (5.10.2) formula bo'yicha olingan y ning yakuniy qiymatlari keltirilgan.

Tadqiqotchi berilgan mamlakatda daromadni belgilab beruvchi omillarni IQ qiymati muhimligiga shubha qilmasdan o'rganadi va daromadning yillar bo'yicha ta'lim uzluksizligi bilan juft regressiyaviy bog'liqligini baholaydi:

$$y = a + b \cdot S \quad (5.10.3)$$

5.10.1-jadval

Individ	1-tajriba				2-tajriba	
	S	IQ	ε	y	IQ'	y'
1	10	95	1380	13800	100	15130
2	10	100	1560	15310	120	20310
3	10	100	-3280	10470	105	11720
4	11	105	780	17280	100	16030
5	11	85	980	12480	125	22480
6	11	115	-340	18660	100	14910
7	11	96	720	14720	115	19720
8	12	100	2640	19390	100	19390
9	12	100	-1240	15510	105	16760
10	12	110	340	19590	95	15840
11	13	90	20	15770	90	15770
12	13	120	-460	22790	105	19040
13	14	110	-1340	20910	100	18410
14	14	95	-1780	16720	95	16720
15	15	105	700	23200	95	20700
16	16	110	-560	24690	100	22190
17	16	100	380	23130	90	20630
18	17	125	4440	34940	105	29940
19	18	105	780	27780	85	22780
20	19	106	1880	30380	100	29130

Tadqiqotchi quyidagi natijani oladi:

$$\hat{y} = -6418 + 1985S, \quad R^2 = 0.78 \quad (5.10.3) \quad (s.o.)$$

(3349) (248)

Baxtga qarshi, tadqiqotchi uchun S va IQ qiymatlari korrelyatsiyalangan.

Ushbu tanlama uchun $Cov(S, IQ)/Var(S)$ 1,29 ga teng. Shunday qilib,

$$E(b_1) = \beta_1 + \beta_2 \frac{cov(S, IQ)}{var(S)} = 1500 + 250 \times 1.29 = 1823 \quad (5.10.4)$$

Tadqiqotchi IQ qiymatini tenglamaga kiritmaganligi sababli, Sda koeffitsiyentning bahosi 323 ga musbat siljishga ega bo'ladi. Albatta, haqiqatda

olingan baho 1823 ga teng bo'lishi mumkin, biroq agar omad omili nolli qiymatni olsa shunchaki tasodif bo'ladi. Biz tadqiqotchi aslida 1985 ga teng nisbatan ancha yuqori baho olganini ko'ramiz. Ushbu farq berilgan tanlamadagi qoldiq had ta'siri bilan izohlanadi.

Agar tadqiqotchi regressiya tenglamasiga IQ o'zgaruvchisini kiritgan bo'lsa, u holda xuddi shu tanlamadagi baholash natijasi quyidagicha bo'ladi.

$$\hat{y} = -29586 + 1640 S + 268 IQ; \quad R^2 = 0.93 \quad (5.10.5)$$

(c.o) (4155) (151) (43)

Tadqiqotchi tomonidan olingan koeffitsiyentlarning bahosi o'zgarmas va hech bo'lmaganda mazkur holat uchun ularning haqiqiy qiymatlariga sezilarli darajada yaqin bo'lardi.

Ayonki, tadqiqotchi tomonidan olingan regressiya tenglamasi kabi to'g'ri tasniflashdan foydalangan holda tuzilgan tenglama ham tanlamadagi tasodifiy hadning haqiqatdagi qiymatlariga bog'liq va hatto bashorat qilingan natijalarga erishilgan bo'lsa-da, bitta tajribaga katta ahamiyat berish o'rinli bo'lmaydi. Shunga ko'ra, ushbu tajriba har bir kuzatishda S va IQ ning bir xil qiymatlaridan hamda α , β_1 , β_2 kattaliklarining bir xil qiymatlaridan foydalangan holda, ammo qoldiq hadning tasodifiy amallarining turli to'plamlari bilan yana 9 marta o'tkazildi.

Tegishli regressiyalarni baholash natijalari 5.10.2-jadvalda umumlashtirilgan holda keltirilgan. Ushbu jadvaldan ko'rish mumkinki, olingan natijalar avvalgi xulosalarimizni tasdiqlaydi. Tadqiqotchi S da koeffitsiyentlar bahosini oladi, ular 1823 aralash son atrofida erkin sochilib ketgan (ularning o'rtacha qiymati 1854 ga teng). To'g'ri tasnifda baholar 1500 ga teng bo'lgan haqiqiy qiymat atrofida joylashgan bo'ladi. Xuddi shu fikrlarni tenglamaning doimiy hadiga nisbatan ham aytish mumkin.

Agar tadqiqotchi IQ qiymati o'rniga S o'zgaruvchisini regressiya tenglamasiga kiritmasa nima bo'lardi? Mazkur holatda, IQ qiymati o'z-o'zidan qisman o'zgaruvchi sifatida va qisman yetishmayotgan S o'zgaruvchisining o'rnini bosuvchi sifatida harakat qilgan bo'lardi. Yuqorida o'tkazilgan tahlilni takrorlab, uning koeffitsiyenti

$\beta_1 \text{Cov}(S, IQ) / \text{Var}(IQ)$ qiymatiga siljiganini ko'rsatish mumkin. $\beta_1 = 1500$ va $\text{Cov}(S, IQ) / \text{Var}(IQ) = 0,104$ bo'lgani uchun, koeffitsiyent yuqori tomon 156 ga teng bo'lgan qiymatga siljigan bo'lardi va uning matematik kutishi 406 ni tashkil qilardi. Bundan xulosa 5.10.1-jadvalning birinchi qismidagi ma'lumotlardan foydalangan holda regressiyani baholash bilan mustahkamlanadi. Natijada quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$\hat{y} = -25488 + 438IQ; \quad R^2 = 0,47. \quad (5.10.6)$$

(c.o) (11362) (109)

5.10.2-jadval

Taj Riba	Tadqiqotchi tasnifi				Tog'ri tasnif					
	O'zgarimas	s. o.	S	s. o.	O'zgarimas	s. o.	S	s. o.	IQ	s. o.
1	-6418	3349	1985	248	-29586	4155	1640	151	147	43
2	-6576	2718	1979	201	-19269	5067	1790	184	301	52
3	-1729	3880	1642	287	-27713	5150	1255	187	301	53
4	-1788	4070	1541	301	-31621	1097	1097	155	345	44
5	-3752	3796	1774	281	-30785	4371	1372	158	313	45
6	-7083	3463	2052	256	-32992	3352	1667	121	300	35
7	-7147	3038	1999	225	-22978	5330	1763	193	183	55
8	-6124	4075	1986	301	-34437	5005	1565	181	327	51
9	631	3556	1465	263	-21634	5254	1134	190	258	54
10	-8379	3263	2112	241	-30089	4386	1789	159	251	45

Siljish yo'nalishi

Umumiy holga qaytadigan bo'lsak, agar haqiqiy model (6.1) formula bilan ifodalangan bo'lsa, bu yerda $Y - x_1$ va x_2 o'zgaruvchilarining funksiyasi va agar x_2 regressiya tenglamasida tushirib qoldirilsa, u holda x_1 da koeffitsiyent $\beta_2 \text{Cov}(x_1, x_2) / \text{Var}(x_1)$ ga teng kattalikka siljiydi. $\text{Var}(x_1)$ qiymati manfiy bo'lishi mumkin emasligi uchun, siljish yo'nalishi β_2 va $\text{Cov}(x_1, x_2)$ qiymatlarining belgisi bilan aniqlanadi. Monte-Karlo usuli bo'yicha tajriba misolida β_2 qiymati musbat, S va IQ musbat korrelyatsiyaga ega bo'lgan, shuning uchun siljish musbat bo'lgan, o'zgaruvchi IQning kiritilmasligi esa Sda koeffitsiyent tizimli ortib borishiga olib

kelgan. Biroq bu siljish muqarrar ravishda musbat bo'ladi deganini anglatmasligi lozim. Agar β_2 manfiy bo'lsa yoki x_1 va x_2 o'rtasidagi kovariatsiya manfiy bo'lsa, u holda siljish manfiy bo'ladi. Tabiiyki, agar ushbu qiymatlarning ikkalasi ham manfiy bo'lsa, u holda natijadagi siljish musbat bo'ladi.

V bobga doir topshiriqlar

1-topshiriq.

Quyida keltirilgan regressiya tahlili (x) erkli va (y) erksiz o'zgaruvchilarga nisbatan berilgan ma'lumotlar asosida keltirilgan.

$$n = 10, \sum x = 0, \sum x = 55, \sum y = 55, \sum x^2 = 385, \sum x \cdot y = 220$$

a) Regressiya tenglamasi parametrlari a va b larni aniqlang.

b) y ni $x = 20$ bo'lgandagi bahosini toping.

d) Korrelyatsiya koeffitsiyentini aniqlang.

e) Determinatsiya koeffitsiyentini aniqlang.

2-topshiriq.

O'zbekistonning har bir aholisi oliy ma'lumotga ega bo'lsin, deylik. Aholining yillik ish haqi (Y ming.so'mda) va bilim olish muddati (X yil) orasidagi bog'lanish quyidagicha:

$$\hat{y} = 360,6 + 8x_i$$

a) Bilim olish muddatining ish haqiga ta'siri qanday?

b) Doimiy koeffitsiyentni qanday interpretatsiya qilish mumkin?

v) 10-yil bilim olgan kishining ish haqi darajasini oldindan aytib bering.

3-topshiriq.

9.10-jadvalda 16 ta fermer xo'jaligi bo'yicha lha yerga solinadigan organik o'g'itlar va kartoshkaning hosildorligi to'g'risidagi ma'lumotlar keltirilgan. Bu ma'lumotlardan foydalanib kartoshka hosildorligining solinadigan o'g'itdan bog'likligining korrelyatsiya va regressiya modellarini tuzing.

Fermer xo'jalik	1	2	3	4	5	6	7	8
Ko'rsatkich.								
Kartoshka hosildorligi 1ga, s	179	129	187	143	246	129	207	156
Solingan o'g'it 1ga, kg	5.9	4.1	9.4	6.6	12.6	3.4	9.9	7.1

Davomi

Fermer xo'jal. soni	9	10	11	12	13	14	15	16
Ko'rsatkichlar								
Kartoshka hosildorligi 1ga, s	253	131	262	167	203	135	218	156
Solingano'g'it 1ga kg	12.1	4.6	13.2	7.6	10.6	5.3	11.2	7.1

4-topshiriq.

Jadvalda don ekinlari yetishtirishga ixtisoslashtirilgan 20 ta fermer xo'jaligi bo'yicha bug'doy hosildorligi va unga sarf qilinadigan mehnat xarajatlari haqidagi ma'lumotlar keltirilgan. Bu ma'lumotlardan foydalanib bug'doy hosildorligining unga sarf qilinadigan mehnat xarajatlaridan bog'liqligining korrelyatsiya-regressiya modellarini tuzing.

5.11-jadval

Fermer xo'j. soni	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ko'rsatkichlar										
Hosildorlik, 1ga, s	24.1	24.8	23.8	28.1	26.2	26.8	27.2	41.4	24.1	31.8
Mehnat xar., 1ga, o.s.	21.5	26.3	36.2	32.3	18.8	23.5	30.1	29.5	20.6	25.3

Davomi

Fermer xo'j. soni	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Ko'rsatkichlar										
Hosildorlik, 1ga, s	24.1	36.8	38.1	23.4	36.3	26.2	28.5	24.2	23.7	43.5
Mehnat xarajat., 1ga, o.s.	20.5	26.7	27.2	21.5	26.8	24.6	21.9	23.1	22.4	26.4

5-topshiriq.

Paxta yetishtirishga ixtisoslashtirilgan tuman fermer xo'jaliklari uchun paxta hosildorligi, yerning ball boniteti(X_2) va solinadigan mineral o'g'itlar (X_3) tuzing.

5.12-jadval

Xo'jaliklar №	Y hosildorlik s/ga	X_1 Yerning ball boniteti	X_2 Solinadigan mineral o'g'it s.	X_3 Beriladigan suv m kub.
1	35,5	60	3.5	7,0
2	25.5	63	3.2	7,0
3	27	54	3.4	6,4
4	35	61	3.6	7,8
5	32,5	65	3.5	7,0
6	30	56	3.8	7,5
7	37	68	3.7	4,8
8	33	62	3.9	2,6
9	38.5	67	3.1	4,9

6-topshiriq:

6.1. ($COV(\hat{y}, \varepsilon)$) nolga tengligini $\hat{y} = a + bx$ tenglikdan va $\varepsilon = y - a - bx$ kovariatsiya qoidasidan foydalanib isbotlang.

6.2. 5.3- jadvaldagi ma'lumotlardan foydalanib y va x orasidagi korrelyatsiya koeffitsiyentini hisoblang, shunda R^2 koeffitsiyentning qiymati korrelyatsiya koeffitsiyentining qiymatini kvadratga ko'targaniga tengligini ko'rish mumkin.

6.3. R^2 koeffitsiyentning qiymati oziq-ovqatga va uy joyga xarajatlarning shaxsiy daromaddan bog'liqligining regressiya bog'lanishi uchun mos ravishda 0,98 va 0,99 ga teng. Bu qiymatlar orqali qanday xulosalar qilish mumkin?

6.4. Ikkita x va y o'zgaruvchi orasidagi bog'lanish tenglama ko'rinishida berilgan. p ta kuzatishdan iborat tanlamadan foydalanib, y ning o'rtacha qiymatini hisoblab, uni x ning o'rtacha qiymatiga bo'lish orqali β baholangan. Bu bahoning xususiyatlarini tahlil qiling. Agar $\alpha = 0$ deb faraz qilinsa, nima o'zgaradi?

6.5. Ikkita x va y o'zgaruvchi orasidagi bog'lanish tenglama ko'rinishida berilgan. p ta kuzatishdan iborat vaqtinchalik qatordan foydalanib β ni $COV(y, t) / COV(x, t)$ sifatida baholangan, bu yerda t –vaqt o'zgaruvchisi bo'lib, birinchi kuzatishda birga teng, ikkinchi kuzatishda ikkiga va h.k. Bu bahoning xususiyatlarini tahlil qiling.

6.6. Oziq-ovqatga xarajatlar bilan shaxsiy daromad va oziq-ovqatlar nisbiy narxi orasidagi logarifmik regressiyada R^2 koeffitsiyentning miqdori 0,9867 ga teng. F kriteriyaning taqriban 820,1 ga tengligini tekshiring va uning haqqoniyligini tekshiring.

6.7. Tanlangan tovar uchun mos regressiyada R^2 asosida F kriteriyaning to'g'ri hisoblanganligini tekshiring va uning haqqoniyligini ko'rsating.

7-topshiriq.

7.1-topshiriq. Tadqiqotchi, mamlakat uchun n yil davomida har bir yil uchun olingan ish haqi yig'indisi (W), foydalar yig'indisi (P) va daromadlar yig'indisi (Y) to'g'risidagi, ma'lumotlarga ega. Ta'rif bo'yicha

$$Y = W + P.$$

Odatdagi eng kichik kvadratlar usulidan foydalanib, regressiya tenglamasi hosil qilinadi:

$$\hat{W} = a_0 + a_1 Y;$$

$$\hat{P} = b_0 + b_1 Y.$$

Regressiya koeffitsiyenti quyidagi munosabatlarni avtomatik ravishda qanoatlantirishini ko'rsating:

$$a_1 + b_1 = 1;$$

$$a_0 + b_0 = 0.$$

Nima uchun shunday bo'lishini tushuntiring.

7.2-topshiriq. Quyidagi misol asosida regressiya tenglamasini izohlang. Regressiya modelining ko'rinishi $y = \alpha + \beta x + \varepsilon$ ko'rinishda berilgan bo'lib, bu model bo'yicha quyidagi $\hat{y} = 43,2 + 0,037x$ regressiya bahosi olingan bo'lsin. Bu regressiya bahosi paxta hosildorligi (y) va unga solinadigan o'g'it orasidagi bog'lanishni aniqlash orqali olingan natijadan iborat.

7.3-topshiriq. (5.2.14) formuladan foydalanib, (5.2.15) formulada d ni almashtiring va b_1 uchun (5.2.5) ga o'xshash ifodani hosil qilish mumkinligini ko'rsating.

Dispersiya, chiziqli bog'lanish, erkli, erksiz, standart xatolari, t-statistika, regressiya koeffitsiyentlari, erkinlik daraja, Styudent taqsimoti, muhimlik darajasi, nolinci gipoteza, tushuntiradigan o'zgaruvchi, tushuntiriladigan o'zgaruvchi, noma'lum parametrlar, parametrlarni baholash, adekvatlik, differentsial hisob, dispersiya, determinatsiya koeffitsiyenti, taqsimot, siljimagan baho, tanlama dispersiyasi, multikollinearlik, vaqtinchalik qatorlar, avtokorrelyatsiya.

V bobga doir savollar

1. Ekonometrik modellarning boshqa modellardan farqi.
2. Ko'p o'zgaruvchili regressiya tahlili.
3. Eng kichik kvadratlar usuli va uning iqtisodiy ma'nosi.
4. Eng kichik kvadratlar usulidagi standart kvadratlar tenglamasi ko'rinishi.
5. Ko'p o'zgaruvchili regressiya modeli qaysi iqtisodiy jarayonlarni ifodalashda qo'llaniladi?
6. Ko'p o'zgaruvchili regressiya tahlilida o'zgaruvchilarni tanlash.
7. Ko'p o'zgaruvchili regressiya tenglamasi koeffitsiyentlari qanday izohlanadi?
8. Bir o'zgaruvchili va ko'p o'zgaruvchili regressiya tahlillarini farqini va ma'nosini tushuntiring.
9. Ko'p o'zgaruvchili regressiya tenglamasi koeffitsiyentlari xossalari.
10. Ko'p o'zgaruvchili regressiya tenglamasi koeffitsiyentlarining siljimasligi.
11. Ko'p o'zgaruvchili regressiya tenglamasi koeffitsiyentlarining aniqligi.
12. Ko'p o'zgaruvchili regressiya tenglamasi koeffitsiyentlari
13. Multikolleniarlik tushunchasi ma'nosi nima u qachon mavjud bo'ladi?
14. Multikolleniarlikni yumshatadigan qanday usullar mavjud?
15. Avtokorrelyatsiya mavjud bo'lmisligi uchun nima qilish kerak?

Testlar

1. Ko'p o'zgaruvchili korrelyatsiya koeffitsiyenti qanday chegaralarda o'zgaradi?

- a) $0 \leq R_{ux1x2} \leq \infty$;
- b) $0 \leq R_{ux1x2} \leq 1$;
- v) $-1 \leq R_{ux1x2} \leq 1$.
- g) $-1 < 0$

2. Ko'p o'zgaruvchili determinatsiya koeffitsiyenti qanday chegaralarda o'zgaradi?

- a) $0 \leq R^2_{ux1x2} \leq 1$;
- b) $1 \leq R^2_{ux1x2} \leq \infty$;
- v) $-1 \leq R^2_{ux1x2} \leq 1$.
- g) $1 < 0$

3. Xususiy korrelyatsiya koeffitsiyenti nimani baholaydi?

- a) ikkita o'zgaruvchi o'rtasidagi bog'liqlikning jipsligini baholaydi;
- b) uchta o'zgaruvchi o'rtasidagi bog'liqlikning jipsligini baholaydi;
- v) qolgan omillarning qat'iy belgilangan qiymatida ikkita o'zgaruvchi

o'rtasidagi bog'liqlikning jipsligini baholaydi.

g) to'g'ri javob yo'q.

4. x argument (erkin o'zgaruvchi) 1 foizga oshirilganda u natijaviy omil o'zgarishining foizini o'rtacha darajada qaysi koeffitsiyent ko'rsatadi?

- a) determinatsiya koeffitsiyenti;
- b) regressiya koeffitsiyenti;
- v) elastiklik koeffitsiyenti;
- g) beta-koeffitsiyent.

5. R_{yx1x2} ko'p o'zgaruvchilichiziqli korrelyatsiya koeffitsiyenti 0,75 ga teng, yerksiz o'zgaruvchi variatsiyasining qancha foizi modelda hisobga olingan va x_1 va x_2 omillarning o'zgarishi bilan shartlangan?

- a) 56,2;
- b) 75,0;
- v) 37,5.
- g) 2

6. Quyidagi ma'lumotlar mavjud:

regressiya koeffitsiyenti $a_1=1,341$:

regressiya koeffitsiyentining o'rtacha kvadratik og'ishmasi $S_{a1}=0,277$.

Styudent mezonini aniqlang va agar ahamiyatlilik darajasi $\alpha = 0,05$ bo'lganda

$t_{\text{adv}}=2,11$ bo'lsa, a_1 regressiya koeffitsiyentining ahamiyatini baholang?

- a) 0,207, koeffitsiyent ahamiyatsiz;
- b) 4,841, koeffitsiyent ahamiyatli;
- v) 4,841, koeffitsiyent ahamiyatsiz.
- g) o'ta kuchli.

7. Bir o'zgaruvchilik korrelyatsiya koeffitsiyentlari matritsasi mavjud:

	Y	x_1	x_2	x_3
Y	1			
x_1	-0,782			
x_2	0,451	0,564	1	
x_3	0,842	-0,873	0,303	1

8. Qaysi o'zgaruvchilar o'rtasida multikollinearlik mavjud?

- a) y va x_3 ;
- b) x_2 va x_3 ;
- v) x_1 va x_3 .

9. Ko'p o'zgaruvchilik korrelyatsiya koeffitsiyenti qanaqa qiymatni qabul qilishi mumkin?

- a) 1,501;
- b) -1,453;
- v) 0,861.

10. Ko'p o'zgaruvchilik regressiya tenglamasi quyidagi qaysi ko'rinishga ega?

$\hat{y} = -27,16 + 1,37x_1 - 0,29x_2$. Parametr $a_1 = 1,37$ quyidagilarni anglatadi:

a) x_1 o'zining bir o'lchov birligiga oshirilganda o'zgaruvchi o'z o'lchovining 1,37 birligiga oshadi;

b) x_2 omilning qat'iy belgilangan qiymatida x_1 o'zining bir o'lchov birligiga oshirilganda u o'zgaruvchi o'z o'lchovining 1,37 birligiga oshadi;

v) x_2 omilning qat'iy belgilangan qiymatida x_1 o'z o'lchovining 1,37 birligiga oshirilganda y o'zgaruvchi o'zining bir o'lchov birligiga oshadi.

11. Beta-koeffitsiyent qiymati nimaga teng?

a) $a_j \cdot \frac{S_{xj}}{S_y};$

b) $r_{jy} \cdot \frac{\beta_j}{R^2};$ v) $a_j \cdot \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}}.$ g) 0

VI BOB. CHIZIQLI BO'LMAGAN REGRESSIYA MODELLARI

6.1. Ishlab chiqarish funksiyalari orqali ekonometrik modellash

Iqtisodiy hodisalar va jarayonlar o'rtasidagi nisbatni hamma vaqt ham chiziqli funksiyalar bilan ifodalab bo'lmaydi. Masalan, *ishlab chiqarish funksiyalari* (ishlab chiqarilgan mahsulotning hajmi bilan asosiy ishlab chiqarish omillari – mehnat, kapital va h.k. o'rtasidagi bog'lanishlar) chiziqsiz bo'lib chiqadi.

Ishlab chiqarish jarayoni kuzatilayotganda ko'rish mumkinki mahsulot ishlab chiqarishda xomashyo, ish kuchi, texnika vositalari, elektr energiyasi, asosiy fondlar va boshqa resurslar bevosita qatnashadi va mahsulot hajmiga ta'sir etadi. Ishlab chiqarilgan mahsulot bilan unga sarflangan resurslar orasidagi bog'lanishni ishlab chiqarish funksiyasi orqali ko'rsatish mumkin.

Ishlab chiqarish funksiyalari qarayotgan obyekt yoki jarayonning iqtisodiy va texnologik bog'lanishlarining matematik ifodasidan iboratdir. Bunda ishlab chiqarishning natijaviy ko'rsatkichi o'zida ma'lum ishlab chiqarish resurslari xarajatlari funksiyasini aks ettiradi. Qishloq xo'jalik ishlab chiqarishda bunday ko'rsatkichlarga: hosildorlik, mahsuldorlik, tannarx, rentabellik, foyda va x.k.lar kiradi. Ma'lumki hosildorlik qishloq xo'jaligini rivojlantirishning asosiy ko'rsatkichlaridan biridir. Shuning uchun ham qishloq xo'jalik ishlab chiqarishini rejalashtirish uchun avvalambor hosildorlikni rejalashtirish kerak.

Iqtisodiyotda ekonometrik modellashning rivojlanishi bilan miqdoriy tahlil qilish usullari keng qo'llanila boshlandi. Qishloq xo'jaligida ham ishlab chiqarish funksiyalari sifatida, ishlab chiqarish, qishloq xo'jalik ekinlari hosildorligi kabi ko'rsatkichlarni aniqlaydigan omillari orqali ifodalash mumkin bo'ladi.

Ma'lumki, hosildorlik, yerning unumdorligi, iqlim, urug' sifati, agrotexnika kabi bir necha omillardan bog'liqdir. Agar bu omillarni mos ravishda $x_1, x_2, \dots, x_n$ orqali belgilasak, u holda hosildorlikni funksiya sifatida undan bog'liq bo'lgan argumentlar ko'rinishida umumiy holda quydagicha $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ifodalash mumkin. Lekin bunday yozuv bog'lanishning umumiy tasnifini beradi xolos. Rejalashtirish va tahlil uchun eng birinchi navbatda miqdoriy bog'lanish kerak. Miqdoriy munosabatlarda ifodalangan bog'lanishning esa shaklini bilish zarur.

Shunga o'xshash bog'lanishlarni chorvachilik uchun ham yozish mumkin. Mollarning mahsuldorligi, oziqlanish, mollarning nasli, ularni saqlash usuli va boshqalar xuddi shuningdek funksiyaning o'zgaruvchilaridan iborat bo'lishi mumkin.

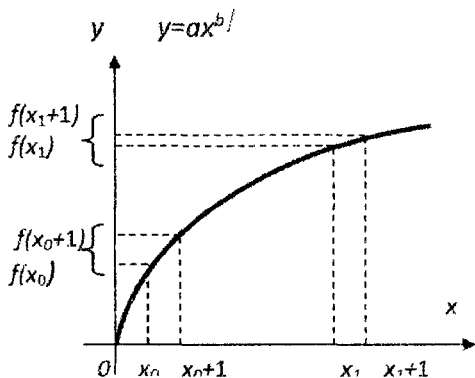
Nihoyat alohida olingan xo'jalik rivoji ham bog'liq bo'lmagan va o'zaro bog'liq o'zgaruvchi(argumentlar) orqali aniqlanadi. Shunday qilib ishlab chiqarish funksiyalariga quyidagicha tarif berish mumkin.

Ishlab chiqarish funksiyalari bu shunday funksiyaki, unda erkli o'zgaruvchilar sarf qilinadigan yoki ishlatiladigan resurslar qiymatlari hajmini qabul qiladi, erksiz o'zgaruvchi esa, ishlab chiqariladigan mahsulot qiymati hajmini qabul qiladi.

$$y = f(x) \quad (6.1.1)$$

(6.1) formulada $x (x \geq 0)$ va $y (y \geq 0)$ lar sonli miqdordardir, ya'ni $f(x)$ funksiya bitta x o'zgaruvchidan iborat bo'lgan funksiyadir. Shuning uchun ishlab chiqarish funksiyasi bir resursli yoki o'zgaruvchili deyiladi, uning aniqlanish sohasi manfiy bo'lmagan haqiqiy sonlar to'plamidan iboratdir. $y = f(x)$ ifoda agar resurs x birlikda sarf qilinsa yoki ishlatilsa, mahsulot $y = f(x)$ birlikda ishlab chiqariladi, degan so'z. f belgi erkli o'zgaruvchi x va erksiz o'zgaruvchi y larni bir biriga bog'laydi. Mikroiqtsodiy nazariyada agar resurs x miqdorda sarf qilinsa yoki ishlatilsa, u holda y mahsulot ishlab chiqarishning mumkin bo'lgan maksimal hajmidan iborat bo'ladi.

Misol. Ishlab chiqarish funksiyasi $f(x) = a \cdot x^b$ chiziqli bo'lmagan ko'rinishida bo'lsin, bu yerda x sarf qilinayotgan resurs miqdori (o'g'it miqdori bo'lsin), $f(x)$ esa yetishtiriladigan mahsulot hajmi (sotishga tayyorlangan paxta miqdori). a va b lar ishlab chiqarish funksiyalarining parametrlari. Bu yerda a va b lar musbat bo'lib, $b \leq 1$. $f(x) = a \cdot x^b$ ishlab chiqarish funksiyasining grafiqi 6.1-rasmda berilgan.



6.1-rasm

$f(x)$ grafikdan ko'rinib turibdiki, x resursning miqdorini oshirish bilan y ishlabchiqarish hajmi ortadi, lekin qo'shimcha har bir birlik resurs y ishlab chiqariladigan mahsulot hajmining o'sishiga kam miqdorda ta'sir qiladi.

Ishlab chiqarish funksiyalari ko'p sohalarida ishlatilishi mumkin. «Xarajat-ishlab chiqarish» tamoyilini mikro va makroiqtisodiy darajada ham amalga oshirish mumkin. Avvalo mikroiqtisodiy darajada qaraymiz. Yuqorida qaralgan $f(x) = a \cdot x^b$ ishlab chiqarish funksiyasi alohida olingan korxona (firma)ning yil davomida sarflanadigan yoki ishlatiladigan x resursi bilan shu korxona (firma)ning yillik mahsulot ishlab chiqarishi Y orasidagi bog'lanishini ifodalashda ishlatilishi mumkin. Bu yerda ishlab chiqarish tizimi sifatida alohida olingan korxona (firma) ishtirok etganligi uchun biz mikroiqtisodiy ishlab chiqarish funksiyasini hosil qildik. Mikroiqtisodiy ishlab chiqarish tizimi sifatida tarmoqlar, tarmoqlararo ishlab chiqarish majmualari qatnashishi mumkin. Mikroiqtisodiy ishlab chiqarish funksiyasi asosan tahlil, rejalashtirish va shuningdek, prognoz masalalarini yechishda qo'llaniladi.

Ishlab chiqarish funksiyasi mamlakat miqyosida yillik mehnatning sarfi va shu mamlakatda yillik mahsulotni ishlab chiqarish orasidagi bog'lanishni ifodalashi mumkin. Bu yerda ishlab chiqarish tizimi sifatida butun bir mamlakat qatnashayotganligi uchun makroiqtisodiy daraja va makroiqtisodiy ishlab chiqarish funksiyasiga ega bo'lamiz. Bu yerda ham ishlab chiqarish funksiyasi tahlil, rejalashtirish va bashorat masalalarini echishda qo'llaniladi.

Sarf qilinadigan yoki ishlatiladigan resurs tushunchasining to'g'ri talqini, shuningdek, ularning o'lchamini tanlash ishlab chiqarish tizimlarining xarakteri va ko'lamiga, ishlab chiqarish funksiyalari orqali yechiladigan masalalarining xususiyatiga (analitik, rejaga asoslangan, prognozli) shuningdek, mavjud bo'lgan daslabki ma'lumotlarga bog'liqdir. Mikroiqtisodiy darajada xarajat va ishlab chiqarish natural va qiymat birliklarida o'lchanishi mumkin. Yillik mehnat sarflari odam-soatlarda yoki ish haqiga to'lanadigan so'mda o'lchanishi mumkin; mahsulot ishlab chiqarish esa donalab yoki boshqa natural o'lchamda (tonna, metr va hokazo) o'lchanishi mumkin. Ma'lumki makroiqtisodiy darajada sarflash va ishlab chiqarish qiymat ko'rsatgichlarida o'lchanadi va sarflanadigan yoki ishlatiladigan resurslar hajmi va ishlab chiqariladigan mahsulotlarni ularning narxiga ko'paytmasining yig'ilgan miqdorini o'zida ifoda etadi.

Bir necha o'zgaruvchilarning ishlab chiqarish funksiyasi deganda — $x_1, x_2, \dots, x_n$ erkli o'zgaruvchilar sarf qilinadigan yoki ishlatiladigan resurslar hajmi qiymatlarini qabul qilib, funksiyaning qiymatlari esa ishlab chiqarish hajmi miqdori ma'nosini anglatadi:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (6.1.2)$$

(6.1.2) formulada $y(y \geq 0)$ — skalyar, x -esa vektor miqdor, $x_1, x_2, \dots, x_n$ -vektorning koordinatlari, ya'ni $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiyasi ko'p resursli yoki ko'p o'zgaruvchili ishlab chiqarish funksiyasi deb aytiladi. (6.1.2) ni $f(x_1, x_2, \dots, x_n, a)$ deb yozilsa to'g'riroq bo'ladi, bu yerda a -ishlab chiqarish funksiyasining vektor parametrlari.

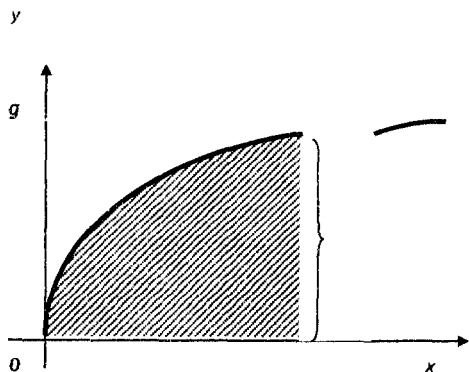
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$ ning ma'nosi, ko'p faktorli ishlab chiqarish funksiyasi $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ning aniqlanish sohasi n -o'lchovli x vektorlar to'plamidan iborat bo'lib, barcha $x_1, x_2, \dots, x_n$ koordinatlar manfiy bo'lmagan sonlardan iborat, degani.

Bir turdagi mahsulot ishlab chiqaruvchi alohida olingan korxona uchun $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ishlab chiqarish funksiyasi ishlab chiqarish hajmini turli mehnat faoliyatlari bo'yicha mehnat, turli xil xom ashyolar, energiya, asosiy kapital sarflari bilan bog'laydi. Bunday turdagi ishlab chiqarish funksiyasi korxona (firma) ning ishlab turgan texnologiyasini xarakterlaydi. Butun bir mamlakat uchun ishlab chiqarish funksiyalarini tuzish paytida Y yillik ishlab chiqarish miqdori sifatida odatda o'zgarmas, joriy bo'lmagan baholarda hisoblanadigan mamlakatning mahsulotlari majmui olinadi, resurs sifatida, odatda, bahoda ifodalangan asosiy kapital ($x_1 = K$ -yil davomida *ishlatiladigan asosiy kapital*), mehnat ($x_2 = L$ -yil davomida *sarflanadigan mehnatning* birlik miqdori) olinadi. Shunday qilib ikki faktorli $f(x_1, x_2)$ yoki $Y = f(K, L)$ ishlab chiqarish funksiyasi tuziladi. Ikki faktorli ishlab chiqarish funksiyasidan uchta faktorliga o'tiladi. Uchinchi faktor sifatida, ayrim hollarda, ishlatiladigan tabiiy resurslar kiritiladi.

$Y = f(x_1, x_2)$ ishlab chiqarish funksiyasining parametrlari va uning xarakteristikasi f t vaqtga bog'liq bo'lmasa (lekin resurs hajmi va ishlab chiqarish hajmi t vaqtga bog'liq bo'lishi, ya'ni davriy qatorlar ko'rinishida berilishi mumkin) bunday ishlab chiqarish funksiyasiga statik deb aytiladi. Misol uchun $x_1(0), x_1(1), \dots, x_1(T); \quad x_2(0), x_2(1), \dots, x_2(T); \quad y(0), y(1), \dots, y(T)$ $y(t) = f(x_1(t), x_2(t))$. Bu yerda t yil tartibi, $t = 0, 1, \dots, T; \quad 1, 2, \dots, T$ yillarni o'z ichiga olgan $t = 0$ vaqt oralig'idagi boshlang'ich yil.

1-misol Alohida olingan hudud yoki butun mamlakat miqyosida masalalarni modelashtirish uchun (ya'ni makroiqtisodiy shuningdek, mikroiqtisodiy darajadagi masalani yechish uchun) ko'pincha $y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2}$ ko'rinishdagi ishlab chiqarish funksiyasidan foydalaniladi. Bu yerda a_0, a_1, a_2 lar ishlab chiqarish funksiyasining parametrlari. a_0, a_1, a_2 lar musbat o'zgarmaslar bo'lib, $a_1 + a_2 = 1$ bo'ladi. Bu keltirilgan funksiya Kobb-Duglasning ishlab chiqarish funksiyasi deb aytiladi. Bu funksiyani 1929-yilda amerikalik ikki iqtisodchi qo'llash uchun taqdim qilgan. Kobb-Duglas funksiyasi o'zining tuzilishi oddiyligi bilan turli nazariy va amaliy masalalarni yechishda qo'llanilib kelmoqda. Bu funksiya *multiplikativ* ishlab

chiqarish funksiyalari sinfiga kiradi. 6.2-rasmda Kobb-Duglas funksiyasi grafigi keltirilgan: G chizig'idan ko'rinib turibdiki, birinchi turdagi resurs sarf-xarajatlarini oshirish bilan y ishlab chiqarish ham o'sadi, lekin birinchi resursning har bir qo'shimcha birligi Y ishlab chiqarishning kam miqdorda o'sishini ta'minlaydi. Bu holatni quyidagicha izohlash mumkin. Agar ishchi xodimlarning soni va malakasi o'zgarmasdan, ularga xizmat qiladigan dastgohlar soni ikki marotiba oshirilsa, albatta y ishlab chiqarishni ikki marotabaga oshirmaydi.



6.2- rasm.

2-misol. Chiziqli ishlab chiqarish funksiyasi ko'rinishi: $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$ (ikki o'zgaruvchi) va $y = a_0 + a_1x_1 + \dots + a_nx_n$ (ko'p o'zgaruvchi) dan iborat. Bu funksiya esa *additiv* ishlab chiqarish funksiyalari sinfiga kiradi. Multiplikativ ishlab chiqarish funksiyalaridan additivga o'tish logarifmlash operatsiyasi orqali amalga oshiriladi. Ikki o'zgaruvchili multiplikativ ishlab chiqarish funksiyasi $y = a_0x_1^{a_1}x_2^{a_2}$ uchun additivga o'tish: $\ln y = \ln a_0 + a_1 \ln x_1 + a_2 \ln x_2$ ko'rinishda bo'ladi. $\ln y = w$, $\ln x_1 = v_1$, $\ln x_2 = v_2$ belgilashlarni kiritsak, quyidagi additiv ishlab chiqarish funksiyasi hosil bo'lasi: $w = \ln a_0 + a_1v_1 + a_2v_2$.

Agar $y = a_0K^{a_1}L^{a_2}$ Kobb-Duglassning ishlab chiqarish funksiyasida ko'rsatkichlar darajasi $a_1 + a_2 = 1$ bo'lsa, u holda uni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin.

$$\frac{Y}{L} = \frac{a_0 K^{a_1} L^{a_2}}{L} = \frac{a_0 K^{a_1}}{L^{1-a_2}} = \frac{a_0 K^{a_1}}{L^{a_1}} = a_0 \left(\frac{K}{L}\right)^{a_1}$$

ya'ni

$$\frac{Y}{L} \approx a_0 \left(\frac{K}{L}\right)^{a_1}; \quad \frac{Y}{L} = Z \text{ va } \frac{K}{L} = K$$

kasrlar mos ravishda mehnat unumdorligi va mehnatning kapital bilan ta'minlanganligi deb aytiladi.

Yangi belgilardan foydalanib, $Z = a_0 K^{a_1}$ ni hosil qilamiz, ya'ni ikki o'zgaruvchi Kobb-Duglassning ishlab chiqarish funksiyasidan bir o'zgaruvchili ishlab chiqarish funksiyasini hosil qildik. $0 < a_1 < 1$ bo'lganligi uchun, oxirgi formuladan mehnat unumdorligi Z uning kapital bilan qurollanganligiga nisbatan sekin o'sar ekan. Lekin bu xulosa Kobb-Duglasning statik ishlab chiqarish funksiyalari uchun mavjud texnologiya va resurslar ramkasida to'g'ri.

Agar 1) t vaqt ishlab chiqariladigan mahsulot hajmiga ta'sir qiluvchi mustaqil o'zgaruvchi miqdor sifatida shakllansa; 2) ishlab chiqarish funksiyasi parametrlari va uning f xarakteristikasi t vaqtdan bog'liq bo'lsa, u holda ishlab chiqarish funksiyasi *dinamik* deb aytiladi.

6.2. Ishlab chiqarish funksiyalarining xossalari

Ishlab chiqarish funksiyalariga nisbatan iqtisodiy asoslarga ega bo'lgan quyidagi taxminlar qilinadi:

1. Biron-bir resurs ishlatilmasdan qolsa ishlab chiqarish mavjud bo'lmaydi, yani

$$\begin{cases} f(0, x_2) = 0, \\ f(x_1, 0) = 0. \end{cases}$$

2. Resurslar xarajatini oshirish bilan mahsulot ishlab chiqarish kamaymaydi, yani

$Y = f(x_1, x_2)$ kamaymaydigan funksiya. Buni matematik ifodsi quyidagicha:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \geq 0 \quad (i=1, 2).$$

3. Boshqa turdagi resurslar miqdorini oshirmasdan bitta resurs sarf-xarajatini oshirishdan har bir qo'shimcha i – turdagi birlik resurs hisobiga ishlab chiqarish miqdori oshmaydi, ya'ni

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \leq 0 \quad (i=1, 2).$$

4. Ishlab chiqarish funksiyasi bir jinslidir, ya'ni

$$f(tx_1, tx_2) = t^p f(x_1, x_2) \quad (6.2.1)$$

bu yerda $t \geq 1$ bo'lib, kengaytirish masshtabi deb aytiladi.

(6.2.1) formulaning ma'nosi resurslar xarajatini t marotibaga oshirilsa, mahsulot ishlab chiqarish hajmi ham $t^p > t$ marotiba oshishi mumkin demakdir. $p < 1$ bo'lsa, ishlab chiqarish masshtabini oshirishdan ishlab chiqarish samaradorligi pasayadi. $p = 1$ bo'lsa, ishlab chiqarish masshtabini oshirishdan o'zgarmas samaradorlikka ega bo'linadi.

$y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2}$ $a_1 + a_2 = 1$ funksiya uchun 1-4 xossa bajariladi.

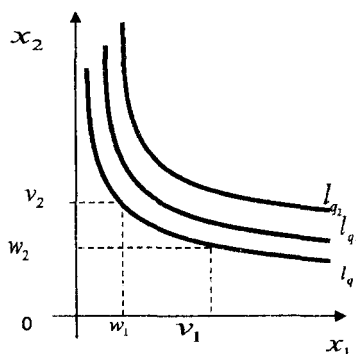
$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2$ ($a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0$) ishlab chiqarish funksiyasi uchun 1-xossa ($a_0 = 0$) bo'lganda bajariladi va 4-xossa bajarilmaydi.

$q = f(x_1, x_2)$ ($q > 0$ - haqiqiy son) darajadagi l_q chiziqlar to'plamiga mos keluvchi $y = f(x_1, x_2)$ ishlab chiqarish funksiyasi ishlab chiqarish funksiyasining *izokvantasi* deb aytiladi. Boshqacha aytganda p shunday darajadagi nuqtalar to'plamiki, unda ishlab chiqarish o'zgarmas bo'lib, u p ga teng.

Bitta l_q izokvantga qarashli bo'lgan turli (v_1, v_2) va (w_1, w_2) to'plam sarflanadigan (ishlatiladigan) resurslari (ya'ni $q = f(v_1, v_2) = f(w_1, w_2)$) bir turdagi p ishlab chiqarish hajmini beradi. Izokvant – bu Ox_1x_2 ikki o'lchovli tekislikning musbat qismida joylashgan chiziqdir.

6.3-rasmda lq_1 va lq_2 Kobba Duglas ishlab chiqarish funksiyalarining izokvantlari berilgan. Rasmdan ko'rinib turibdiki, lq_1 ga nisbatan «shimoli sharqroqda» joylashgan lq_2 ga katta ishlab chiqarish hajmi mos keladi (ya'ni $q_2 > q_1$). Agar ishlatiladigan asosiy kapital miqdori oshsa ya'ni ($x_1 = K \rightarrow \infty$), 6.3 – rasmdan ko'rinib turibdiki, mehnat xarajatlari cheksiz kamayadi (ya'ni $x_2 = L \rightarrow +0$).

Xuddi shunday ($x_2 = L \rightarrow +\infty$) bo'lsa, u holda ($x_1 = K \rightarrow +0$) bo'ladi.



6.3-rasm

Ishlab chiqarish funksiyalarining marginal va o'rtacha qiymatlari

$Y = f(x) = f(x_1, x_2)$ ishlab chiqarish funksiyasi berilgan bo'lsin.

$A_i = \frac{f}{x_i}$ – miqdor i – resursning o'rtacha samaradorligi yoki i -resurs bo'yicha

o'rtacha ishlab chiqarish deb aytiladi.

$M_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$ – miqdor i – resursning marginal (eng katta) samaradorligi yoki i -

resurs bo'yicha eng ko'p ishlab chiqarish deb aytiladi.

Eng kop ishlab chiqarish ko'rsatkichi sarf qilinadigan boshqa resurslar hajmini o'zgartirmasdan i -turdagi resurs hajmini bir birlikka oshirganda ishlab chiqarish hajmi qancha birlikka oshishini ko'rsatadi.

6.2.1-Misol. $y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2}$ ishlab chiqarish funksiyasi uchun A_1 , A_2 , M_1 va M_2 larni aniqlang.

$$A_1 = \frac{y}{x_1} = \frac{f(x)}{x_1} = a_0 x_1^{a_1-1} \cdot x_2^{a_2};$$

$$A_2 = \frac{y}{x_2} = \frac{f(x)}{x_2} = a_0 x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2-1};$$

$$M_1 = \frac{\partial f(x)}{\partial x_1} = a_1 \cdot A_1;$$

$$M_2 = \frac{\partial f(x)}{\partial x_2} = a_2 \cdot A_2$$

$$\frac{M_1}{A_1} = a_1 \leq 1 \Rightarrow M_1 \leq A_1; \quad \frac{M_2}{A_2} = a_2 \leq 1 \Rightarrow M_2 \leq A_2.$$

$y = f(x)$ ishlab chiqarish funksiyasi uchun $M_i \leq A_i$ ($i = 1, 2$) bajariladi, ya'ni i -turdagi resursning eng kop samaradorligi o'rtacha samaradorlikdan katta emas.

6.2.2-misol. $y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2$ ($a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0$) additiv ishlab chiqarish funksiyasi uchun A_1 , A_2 , M_1 va M_2 larni aniqlang.

Masalani yechish .

$$A_1 = \frac{y}{x_1} = \frac{f(x)}{x_1} = \frac{a_0}{x_1} + a_1 + a_2 \frac{x_2}{x_1}$$

$$A_2 = \frac{y}{x_2} = \frac{f(x)}{x_2} = \frac{a_0}{x_2} + a_1 \frac{x_1}{x_2} + a_2;$$

$$M_1 = \frac{\partial f(x)}{\partial x_1} = a_1, \quad M_2 = \frac{\partial f(x)}{\partial x_2} = a_2;$$

$$\frac{M_1}{A_1} \leq 1 \Rightarrow M_1 \leq A_1; \quad \frac{M_2}{A_2} \leq 1 \Rightarrow M_2 \leq A_2.$$

$Y = f(x)$ $x = (x_1, x_2)$ funksiya ishlab chiqarish funksiyasi bo'lsin.

Eng kop ishlab chiqarish M_i ning o'rtacha ishlab chiqarish miqdori

A_i ga nisbati i -resurs bo'yicha *ishlab chiqarishning elastikligi* deb aytiladi.

$$E_i = \frac{M_i}{A_i} = \frac{x_i}{f(x_1, x_2)} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_i}.$$

$E_1 + E_2 = E_x$ *ishlab chiqarishning elastikligi* deb aytiladi.

Δx_i ning kam miqdorda aylanishidan quyidagi taqribiy tenglamani hosil qilamiz:

$$E_i = \left(\frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \right) / \left(\frac{\partial f(x)}{x_i} \right) \approx \left(\frac{\Delta_i f(x)}{f(x)} \right) / \left(\frac{\Delta x_i}{x_i} \right)$$

E_i miqdor, agar boshqa turdagi resurslar hajmini o'zgartirmasdan i -turdagi resurs bir foizga oshirilsa, Y ishlab chiqarishning necha foizga, o'zgarishini ko'rsatadi.

5.2.3-misol. Kobba-Duglas funksiyasi uchun E_1, E_2, E_x larni hisoblang.

$$E_1 = a_1, E_2 = a_2;$$

$$E_x = E_1 + E_2 = a_1 + a_2;$$

5.2.4-misol.

$$E_1 = \frac{x_1}{f(x)} \frac{\partial f(x)}{\partial x_1} = \frac{a_1 x_1}{a_1 x_1 + a_2 x_2}; \quad E_2 = \frac{x_2}{f(x)} \frac{\partial f(x)}{\partial x_2} = \frac{a_2 x_2}{a_1 x_1 + a_2 x_2};$$

$$E_x = E_1 + E_2 = 1.$$

$Y = f(x)$, $x = (x_1, x_2)$ funksiya ishlab chiqarish funksiyasi bo'lsin. i -turdagi resursni j -turdagi resurs bilan almashtirishning eng katta normasi deb quyidagi ifodaga aytiladi:

$$R_{ij} = - \frac{dx_j}{dx_i} \quad (i, j = 1, 2) \quad (6.2.2)$$

bu yerda i – almashtiriladigan resurs, j – almashadigan.

Y ishlab chiqarish ozgarmas bo'lsin. U holda uning differensialni nolga teng bo'ladi:

$$0 = dy = \frac{\partial f(x)}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f(x)}{\partial x_2} dx_2.$$

Bundan birinchi differensial dx_j ni topsak,

$$dx_j = - \frac{\frac{\partial f(x)}{\partial x_i}}{\frac{\partial f(x)}{\partial x_j}} dx_i \quad (i, j = 1, 2) \quad (6.2.3)$$

hosil bo'ladi. Uni dx_i ga bolib quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{dx_j}{dx_i} = - \frac{\frac{\partial f(x)}{\partial x_i}}{\frac{\partial f(x)}{\partial x_j}} \quad (i, j = 1, 2) \quad (6.2.4)$$

(6.2.2), (6.2.3), (6.2.4) lar asosida quyidagi hosil bo'ladi:

$$R_{ij} = - \frac{dx_j}{dx_i} = \frac{\frac{\partial f(x)}{\partial x_i}}{\frac{\partial f(x)}{\partial x_j}} > 0 \quad (i \neq j, i = 1, 2) \quad (6.2.5)$$

Ikki omilli ishlab chiqarish funksiyasi uchun quyidagi tenglik orinliligini korish qiyin emas:

$$R_{12} = \frac{E_1}{E_2} \frac{x_2}{x_1}.$$

Y ishlab chiqarish o'zgarmas bo'lganda quyidagi hosil qilinadi:

$$R_{12} = - \frac{dx_2}{dx_1} \approx \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \quad (6.2.6)$$

R_{12} resurslarning o'rnini bosish normasi, birinchi resurs sarfi bir birlikka kamayganda ikkinchi resurs sarfining (ishlab chiqarish o'zgarmas bo'lganda) qancha birlikka o'sishini ko'rsatadi.

6.2.5-misol. Kobb-Duglas funksiyasi uchun R_{12} va R_{21} larni toping.

Yechish :

$$R_{12} = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \right) / \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \right) = \frac{a_1}{a_2} \frac{x_2}{x_1}; \quad R_{21} = \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \right) / \left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \right) = \frac{a_2}{a_1} \frac{x_1}{x_2}.$$

6.2.6-misol. $y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2$ ($a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0$) funksiyasi uchun

R_{12} va R_{21} larni toping. Misol yechimi:

$$R_{12} = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \right) / \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \right) = \frac{a_1}{a_2}; \quad R_{21} = \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \right) / \left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \right) = \frac{a_2}{a_1}.$$

6.2.7-misol. $f = 2x_1 + 3x_2$ berilgan bo'lsin.

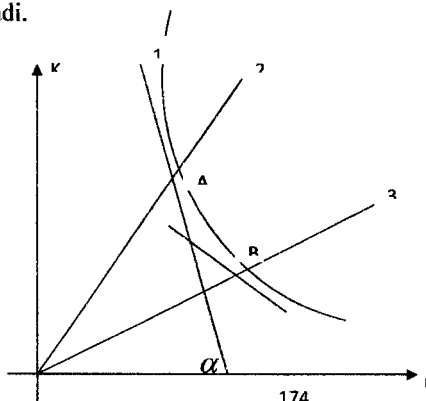
Bu yerda R_{ij} ni topadigan bo'lsak:

$$R_{ij} = \frac{\partial f}{\partial x_i} : \frac{\partial f}{\partial x_j} = \frac{2}{3} \quad \text{hosil bo'ladi.}$$

Bundan kelib chiqadiki, 1 resursning 2 birligi 2 resursning 3 birligining o'rmini bosadi.

Faktorlarning o'rnini bosish elastikligi. CES ishlab chiqarish funksiyasi.

Kobb-Duglass ishlab chiqarish funksiyasini turli yo'nalishlarda umumlashtirish odat tusiga kirgan. Bunday umumlashtirishga CES (*constant elasticity of substitution*) o'rnini bosishning o'zgarmas elastiklik funksiyasi kiradi.



6.5-rasm

O'rini bosishning elastikligi σ - ishlab chiqarish funksiyalari izokvantalarining «egriligi» o'lchamidan iborat. Aniqroq qilib aytganda «egrilik» $\frac{1}{\sigma}$ miqdorni o'lchamini ko'rsatadi. Mehnatning kapitalni o'rini bosish elastikligi

$$\sigma_{LK} = d \ln \left[\frac{K}{L} \right] / d \ln \left(\frac{Y'_L}{Y'_K} \right)$$

$\left(\frac{K}{L} \right)$ kapital bilan qurollantirish mehnatni kapital bilan almashtirishning eng katta

normasi: $\left(MRS_{KL} = -\frac{dK}{dL} = \frac{Y'_L}{Y'_K} \right)$ ni 1% ga o'zgartirganda uning qancha % ga

o'zgarishini ko'rsatadi. Agar ishlab chiqarish funksiyalari izokvantlardan bittasini KL tekisligida (5.5-rasm) uni 1 soni bilan belgilasak, u holda A nuqtadagi almashtirishning eng katta normasi bu izokvantning hosil qilgan tangens burchagidan iborat. Izokvant bo'yicha A nuqtadan V nuqtaga o'tganda urinma egilishi o'zgaradi,

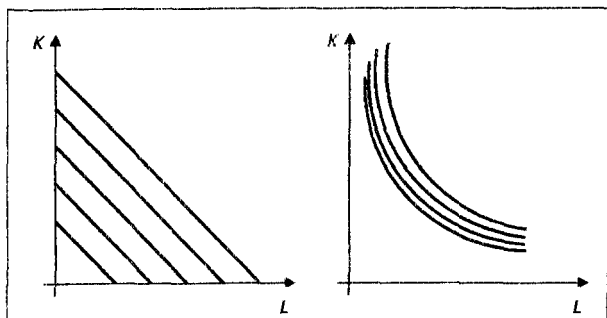
shuningdek $\left(\frac{K}{L} \right)$ munosabat ham o'zgaradi. Bu munosabat har bir koordinata

boshidan o'tuvchi to'g'ri chiziq bo'yicha o'zgarmas (misol 2 va 3 to'g'ri chiziqlar)

$\frac{1}{\sigma}$ miqdor daraja chiziq tangens burchagini $\left(\frac{K}{L} \right)$ munosabatning birlik hisobdagi

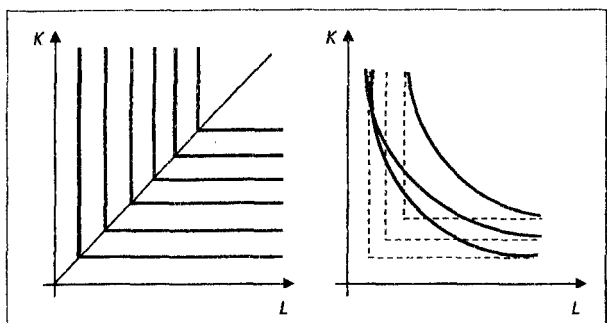
o'zgarishiga nisbatan o'zgarishini ko'rsatadi. Ma'lumki o'tish paytida daraja chizig'i qancha ko'p egilsa, aytaylik A nuqtadan B nuqtaga o'tishda, daraja chizig'i shuncha

ko'p «egri» bo'ladi. a-d rasmlarda $y = aK + bL + c$ (chiziqli), ishlab chiqarish funksiyasi, Kobb-Duglas ishlab chiqarish funksiya, $y = \min(aK, bL)$ o'rni bosishning cheksiz elastikligiga ega bo'lgan ishlab chiqarish funksiyasi (Leontev funksiyasi) va CES ishlab chiqarish funksiyalarining daraja chiziqlari berilgan.



a-rasm

b-rasm



c-rasm

d-rasm

Chiziqli ishlab chiqarish funksiyasi nolinch «egrilikka» va mos ravishda cheksiz o'rni bosishning elastikligiga ega. Kobb-Duglas funksiyasi 1 ga teng bo'lgan o'rni bosishning elastikligiga ega. Leontev funksiyasi o'rni bosishning nolinch elastikligiga ega, unda resurslar berilgan proportsiyada ishlatilishi kerak lekin ular bir

birining o'rnini bosmasliklari kerak. Iqtisodiyotda resurslarning bir birining o'rnini bosish darajasi turlicha bo'lishi mumkin va shunga mos ravishda o'rnini bosish elastikligi ham turlicha bo'ladi.

6.2.8-misol. $y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$ ($a_0 > 0$, $a_1 > 0$, $a_2 > 0$) funksiyasi uchun R_{12} va R_{21} larni toping.

$$\text{Misol yechimi: } R_{12} = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \right) / \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \right) = \frac{a_1}{a_2}; \quad R_{21} = \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \right) / \left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \right) = \frac{a_2}{a_1}$$

6.2.9-misol. $f = 2x_1 + 3x_2$ berilgan bo'lsin.

Bu yerda R_{ij} ni topadigan bo'lsak: $R_{ij} = \frac{\partial f}{\partial x_1} : \frac{\partial f}{\partial x_2} = \frac{2}{3}$ hosil bo'ladi.

Bundan kelib chiqadiki, 1 resursning 2 birligi 2 resursning 3 birligining o'rnini bosadi.

Ishlab chiqarishni optimallashtirish tushunchasi

Firmaning aniq bir davrdagi (misol uchun, ma'lum bir yil uchun) R daromadi (*tushumi*) deb firma ishlab chiqargan umumiy mahsulot hajmi y ni p_0 (bozor) narxiga ko'paytmasiga aytiladi.

Firmaning C xarajati deb, firmaning ma'lum bir davrdagi barcha turdagi xarajatlari $C = p_1x_1 + p_2x_2$ ga aytiladi, bu yerda x_1 va x_2 - lar firmaning sarf qiladigan (ishlatadigan) resurslari hajmi (ishlab chiqarish omillari), p_1 va p_2 lar resurslarning bozor bahosi (ishlab chiqarish omili).

Firmaning ma'lum bir davrdagi PR foydasi deb firmaning R daromadi va C xarajatlari orasidagi farqqa aytiladi:

$$PR = R - C$$

yoki $PR(x_1, x_2) = p_0 f(x_1, x_2) - (p_1x_1 + p_2x_2).$

Oxirgi tenglama firmaning sarf qilinadigan (ishlatiladigan) resurslari atamasi orqali ifodalangan foydasidan iboratdir. $y = f(x_1, x_2)$ - firmaning ishlab chiqarish funksiyasidan iboratdir. Firma tomonidan ishlab chiqariladigan mahsulotning

umumiy hajmi Y ning sarf qilinadigan (ishlatiladigan) resurslar hajmi x_1 va x_2 lar orqali ifodasidir.

Firmalar nazariyasida agar firma bozor sharoitida faoliyat ko'rsatayotgan bo'lsa, u p_0, p_1 va p_2 bozor narxlariga ta'sir o'tkaza olmaydi, balki bu narxlar bilan «kelishadi».

Firmaning asosiy *maqsadi* sarf qilinadigan (ishlatiladigan) resurslarini ratsional taqsimlash orqali foydani *maksimallashtirishdan* iboratdir. Aniq bir davrdagi foydani maksimallashtirish masalasi $PR \rightarrow \max$ dan iboratdir.

Bunday maksimallashtirish masalasining qo'yilishi qanday aniq vaqt oralig'i (uzoq muddatli yoki qisqa muddatli) qaralishiga bog'liqdir.

Uzoq muddatli oralig'ida firma sarf xarajatlar fazosidan ixtiyoriy $X = (x_1, x_2)$ vektorni erkin tanlashi mumkin. Shuning uchun ham bunday holatda foydani maksimallashtirish masalasi $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$ shartlarda

$$p_0 f(x_1, x_2) - (p_1 x_1 + p_2 x_2) = PR(x_1, x_2) \rightarrow \max$$

dan iboratdir.

Qisqa muddat oralig'ida firma o'zi sarf qiladigan (ishlatadigan) resurslar hajmining qat'iy cheklanganligini hisobga olishi kerak. Buni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$g(x_1, x_2) \leq b \text{ (bu cheklanishlar bir nechta bo'lishi mumkin.)}$$

Qisqa muddat uchun chiziqli programmashtirish masalasi:

$$g(x_1, x_2) \leq b, \quad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

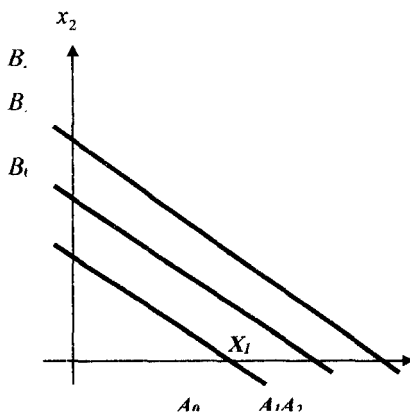
shartlar bajarilganda

$$p_0 f(x_1, x_2) - (p_1 x_1 + p_2 x_2) = PR(x_1, x_2) \rightarrow \max$$

dan iboratdir.

$z = p_1 x_1 + p_2 x_2$ ishlab chiqarish xarajatlari funksiyasi darajasini ifodalovchi chiziqqa *izokostlar* deb aytiladi.

Izokostlar X_1, X_2 tekisligining musbat qismida joylashgan to'g'ri chiziqli kesmalaridan iborat. Shunday qilib, izokostlar $A_0B_0, A_1B_1, A_2B_2, \dots$ (6.6.-rasmga qarang.) kesmalardir. A_0B_0, A_1B_1, A_2B_2 kesmalar paraleldir.



6.6-rasm

A_0B_0 kesmadan «shimoli-sharqroqda» joylashgan A_1B_1 kesma sarf xarajatlarning katta qismiga mos keladi. Haqiqatan ham A_2B_2 kesma uchun C ishlab chiqarish xarajatlari C_2 ga teng, A_1B_1 kesma uchun C ishlab chiqarish xarajatlari C_1 ga teng, A_0B_0 kesma uchun C ishlab chiqarish xarajatlari C_0 ga teng, u holda $C_0 < C_1 < C_2$. Buning teskarisi ham o'rinli. A_0B_0 kesma uchun quyidagini yozish mumkin:

$$C_0 = p_1x_1 + p_2x_2, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0,$$

$$A_1B_1 \text{ kesma uchun} \quad C_1 = p_1x_1 + p_2x_2, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

$$A_2B_2 \text{ kesma uchun} \quad C_2 = p_1x_1 + p_2x_2, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

6.3. Talab va taklifning ekonometrik modellari

Bu model bozorda, vaqt bo'yicha kechikishlar mavjud bo'lgan holda odatdagi talab va taklif egri chiziqlari orqali ifodalanuvchi tovarlar hajmi bilan narxning barqarorligini tekshirishga imkon beradi.

Bozorning bu modeli birinchi bo'lib L.Valras tomonidan iqtisodiy modelda narxni aniqlash uchun ishlatilgan bo'lib, istemolchi va ishlab chiqaruvchi bozor narxiga mos narxda turgan holda takomillashgan raqobatning mavjudligini taxmin qilgan. Bu jarayonni L.Valras quyidagicha tasvirlagan: bozor - bu auksioner bo'lib, tovarlarga narx belgilaydi; bundan keyin narx qo'yish jarayoni ishtirokchilari "shartli" tovar sotishadi, tovar sotilganligini auksionerga xabar beradi, auksioner shartni tekshiradi: talab $\begin{bmatrix} < \\ > \end{bmatrix}$ taklif. Agar bu shart bajarilsa, u holda auksioner dastlabki narxni o'zgartiradi, agar narx muvozanatda bo'lmasa, bu tovarning narxini ko'tarish(tushirish) kerak; talab = taklif bo'lsa, tovarni sotish yakunlanadi.

Aytaylik don tayyorlaydigan fermer joriy davrda tovar taklifini o'tgan davrdagi narx asosida belgilasin. Shuning uchun taklif funksiyasiga 1 vaqt birligida kechikish kiritiladi. Haqiqatan ham ishlab chiqarish hajmi to'g'risida joriy bahoni hisobga olib qaror qabul qilinadi, lekin ishlab chiqarish sikli ma'lum bir davomiylikka ega bo'ladi va bu qarorga mos keluvchi taklif bozorda berilgan siklning oxirida namoyon bo'ladi.

Talab egri chizig'i tovarga bo'lgan talab hajmining tovar shu paytdagi narxiga bog'liqligini ifodalaydi.

Modelni tuzish uchun quyidagi belgilashlar kiritiladi:

t -vaqt, $S(p)$ - taklif qonuni, $D(p)$ - talab qonuni, $P(t)$ - t vaqtdagi tovar narxi, ε - xato. Quyidagilar faraz qilinadi:

- bozorda faqat bitta tovar(don) mavjud;
- vaqt: $t = 0, 1, 2, \dots$;
- tovarga talab $D(p) = C - Ep_t$, bu yerda P_{it} vaqtdagi tovar narxi
- taklif: $S(p) = A + Bp_{t-1}P_{t-1}t-1$ vaqtdagi tovar narxi; muvozanatlik sharti:

$D_t(p_t) = S_t(p_{t-1})$ bo'ladi.

- boshlang'ich narx ixtiyoriy olinadi, yani $t=0$ bo'lganda $P(0) = P_0$ deb olamiz.

Talab va taklif funksiyasi chiziqli:

$$S(p) = A + Bp_{t-1}, \quad D(p) = C - Ep_t. \quad (6.3.1)$$

Muvozanatlik shartiga asosan

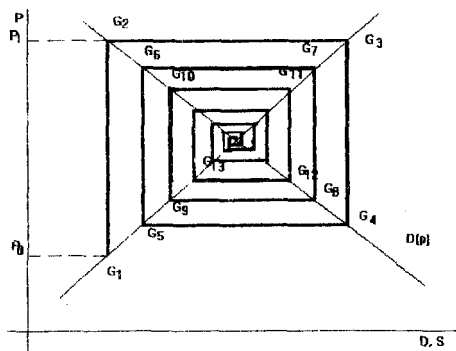
$$D(p_t) = S(p_{t-1}), \text{ eku } C - Ep_t = A + Bp_{t-1}. \quad (6.3.2)$$

Muvozanat narxi va muvozanat hajmini hisoblash

Narxni "savdolashishning" grafik jarayoni quyidagidan iborat.

1. Narxni savdolashishni P_0 dan boshlaymiz. P_0G_1 kesmani o'tkazamiz. $G_1S(p_0)$ ni ko'rsatadi. Bu taklifga G_2 mos keladi va u $D(p_1)$ talab hajmini ko'rsatadi, bu yerda birinchi savdolashish davri $D(p_1) > S(p_0)$ bo'ladi, chunki $|p_1 - p_0| > \varepsilon$.

2. Savdolashish jarayoni G_3 nuqtadan boshlanadi, bu yerda $S(p_1) - P_1$ narx bo'yicha taklif hajmi, G_4 nuqta esa P_2 ($p_0 < p_2 < p_1$) narx bo'yicha talab hajmi $D(p_2)$ ni ko'rsatadi, chunki $(P_2 - P_1) > \varepsilon$.

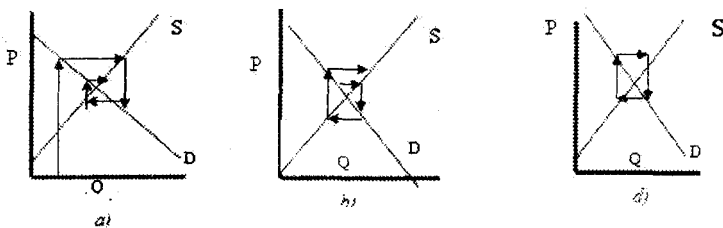


6.7-rasm

3. Savdolashish jarayoni $(P_k - P_{k-1}) \leq \varepsilon$ bo'lguncha davom etadi. $P^* = P_k$ narx muvozanat narxi bo'ladi (yani $P_k = P_{k-1} + \varepsilon$), kelishuv hajmi esa: talab $D(P^*)$, taklif $S(P^*)$ bo'ladi. Bahoning va ishlab chiqarish hajmining xulq atvorini boshlang'ich nuqta muvozanat nuqtasi bilan ustma-ust tushmagan vaqtdan boshlab o'rganish zarur.

Bu masalani avvalo grafik usulda yechish mumkin. Agar taklif egri chizig'i talab egri chizig'idan tikroq joylashgan bo'lsa, bunday bozorda muvozanat barqaror bo'ladi

(6.8a-rasm). Agar talab egri chizig'i taklif egri chizig'iga nisbatan tikroq joylashgan bo'lsa, bozorda muvozanat barqaror bo'lmaydi (6.8b-rasm). Agar talab va taklif egri chiziqlari bir xil joylashsa bozorda narx muvozanat narxi atrofida aylanib yuradi.



6.8-rasm

$$D(p_t) = S(p_{t-1}) \text{ } \text{ёку} \quad C - Ep_t = A + Bp_{t-1}$$

muvozanatlik shartiga asosan, muvozanat narxi p^* va ishlab chiqarishning muvozanat hajmi Q^* larni topiladi. Ular yuqoridagi formulaga asosan quyidagi tenglamani qanoatlantiradi:

$$Q^* = C - Ep^* = A + Bp^*.$$

Bu yerdan

$$p^* = \frac{C - A}{B + E}, \quad Q^* = \frac{BC + AE}{B + E}.$$

(6.3.2) formulada p_t ni p_{t-1} orqali ifodalanib, $p_t = \frac{C - A}{E} - \frac{B}{E} p_{t-1}$ hosil qilinadi. Bu formulani ketma-ket qo'llash orqali quyidagi hosil bo'ladi:

$$p_1 = \frac{C - A}{E} - \frac{B}{E} \cdot p_0; \quad p_2 = \frac{C - A}{E} - \frac{B}{E} \cdot \left[\frac{C - A}{E} - \frac{B}{E} \right] \cdot p_0$$

Yoki umumiy ko‘rinishda

$$p_1 = \frac{C-A}{E} \cdot \left[1 - \frac{B}{E} + \left[\frac{B}{E} \right]^2 + \dots + (-1)^{t-1} \left[\frac{B}{E} \right]^{t-1} \right] + (-1)^t \left[\frac{B}{E} \right]^t \cdot p_0.$$

Katta qavs ichidagi ifoda geometrik progressiya yig‘indisini beradi:

$$S_n = a_1 \cdot (1 + q + q^2 + \dots + q^{n-1}) = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q}.$$

Agar $|q| < 1$ bo‘lsa u holda $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1 - q}$ bo‘ladi.

Girdobsimon model uchun $q = -\frac{B}{E}$, $a_1 = \frac{C-A}{E}$. Bundan t vaqtdagi p_t narx uchun

$$p_t = \frac{C-A}{E} \cdot \frac{1 - (-1)^t \left[\frac{B}{E} \right]^t}{1 + \frac{B}{E}} + (-1)^t \left[\frac{B}{E} \right]^t \cdot p_0. \quad (6.3.3)$$

bo‘ladi. Ko‘rinib turibdiki $\frac{B}{E} < 1$ da $\left[\frac{B}{E} \right]^t \rightarrow 0$ bo‘lganligi uchun $p_t \rightarrow \frac{C-A}{E} = p^*$

bo‘ladi. Taklif chizig‘i talab chizig‘iga nisbatan tikroq bo‘lsa, muvozanat barqaror

bo‘ladi. Agar $\frac{B}{E} > 1$ bo‘lsa, u holda $\left[\frac{B}{E} \right]^t \rightarrow \infty$, ya’ni talab taklifga nisbatan tikroq

bo‘lsa, muvozanat barqaror emas. $\frac{B}{E} = 1$, bo‘lsa p_t ning qiymati muvozanat miqdori atrofida aylanadi. Bu holatlar grafiklarda berilgan

Baholanayotgan parametrlar bo‘yicha chiziqli bo‘lmagan regressiya tenglamalarini chiziqli ko‘rinishga keltirishga doir misol

Tahlilga kiritilgan o‘zgaruvchilar bo‘yicha chiziqli bo‘lmagan, lekin baholanayotgan parametrlar bo‘yicha chiziqli bo‘lmagan regressiya parametrlarini

baholash normal tenglamalarni tuzish yo'li bilan eng kichik kvadratlar usuli yordamida amalga oshiriladi.

1. Darajali funktsiya $\hat{y}_x = a_0 \cdot x_i^{a_1}$

Darajali funktsiyaning parametrlarini eng kichik kvadratlar usuli yordamida aniqlash uchun uni tenglamaning ikkala qismini ham logarifmlash yo'li bilan chiziqli

ko'rinishga olib kelish lozim: $\ln \hat{y}_x = \ln a_0 + a_1 \ln x_i$

Ushbu tenglama grafikdagi to'g'ri chiziqni o'zida namoyon etadi, uning o'qlari bo'ylab sonlarning o'zi emas, balki ularning logarifmlari (logarifmik shkala yoki logarifmik to'r) ajraladi.

Agar $Y = \ln \hat{y}_x$, $X = \ln x_i$, $A = \ln a_0$ bo'lsa, u holda tenglama quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi: $Y = A + a_1 X$.

Model parametrlari quyidagi formulalar bo'yicha aniqlanadi:

$$a_1 = \frac{YX - \bar{Y} \cdot \bar{X}}{X^2 - (\bar{X})^2}; A = \bar{Y} - a_1 \bar{X}$$

1. Ko'rsatkichli funktsiya

$$\hat{y}_x = a_0 \cdot a_i^{x_1}$$

O'zgaruvchilarni chiziqli holga keltirishda tenglamaning ikkala qismi ham logarifmlanadi: $\ln \hat{y}_x = \ln a_0 + x_i \ln a_1$

Tenglama xerklio'zgaruvchining qiymatlari uchun natural shkala va y erksiz o'zgaruvchining qiymatlari uchun logarifmik shkala birikmasi sifatida olinadigan yarim logarifmik to'rda to'g'ri chiziq bilan tasvirlanadi.

Agar $Y = \ln \hat{y}_x$, $A = \ln a_0$, $V = \ln a_1$ bo'lsa, u holda tenglama quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi: $Y = A + Vx_i$.

Model parametrlari quyidagi formulalar bo'yicha aniqlanadi:

$$B_1 = \frac{\bar{y} \cdot \bar{x} - \bar{Y} \cdot \bar{X}}{\bar{x}^2 - (\bar{x})^2}; A_0 = \bar{Y} - B \bar{x}$$

Egri chiziqli korrelyatsiya bog'lanishning har qanday shaklidan foydalanishda o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanishning zichligi huddi bog'lanishning chiziqli shakli uchun korrelyatsiya koeffitsiyenti singari aniqlanadigan korrelyatsiya indeksi yordamida o'lchanishi mumkin.

Korrelyatsiya bog'lanishi tenglamasi o'rganilayotgan o'zgaruvchilar orasidagi bog'lanishning mohiyati aniq namoyon bo'lishi, tenglamaning parametrlari esa, muayyan tarzda iqtisodiy talqin etilishi uchun imkon qadar soddaroq bo'lishi kerak. Tegishli bog'lanish tenglamasini tanlash masalasi har qanday holatda alohida tarzda amalga oshiriladi.

6.4. Chiziqli bolmagan modellarda ko'p o'zgaruvchili regressiya

Regressiya modellarida ikki turda: o'zgaruvchilar bo'yicha va parametrlar bo'icha chiziqli bo'lmasligi mumkinligi ko'rib chiqildi. Chiziqli regressiya tahlili uchun modellar faqat parametrlar bo'yicha chiziqli bo'lishi talab qilinadi, chunki o'zgaruvchilar bo'yicha chiziqli bo'lmaslikni o'zgaruvchilarni o'zgartirish bilan yo'qotish mumkin.

Namuna sifatida, quyida berilgan bog'lanishni misol qilib olamiz:

$$y = \alpha + \beta_1 x_1^2 + \beta_2 \sqrt{x_2} + \dots \quad (6.4.1)$$

O'zgaruvchilar bo'yicha chiziqli bo'lmagan model quyidagi ko'rinishda bo'lsin: Uni $z_1 = x_1^2$, $z_2 = \sqrt{x_2}$ almashtirishlar yo'li bilan chiqli ko'rinishga keltirish mumkin:

$$y = \alpha + \beta_1 z_1 + \beta_2 z_2 + \dots, \quad (6.4.2)$$

Agar tasodifiy had (tenglamada ochiq ko'rsatilmagan) boshlang'ich tenglamada Gauss-Markov shartlarini qanoatlantirsa, u holda qayta yozilgan tenglamada ham ushbu shartlarni qanoatlantirgan bo'ladi. Demak, misol sifatida $z = x^2$ yozib va y , x va z orasidagi regressiyani baholab, biz kvadratik bog'lanishni quyidagicha yozishimiz mumkin.

$$y = \alpha + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \varepsilon, \quad (6.4.3)$$

X ga yuqoriroq daraja berib, biz kerak bo'lgan ixtiyoriy turdagi ko'phad koeffitsiyentini baholashimis mumkin. Parametrlar bo'yicha chiziqli bo'lmashlik juda muhim muammodir. Lekin, agar modelning o'ng tomoni o'zaro ko'paytirilgan x^β yoki e^{x^β} hadlardan iborat bo'lsa, tasodifiy had esa mul'tiplikativ bo'lsa, unda model chiziqli ko'rinishga ikki tomonini ham logarifmlash orqali keltiriladi.

Misol uchun, talab funksiyasi

$$y = \alpha x^\beta p^\gamma v \quad (6.4.4)$$

Bu yerda y – tovarga ketgan xarajat, x – daromad, p – nisbiy narx, v – tasodifiy had bo'lsa, parametrlar bo'yicha chiziqli ko'rinishga keltiriladi:

$$\log y = \log \alpha + \beta \log x + \gamma \log p + \log v \quad (6.4.5)$$

Agar biz $\log y$, $\log x$ va $\log p$ uchun ozgaruvchilar orasidagi regressiyani baholayotgan bo'lsak, unda $\log x$ oldidagi koeffitsiyent β – daromad bo'yicha talab elastikligi, $\log p$ oldidagi koeffitsiyent γ – narx bo'yicha talab elastikligi bo'ladi.

1-misol. Talab funksiyasi: $y = \alpha x^\beta p^\gamma v$ Bu yerda y – tovarga ketgan xarajat, x – daromad, p – nisbiy narx, v – tasodifiy had.

Amerikada oziq-ovqat va taxminiy shaxsiy daromad orasidagi logarifmik regressiya $\hat{y} = a + b_1 x + b_2 p$ tenglamada foydalanilgan ma'lumotlar asosida baholangan va quyidagi natija olingan (qavslarda standart xatolar ko'rsatilgan):

$$\log \hat{y} = 2,82 + 0,64 \log x - 0,48 \log p; \quad R^2 = 0,99; \quad (6.4.6)$$

$$(0,42)(0,3)(0,12) \quad F = 820,1$$

Regressiya tenglamasidan daromad bo'yicha talab elastigligi 0.64, narx bo'icha talab elastigligi 0.48ga tengligi va ikkala koeffitsiyent bir foizlik haqqoniylik darajasida noldan sezilarli darajada farqliligi ko'rinishida turibdi.

2-misol. Kobb—Duglas ishlab chiqarish funksiyasi

1927 yilda Pol Duglas, ixtisosligi bo'yicha iqtisodchi, bir diagrammada real ishlab chiqarish hajmi (Y), kapital xarajatlari (K) va mehnat xarajatlari (L) korsatkichlari logarifmlab chiqilsa, unda ishlab chiqarish grafigi ko'rsatkichlar nuqtasidan kapital xarajatlari va mehnat xarajatlari ko'rsatkichlari nuqtasigacha

doimiyi proportsiyani tashkil qilishini aniqladi. U matematik Charlz Kobbga shu hodisaga matematik bog‘lanishni aniqlab berishni so‘rab murojaat qildi. Kobba quyidagi funksiyani taklif qildi:

$$Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}, \quad (6.4.7)$$

Ch. Kobb va P.Duglas klassik ishlarida (Cobb, Douglas, 1929) ushbu funksiya 30 yil avval Fillip Uikstid (Wicksteed) tomonidan taklif qilinganligini korsatib o‘tishgan, faqat ular birinchilardan funksiya tuzishda 6.4.1- jadvaldagi empiric ma’lumotlardan foydalanishdi.

Mualliflar ushbu funksiya aslida qanday tanlab olishganini tavsiflashmaydi, ammo regressiya tahlilining boshlang‘ich shaklidan foydalanishganini taxmin qilish mumkin, chunki ular “eng kichik kvadratlar nazariyasi” ga asoslanishgan. Ularning bahosiga ko‘ra, $\alpha = 1/4$.

Agar biz regressiya tahlilidan foydalanib ularning hisob-kitoblarini takrorlasak, u holda tenglamaning ikkala qismini ham logarifmlash orqali darhol chiziqli ko‘rinishga keltira olmaymiz, chunki bunda ikki xil bahoni olamiz. $\log K$ da koeffitsiyent bizga bitta bahoni beradi, $(1 - \alpha)$ ning bahosi bo‘lgan $\log L$ da koeffitsiyent bizga boshqa bahoni hisoblash imkonini beradi. Buning o‘rniga biz tenglamaning ikkala tomonini L kattaligiga bo‘lamiz va funksiya quyidagi tarzda yozamiz:

$$Y/L = A(K/L)^{\alpha}v \quad (6.4.8)$$

(v tasodifiy hadni kiritgan holda). Ushbu shaklda funksiya bir ishchiga ishlab chiqarish bilan bir ishchiga kapital xarajatlarning nisbati sifatida talqin qilinishi mumkin va endi biz logarifmlarni hisobga olgan holda uni chiziqli ko‘rinishga keltiramiz.

$$\log(Y/L) = \log A + \alpha \log(K/L) + \log v. \quad (6.4.9)$$

Ushbu tenglamani baholash uchun 6.4.1-jadvaldan olingan ma’lumotlardan foydalangan holda quyidagini olamiz (standart xatoliklar qavs ichida ko‘rsatilgan):

6.4.1-jadval

Yillar	Y	K	L	Yillar	Y	K	L
--------	-----	-----	-----	--------	-----	-----	-----

1899	100	100	100	1911	153	216	145
1900	101	107	105	1912	177	226	152
1901	112	114	110	1913	184	236	154
1902	122	122	118	1914	169	244	149
1903	124	131	123	1915	189	266	154
1904	122	138	116	1916	225	298	182
1905	143	149	125	1917	227	335	196
1906	152	163	133	1918	223	366	200
1907	151	176	138	1919	218	387	193
1908	126	185	121	1920	231	407	193
1909	155	198	140	1921	179	417	147
1910	159	208	144	1922	240	431	161

Manba: Cobb, Douglas (1928).

Aniq ishlab chiqarish hajmi, aniq kapital xarajatlar va aniq ish haqi indekslari

$$\log Y/L = 0,02 + 0,25 \log K/L; \quad R^2 = 0,63(6.4.10)$$

$$(0,02)(0,04) \quad F = 38,0.$$

bu Kobbning hisob-kitoblarini tasdiqlaydi. Kobb-Duglas formulasi, albatta, umumiyroq formulaning maxsus holi sanaladi:

$$Y = AK^{\alpha}L^{\beta}v, \quad (6.4.11)$$

bu yerda kapital va ishchi kuchi xarajatlari bo'yicha ishlab chiqarish elastikligi bo'yicha ko'rsatkichlar o'zaro bog'liq emas. Xuddi shu ma'lumotlardan foydalangan holda uni baholab, quyidagini hosil qilamiz (standart xatoliklar qavs ichida ko'rsatilgan):

$$\log Y = -0,18 + 0,23 \log K + 0,81 \log L; \quad R^2 = 0,96; \quad (6.4.12)$$

$$(0,43)(0,06)(0,15) \quad F = 236,1.$$

Bu shuni ko'rsatadiki, kapital xarajatlari bo'yicha mahsulot ishlab chiqarish elastikligi 0,23 ni tashkil etadi, bu avvalgi bahoga juda yaqin. Mehnat xarajatlari bo'yicha elastiklik esa 0,81 ni tashkil etib, bu 0,75 ga teng avvalgi bahodan biroz yuqori.

Kobb-Duglasning ishlab chiqarish funksiyasiga xos xususiyatlar

Mahsulot ishlab chiqarish elastikligiga ishlab chiqarish ko'lami va prognoz qilingan ishlab chiqarish omillarining ta'sirini ko'rib chiqishda tasodifiy hadni tushirib qoldirish uchun funksiyaning yanada umumiyroq shaklidan foydalanamiz.

Mahsulot ishlab chiqarishning elastikligi

Kapital va mehnat bo'yicha mahsulot ishlab chiqarish elastikligi mos ravishda α va β teng, chunki

$$\frac{\partial Y / \partial K}{Y / K} = \frac{A(\alpha[K^{\alpha-1}])L^{\beta}}{AK^{\alpha-1}L^{\beta}} = \alpha,$$

Shunga o'xshash tarzda $(\partial Y / \partial L) / (Y / L) \beta$ ga teng ekanligini ko'rsatish oson. O'z navbatida, kapital xarajatlarning 1 foizga ko'payishi mahsulot ishlab chiqarish α foizga o'sishiga, mehnat xarajatlarining 1 foizga ko'payishi esa mahsulot ishlab chiqarishning β foizga o'sishiga olib keladi. Taxmin qilish mumkinki, ikkala α va β ham nol va bir oralig'ida joylashgan. Ular musbat bo'lishi kerak, chunki ishlab chiqarish omillari xarajatlarining ortishi mahsulot ishlab chiqarish ko'payishiga olib kelishi lozim. Ayni vaqtda ular birdan kam bo'lishi ehtimolga yaqin, chunki ishlab chiqarish ko'lamidan ta'sirning kamayishi, agar boshqa omillar doimiy bo'lib qolsa, ishlab chiqarish omillari xarajatlariga nisbatan mahsulot ishlab chiqarishning sekin o'sishiga olib keladi deb taxmin qilish o'rinli.

Ishlab chiqarish ko'lamidan samara.

Agar α va β yig'indisi birdan oshsa, u holda bu funksiya ishlab chiqarish ko'lamidan ortib boruvchi ta'sirga ega ekanligini anglatadi (bu agar K va L muayyan nisbatda ortib borsa, u holda Y kattaroq nisbatda o'sishini bildiradi). Agar ularning yig'indisi birga teng bo'lsa, demak, bu ishlab chiqarish ko'lamiga doimiy ta'sir ko'rsatadi (Y ham K va L bilan bir xil nisbatda ortadi). Agar ularning yig'indisi birdan kam bo'lsa, u holda ishlab chiqarish ko'lamidan ta'sir pasayib borayotgan bo'ladi (Y K va L ga nisbatan kamroq nisbatda ortadi).

Masalan, K va L ikki baravar ortgan deb faraz qilaylik. U holda ishlab chiqarishning yangi darajasi (Y') quyidagicha yoziladi:

$$Y' = A(2K)^{\alpha}(2L)^{\beta} = A2^{\alpha}K^{\alpha}2^{\beta} = 2^{\alpha+\beta}AK^{\alpha}L^{\beta} = 2^{\alpha+\beta}Y.$$

Agar $\alpha + \beta = 1,2$ a $2^{\alpha+\beta} = 2,30$ va $\alpha + \beta = 1,2$ a $2^{\alpha+\beta} = 2,30$ bo'lsa, u holda Y 2 martadan ko'proqqa ortadi:

Agar $\alpha + \beta = 1,0$ a $2^{\alpha+\beta} = 2$ va $2^{\alpha+\beta} = 2$ bo'lsa, u holda K va L ning ikki martaga ortishi Y ning ham ikki baravar oshishiga olib keladi.

Agar $\alpha + \beta = 0,8$ a $2^{\alpha+\beta} = 1,74$ va $2^{\alpha+\beta} = 1,74$ bo'lsa, u holda Y^2 martadan kamroqqa oshadi.

C. Kobb va P. Duglas o'zlarining birinchi maqolalarida funksiyani (6.2.7) munosabatlar ko'rinishida tasvirlashgan, ya'ni dastlab shkala bo'yicha doimiy masshtabdan o'zgarishini taxmin qilishgan. Keyinchalik, ular ushbu taxminni pasaytirdilar, daromad darajasini ishlab chiqarish miqyosi asosida baholashni afzal ko'rishgan.

VI bobga doir topshiriqlar

1-topshiriq. Don ekinlarini yig'ishtirib olish paytida egatlar uzunligining kombaynning har xil uzunlikdagi egatlarni aylanib o'tishidagi va burilish paytidagi yo'qotadigan vaqtiga bog'liqligini aniqlang.

Ma'lumotlarni jadval ko'rinishida va regressiya tenglamasining ko'rinishini

giperbola tenglamasi ko'rinishida qidiring: $y = a_0 + \frac{a_1}{x}$

1-jadval

Yo'qotishlarning haq. miqdori, % ,Y	Haydash uzunligi, km, X	$\frac{1}{x}$
39,2	0,15+k	
24,0	0,25+k	
18,1	0,35+k	
13,8	0,50+k	
10,0	0,75+k	
7,7	1,00+k	
6,6	1,25+k	
5,8	1,50+k	
5,3	1,75+k	
4,9	2,00+k	
Σ		

2-topshiriq. 10 ta oilada har yilgi banan iste'mol qilish bog'lanishlari

to'g'risidagi ma'lumotlar berilgan (sh.b.): 2- jadval

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	2	7	9	12	10	12	11	12	13	12

Regressiya tenglamasining har xil variantlarini ko'rib chiqamiz.

1. $y = \alpha + \beta\sqrt{x} + \varepsilon$ chiziqli tenglamani (x, y) tanlama kuzatishlari bo'yicha baholash quyidagi tenglamaga olib keladi:

$$\bar{y} = 5,13 + 0,88x, R^2 = 0,64, S = 2,10.$$

2. Agar $y = \alpha + \beta\sqrt{x} + \varepsilon$ chiziqli bo'lmagan tenglamani qarasak, va $z = \sqrt{x}$ ni aniqlasak, u holda tenglama chiziqli ko'rinishni oladi $y = \alpha + \beta z + \varepsilon$.

y va z orasidagi regressiyani baholab quyidagilarni hosil qilamiz

$$\bar{y} = 0,774 + 4,106z, R^2 = 0,762, S = 1,72, z = \sqrt{x} \text{ ni o'rniga qo'yib}$$

$$\bar{y} = 0,774 + 4,106\sqrt{x} \text{ ni hosil qilamiz.}$$

3. Agar $y = \alpha + \beta\sqrt{x} + \varepsilon$ chiziqsiz tenglamani qarasak va $z = 1/x$ ni aniqlasak, tenglama chiziqli ko'rinishni oladi $y = \alpha + \beta z + \varepsilon$.

y va z orasidagi regressiyani baholab, $\bar{y} = 13,42 + 11,67z, R^2 = 0,942, S = 0,85$ ni

hosil qilamiz. $Z = \frac{1}{x}$ ni o'rniga qo'yib, $\bar{y} = 13,42 - \frac{11,67}{x}$ ga egabo'lamiz.

Parameter bo'yicha chiziqli bo'lmagan tenglamani logarifmlash orqali chiziqli ko'rinishga keltiriladi. Misol uchun, quyidagi chiziqli bo'lmagan tenglamani logarifmlagandan keyin u quyidagi chiziqli ko'rinishga keladi:

- Darajali funksiya $y = \alpha x^\beta \varepsilon - \ln y = \ln \alpha + \beta \ln x + \ln \varepsilon$;
- Eksponensial funksiya $y = \alpha e^{\beta x} - \ln y = \ln \alpha + \beta x + \ln \varepsilon$.

Bu tenglamalar parametrlarini aniqlash uchun eng kichik kvadratlar usulidan foydalanish, $\ln \varepsilon$ ning normal taqsimotga ega bo'lishini talab qiladi. Biroq tasodifiy

Y	X	$z = \sqrt{x}$	$z = 1/x$
2	1	1	1
7	2	1,414	0,5
9	3	1,732	0,333
12	4	2	0,25
10	5	2,236	0,2
12	6	2,449	0,166
11	7	2,645	0,142
12	8	2,828	0,125
13	9	3	0,111
12	10	3,162	0,1

miqdor ε additiv bo'lgan $y = \alpha x^\beta + \varepsilon$ tenglamani endi chiziqli ko'rinish uchun almashtirib bo'lmaydi. Bunday holatda chiziqli bo'lmagan regressiyani baholashning maxsus iteratsion usullari ishlatiladi.

Parameterbo'yicha chiziqli bo'lmagan tenglamani logarifmlash orqali chiziqli ko'rinishga keltiriladi. Misol uchun, quyidagi chiziqli bo'lmagan tenglamani logarifmlagandan keyin u quyidagi chiziqli ko'rinishga keladi:

- Darajali funksiya $y = \alpha x^\beta \varepsilon - \ln y = \ln \alpha + \beta \ln x + \ln \varepsilon$;
- Eksponensial funksiya $y = \alpha e^{\beta x} - \ln y = \ln \alpha + \beta x + \ln \varepsilon$.

Bu tenglamalar parametrlarini aniqlash uchun eng kichik kvadratlar usulidan foydalanish, $\ln \varepsilon$ ning normal taqsimotga ega bo'lishini talab qiladi. Biroq tasodifiy miqdor ε additive bo'lgan $y = \alpha x^\beta + \varepsilon$ tenglamani endi chiziqli ko'rinish uchun

almashtirib bo'lmaydi. Bunday holatda chiziqli bo'lmagan regressiyani baholashning maxsus iteratsion usullari ishlatiladi.

Iqtisodiyotda quyidagi ko'rinishdagi funksiyalar qo'llaniladi:

- $y = \alpha x^{\beta} + \varepsilon$ talab egri chizig'ini modellashtirishda;
- $y = \alpha e^{\beta x} + \varepsilon$ vaqtli qatorlarni modellashtirishda, bunda x o'rniga t vaqti shlatiladi, β - o'rniga esa, o'sishning o'zgarma sur'ati r ishlatiladi, ya'ni $y = \alpha e^{rt} + \varepsilon$.

3-topshiriq.

4- jadval

Yillar	1990	1991	1992	1993	1994
x	2	6	10	14	18
y	1	2	4	11	12

Yuqoridagi ma'lumotlar bo'yicha oziq-ovqatga sarf-xarajatlarning daromaddan bog'liqligini darajali va eksponensial vaqtli trend ko'rinishida tuzamiz. Jadvalda ko'rsatilgan tenglamalarni Excel («Перспекция» tahlili dasturida) hosil qilish uchun ishlatiladigan ma'lumotlar keltirilgan.

5- jadval

T	X	Y	$\ln x$	$\ln y$
1	2	1	0,693147	0
2	6	2	1,791759	0,693147
3	10	4	2,302585	1,386294
4	14	11	2,639057	2,397895
5	18	12	2,890372	2,484907

$y = \alpha x^{\beta} + \varepsilon$ tenglamani logarifmlash orqali uni chiziqli ko'rinishga keltirish mumkin, ya'ni $\ln y = \ln \alpha + \beta \ln x + \ln \varepsilon$.

$\ln y$ va $\ln x$ orasidagi regressiya bahosini almashtirilgan ifoda orqali hosil qilinadi:

$$\ln \hat{y} = -1,049 + 1,183 \ln x.$$

Teskari almashtirish orqali

$$\hat{y} = e^{-1,049} x^{1,183} = 0,350 x^{1,183} \text{ hosil bo'ladi.}$$

2. $y = ae^{rt} \varepsilon$ tenglama logarifmlanganidan keyin quyidagi chiziqli ko'rinishga keladi: $\ln y = \ln a + rt + \ln \varepsilon$.

$\ln y$ va t orasidagi regressiyani baholasak almashtirilgan ifoda orqali quyidagi hosil bo'ladi: $\ln \hat{y} = 0,61 + 0,667t$.

Teskari almashtirish orqali

$$\hat{y} = e^{-0,61} e^{0,667t} = 0,543 e^{0,667t}$$

hosil bo'ladi.

Iqtisodiy tahlilda funksiyaning elastikligi ko'p ishlatiladi. $y = f(x)$ funksiyaning elastikligi y nisbiy o'zgarishining x nisbiy o'zgarishiga nisbati sifatida hisoblanadi, ya'ni

$$E = \frac{\left(\frac{dy}{y}\right)}{\left(\frac{dx}{x}\right)} = \frac{x}{y} f'(x)$$

Elastiklik, erkli o'zgaruvchi 1% ga o'zgarganda $y = f(x)$ funksiya necha foizga o'zgarishini ko'rsatadi.

Darajali $y = ax^b$ funksiya o'zida elastiklik b ga teng bo'lgan o'zgarmas miqdorni aks ettiradi. Misol uchun, oziq-ovqatga sarf-xarajatlarning daromaddan bog'liqligi $\hat{y} = 0,350 x^{1,183}$ uchun oziq ovqatga daromad bo'yicha talabning elastikligi 1,183 ga teng. Bu degan so'z shaxsiy daromadni 1% ga oshirish oziq-ovqatga sarf-xarajatlarni 1,183% oshishiga olib kelishini ko'rsatadi.

0,350 koeffitsiyent iqtisodiy ma'noga ega emas. U y ning qiymatini x ning berilgan qiymatlarida birlik masshtabga keltirib prognozlashga yordam beradi.

Eksponensialvaqtli trend

$$\hat{y} = 0,543 e^{0,667t}$$

uchun o'zgarma so'lish sur'ati $r = 0,667$ ga teng. Bu, oziq-ovqatga sarf-xarajatlar tanlangan davr oralig'ida bir yilda 66,7% surat bilan o'sganligini, ko'rsatadi.

0,543 o'zgarmas ko'paytuvchi $t=0$ vaqtda oziq-ovqatga umumiy sarf-xarajatlar 0,543 sh.b. ni tashkil qilganini ko'rsatadi.

$y = a + bx$ chiziqli funksiyaning elastikligi o'zgarmas miqdordan iborat, lekin x dan bog'liq, ya'ni

$$E = b \frac{x}{y}$$

Odatda elastiklikning o'rtacha ko'rsatkichi $\bar{E} = b \frac{\bar{x}}{\bar{y}}$ formula orqali hisoblanadi.

Bu yerda $\bar{x}, \bar{y} - x, y$ o'zgaruvchilarning tanlamadagi o'rtacha qiymati.

Misol uchun, oziq-ovqatga sarf-xarajatlarning daromaddan bog'liqligi $\hat{y} = -1,75 + 0,775x$ ($\bar{x} = 10, \bar{y} = 6$) uchun elastiklikning o'rtacha ko'rsatkichi 1,29 ga teng va bu shuni ko'rsatadiki, daromadni 1% oshirish orqali oziq-ovqatga sarf-xarajatlarda o'rtacha 1,29% ga oshadi.

4-topshiriq. Uy-joyga xizmatlar va mavjud bo'lgan shaxsiy daromadlari, xizmatlar narxi orasidagi chiziqli va logarifmik regressiya quyidagi ko'rinishdan iborat (qavs ichida standart xatolar ko'rsatilgan):

$$\hat{y} = -43,4 + 0,181x - 0,137p; R^2 = 0,99;$$

$$(48,4) (0,009) (0,421)$$

$$\log y = -1,60 + 1,18 \log x - 0,34 \log p; R^2 = 0,99; .$$

$$(1,75) (0,05) (0,31)$$

5-topshiriq. Mos kelgan t-testlarni bajaring va 5.3 va 5.6-topshiriqlarda baholangan chiziqli regressiya koeffitsiyentlari uchun o'zingizning xulosalaringizni bering.

6-topshiriq. 5.5.1 tenglamaning birinchi qismi quyidagi ko'rinishda qaytadan yozilgan:

$$s.o.(b_1) = \frac{s_{\varepsilon}}{\sqrt{n} \sqrt{\text{Var}(x_1)}} \times \frac{1}{1 - r_{x_1 x_2}^2}$$

Bu ifodadan foydalqanib, iste'molga sarf- xarajatlar uchun: oziq-ovqat, turar joy, dori darmon va dam olish uchun logarifmik regressiyada sarf-xarajatlarning elastikligi bahosidagi standart xatolardagi o'zgarishni tushuntirib bering.

6-jadval

	S_e	$\sqrt{Var(\log p)}$	$r_{\log x, \log p}$	$S.o. \text{ narx elastikligi}$
Oziq-ovqat	0,018	0,056	0,85	0,121
Uy-joy	0,031	0,043	-0,89	0,314
Dori-darmon	0,037	0,155	-0,96	0,160
Dam olish	0,037	0,060	-0,27	0,128

Tayanch iboralar

Giperbola, chiziqli bo'lmagan, egri chiziqli korrelyatsiya, regressiya tenglamasi, korrelyatsiya koeffitsiyenti, determinatsiya koeffitsiyenti, funksional bog'liqlik, statistik bog'liqlik, korrelyatsion bog'liqlik, korrelyatsion-regression tahlil, korrelyatsiya tushunchasi, juft, xususiy, parameter bo'yicha chiziqsiz, o'zgaruvchi bo'yicha chiziqsiz, ikkinchi tartibli polinom, giperbola, darajali funksiya vako'rsatkichlifunksiya, chiziqli korrelyatsiya koeffitsiyenti, Styudentning t me'zoni, regressiya tahlili, regressiya tenglamasi, Fisher F-mezoni.

VI bobga doir savollar

1. O'zgaruvchilarning o'zgarish bosish elastikligi nima?
2. CES ishlab chiqarish funksiyasi qanday funksiya?
3. Multiplikativ ishlab chiqarish funksiyalari qanday bo'ladi?
4. Additiv ishlab chiqarish funksiyalari qanday bo'ladi?
5. Chiziqli bo'lmagan regressiya modellarini tasniflang.
6. Parameter bo'yicha chiziqsiz regressiya qanday baholanadi?

7. O'zgaruvchilar bo'yicha chiziqsiz regressiya qanday baholanadi?
8. Tasodifiy o'zgaruvchanlarning statistik bog'liqligi (mustaqilligi).
9. Funksional va statistik bog'liqliklar tushunchasi.
10. Additivlash chiqarish funksiyalari qanday bo'ladi?
11. Chiziqli bo'lmagan funksiyani chiziqli ko'rinishga keltirish qanday bo'ladi?
12. Yalpi korrelyatsion-regression tahlilni o'tkazish bosqichlari.
13. Bir necha darajali regression model va uni tuzishga nisbatan qo'yiladigan talablar.
14. Darbin-Uatsonning mezonini qachon qo'llash mumkin?

Testlar

1. Qanday holatda bog'lanish korrelyatsion deb aytiladi?

- a) agar omilning har bir qiymatiga natijaviy omilning muayyan tasodifiy qiymati mos kelsa;
- b) agar omilning har bir qiymatiga natijaviy qiymatning ko'plab qiymatlari, ya'ni muayyan statistik taqsimot mos kelsa;
- v) agar omilning har bir qiymatiga natijaviy omil qiymatlarining butun bir taqsimoti mos kelsa;
- g) agar o'zgaruvchili belgining har bir qiymatiga natijali belgining muayyan belgilangan qiymati mos kelsa.

2. Tahliliy ifodaga ko'ra bog'liqlik qanday turlarga bo'linadi?

- a) teskari;
- b) chiziqli;
- v) egri chiziqli;
- g) juft.

3. Regression tahlil nimani aniqlashdan iborat?

- a) bog'liqlikning tahliliy shaklini, unda natijaviy omilning o'zgarishi bir yoki bir necha omillarning ta'siri bilan shartlangan, natijaviy omilga ta'sir ko'rsatuvchi

barcha boshqa omillar ko'pligi esa doimiy va o'rtacha qiymatlar sifatida qabul qilinadi;

b) ikkita omil o'rtasidagi (juft bog'liqlikda) hamda natijaviy omil bilan omillar ko'pligi o'rtasidagi (ko'p o'zgaruvchilibog'liqlikda) bog'liqlikning jipsligini;

v) ikkita tasodifiy o'zgaruvchi o'zaro ta'sirining statistik o'lchovini;

g) tartibli o'zgaruvchilari o'rtasidagistatistik bog'liqlik darajasini.

4. Alohida korrelyatsiya deganda nima tushuniladi?

a) natijaviy omil hamda tadqiqotga kiritilgan ikki yoki undan ko'p omillarning bog'liqligi;

b) ikkita omil (natijaviy va omillar yoki ikkita omil) o'rtasidagi bog'liqlik;

v) boshqa omillar qiymati qat'iy belgilangan hollarda natijaviy omil va bitta omil o'rtasidagi bog'liqlik;

g) sifatiy omillar o'rtasidagi bog'liqlik.

5. Quyidagi qiymatlardan qaysi biri korrelyatsiyaning juft koeffitsiyentini qabul qila olmaydi?

a) -0,973;

b) 0,005;

v) 1,111;

g) 0,721.

6. Korrelyatsiya chiziqli koeffitsiyentining qaysi qiymatida Y va X omillar o'rtasidagi bog'liqlikni jips (kuchli) deb hisoblash mumkin?

a) -0,975;

b) 0,657;

v) -0,111;

g) 0,421.

7. Agar Y va X omillar o'rtasidagi korrelyatsiya juft koeffitsiyenti 1 ga teng bo'lsa, u nimani anglatadi?

a) bog'liqlikning yo'qligi;

b) teskari korrelyatsion bog'liqlikning mavjudligi;

v) teskari funksional bog'liqlikning mavjudligi;

g) to'g'ri funksional bog'liqlikning mavjudligi.

8. Agar Y va X omillar o'rtasidagi korrelyatsiya juft koeffitsiyenti 0,675 qiymatni qabul qilsa, u holda determinatsiya koeffitsiyent nimaga teng?

a) 0,822;

b) -0,675;

v) 0,576;

g) 0,456.

9. Eng kichik kvadratlar usuliga muvofiq quyidagi ifodalardan qaysi biri kamayadi?

a) $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$;

b) $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)$;

v) $\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|$;

g) $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$.

10. Regressiya parametrlarining baholari (eng kichik kvadratlar usuli baholarining xususiyatlari) qanday bo'lishi kerak?

a) siljimagan;

b) geteroskedatik;

v) samarali;

g) asoslangan.

11. Chiziqli bo'lmagan bir o'zgaruvchili regressiya tenglamasida a_1 parametr nimanı anglatadi?

a) natijaviy omil hisobga olinmagan (tadqiqot uchun ajratilmagan) omillarning o'rtacha holatga keltirilgan ta'sirini;

b) omil 1 foizga o'zgarganda natijaviy omilning o'rtacha o'zgarishini;

v) agar x o'zgaruvchi bir o'lchov birligiga oshirilsa, natijaviy omilni o'rtacha qancha miqdorga o'zgarishini;

g) natijaviy ko'rsatkichvariatsiyasining qanaqa ulushi modelda hisobga olinganligini va uning x o'zgaruvchining ta'siri bilan shartlanganligini.

12. a_1 parametrning chiziqli bo'lmagan bir o'zgaruvchili regressiya tenglamasidagi qiymati qaysi formula bo'yicha aniqlanadi?

a) $\bar{y} - a_1 \bar{x}$;

b) $\frac{\sum_{i=1}^n (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^2}$;

v) $\frac{\sum_{i=1}^n (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y - \bar{y})^2}}$;

g) $a_0 \cdot x^{a_1}$

13. Regressiya tenglamasi $\hat{y}_x = 2,02 \pm 0,78x$ ko'rinishga ega. Agar x o'zining bir o'lchov birligiga oshirilsa, o'rtacha o'zining qancha o'lchov birligiga o'zgaradi:

a) 2,02 ga oshadi;

b) 0,78 ga oshadi;

v) 2,80 ga oshadi;

g) o'zgarmaydi.

14. Regressiya tenglamasining ahamiyatliligini baholash uchun qanaqa mezondan foydalaniladi?

a) Fisherning F-mezone;

b) Studentning t mezone;

v) Pirson mezone;

g) Darbin-Uotsonning d -mezone.

15. Omil 1 foizga o'zgarganda natijaviy omilning o'rtacha o'zgarishini qanaqa koeffitsiyent belgilab beradi?

a) regressiya koeffitsiyenti;

b) determinatsiya koeffitsiyenti;

v) korrelyatsiyakoeffitsiyenti;

g) elastiklik koeffitsiyenti.

16. Agar regressiya tenglamasi $\hat{y}_x = 2,02 + 0,78x$, $\bar{x} = 5,0$, $\bar{y} = 6,0$ ko'rinishga ega bo'lsa elastiklik koeffitsiyenti nimaga teng?

a) 0,94;

b) 1,68;

v) 0,65;

g) 2,42.

17. Darajali funksiya tenglamasi quyidagi qaysi ko'rinishga ega?

a) $\hat{y}_x = a_0 \cdot x^{a_1}$;

v) $\hat{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2$;

b) $\hat{y}_x = a_0 + a_1 \frac{1}{x}$;

g) $\hat{y}_x = a_0 \cdot a_1^x$.

18. Giperbola tenglamasi quyidagi qaysi ko'rinishga ega?

a) $\hat{y}_x = a_0 \cdot x^{a_1}$;

v) $\hat{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2$;

b) $\hat{y}_x = a_0 + a_1 \frac{1}{x}$;

g) $\hat{y}_x = a_0 \cdot a_1^x$.

19. Korrelyatsiya indeksi quyidagi qaysi formula bo'yicha aniqlanadi?

a) $r_{yx} = \sqrt{\frac{n-2}{1-r_{yx}^2}}$;

b) $\sqrt{\frac{S_e^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}$;

v) $\sqrt{1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}}$;

g) $\sqrt{1 - \frac{S_e^2}{S_y^2}}$.

VII BOB. VAQT QATORLARI VA ULARNING TENGLAMALARINI TUZISH USULLARI

7.1. Vaqt qatorlari va ularning turlari

Hozirgi davrdagi turli ijtimoiy-iqtisodiy hodisalarni ta'riflash va tahlil qilish uchun ushbu jarayonlarni vaqtga ko'ra (dinamikada) tavsiflovchi ko'rsatkichlar va usullar qo'llaniladi.

Ko'pchilik adabiyotlarda dinamik qator va vaqtli qator tushunchasidan foydalaniladi. "Dinamik qator" tushunchasi tor ma'noda omilning o'sish (pasayish) tendensiyasi bo'yicha yo'naltirilgan o'zgarishi sifatida talqin etiladi. Vaqtli qator deganda muayyan tendensiyaga ega bo'lishi shart bo'lmagan darajalar qatori, ya'ni qandaydir ko'rsatkichdarajalarining statistik izchilligi tushuniladi. Shunday qilib, «vaqtli qator» – ancha umumiy tushuncha. Bunday qator qandaydir ko'rsatkichdarajalari ketma-ketligining ham dinamik, ham statistik tarkibiy qismini o'z ichiga oladi. Biroq adabiyotlarda ko'pincha "dinamika qatori" atamasi qo'llaniladi.

Dinamik qator– ketma-ket (solnomaviy tartibda) joylashgan statistik ko'rsatkichlarqatori bo'lib, ularning o'zgarishi o'rganilayotgan hodisaning muayyan tendensiyasiga ega. Dinamik qator lagtarkibiy qismini o'z ichiga oladi.

Vaqtli qator – bu vaqtga ko'ra ketma-ket joylashgan sonli ko'rsatkichlar qatori bo'lib, ular hodisa yoki jarayon holati va o'zgarishining darajasini tavsiflaydi.

Vaqtli qatorning asosiy qismlari bo'lib vaqt ko'rsatkichi hamda qator darajasi hisoblanadi. Vaqt ko'rsatkichiga qarab vaqt qatorlari ma'lum va ma'lum davr uchun turlarga bo'linadi (7.1 va 7.2-jadvallar).

7.1-jadval

	I chorak 2013 y.	I-II chorak 2014 y.	I chorak 2015 y.	I chorak 2016 y.	I-IV chorak 2017 y.
YAIM ulushi	34,0	29,4	25,0	21,6	22,8
Investitsiyalar o'sishi	3,4	4,8	4,0	4,4	11,6

O'zbekistonga jalb etilgan investitsiyalarning YAIMdagi ulushi,% hisobida

Viloyatlar	2013 y.	2014 y.	2015 y.	2016 y.	2017 y.
Andijon	111,3	109,6	110,5	111,3	108,4
Samarqand	107,8	109,7	113,6	110,9	110,7
Toshkent sh.	118,6	113,0	112,4	116,7	110,2

O'zbekiston viloyatlarida YAHM hajmi indeksining dinamikasi, o'tgan yilga nisbatan % hisobida

Ifodalash shakliga ko'ra Vaqtli qatordagi darajalar mutlaq, o'rtacha (7.1-jadval) va nisbiy (7.2-jadval) miqdorlar bilan ifodalanishi mumkin.

Darajalar o'rtasidagi masofaga ko'ra vaqtli qatorlar vaqtga ko'ra (7.1 va 7.2-jadvallar) teng turadigan va teng turmaydigan darajalarga ega qatorlarga bo'linadi. Teng turuvchi qatorlarda davrni ro'yxatga olish sanalari bir-biridan keyin teng oraliqlarda keladi, teng turmaydigan qatorlarda teng oraliqlarga amal qilinmaydi.

Vaqt qatorlarini turli belgilarga ko'ra tasniflash mumkin. Vaqtga ko'ra, vaqt qatorlari oniy va oraliq qatorlarga, darajalarining ifodalanish shakliga ko'ra mutlaq, o'rtacha va nisbiy miqdorlardan tashkil topadi. Sanalar yoki vaqt oraliqlari o'rtasidagi masofaga ko'ra vaqt qatorlarisiz teng va tengsiz qatorlarga va mazmuniga ko'ra esa alohida hamda umumlashtirilgan ko'rsatkichlardan iborat qatorga bo'linadi.

Vaqt qatorlari, shuningdek, sanalar o'rtasidagi masofa va ko'rsatkichlarning mazmuni bo'yicha ham farq qiladi. Ko'rsatkichlarning mazmuniga ko'ra vaqt qatorlari alohida ko'rsatkichlardan va umumlashtirilgan ko'rsatkichlardan iborat turlarga bo'linadi. Alohida ko'rsatkichlar hodisani alohida ajratilgan holda, bir tomonlama tavsiflaydi (masalan, iste'mol qilingan suv bir sutkalik o'rtacha hajmi ko'rsatkichlarining dinamikasi); umumlashtirilgan ko'rsatkichlar alohida ko'rsatkichlardan hosil bo'lgan ko'rsatkichlar bo'lib, o'rganilayotgan hodisani kompleks tarzda tavsiflaydi (masalan, iqtisodiykonyuktura ko'rsatkichlari dinamikasi).

Vaqt qatorlarini tuzishda ma'lum shartlarga amal qilmaslik oqibatida yuzaga keladigan muayyan qoidalarga rioya etish zarur, aks holda bu qatorning taqqoslab bo'lmasiligiga olib keladi.

Vaqtli qatorni taqqoslab bo'lmasiligining asosiy sabablari quyidagilar hisoblanadi:

qamrab olinadigan obyektlar doirasi bo'yicha - obyektlarning har xil to'liqlikda qamrab olinishi natijasida yuzaga keladi;

hisoblab chiqish metodologiyasi bo'yicha - ko'rsatkichlar yagona hisoblab chiqish metodologiyasi bo'yicha hisoblab chiqilishi kerak;

o'lchov birliklari bo'yicha - ko'rsatkich turli o'lchov birliklarida ifodalanishi mumkin bo'lgan holatlarda yuzaga keladi (masalan, mehnat unumdorligi mehnat va qiymat birliklarida o'lchanadi);

ishonchlilik bo'yicha tanlashning turli davrlar bo'yicha - har xil representativligi oqibatida yuzaga keladi;

hudud bo'yicha - mintaqalar va hokazo chegaralarini o'lchash natijasida yuzaga keladi;

qiymat ko'rsatkichlaribo'yicha - narxlarni o'lchash oqibatida yuzaga keladi;

ro'yxatga olish vaqti bo'yicha - mavsumiy hodisalar tufayli yuzaga keladi. Masalan, elektr energiyasi yil vaqtlariga qarab turlicha iste'mol qilinadi. Shuning uchun uni faqat muayyan sanani hisobga olgan holda taqqoslash mumkin.

Davrlar tengligidan tashqari, taqqoslanadigan bosqichlarning bir xilligi oraliq vaqtli qator darajalari taqqoslana olinishining shartlaridan biri hisoblanadi. Vaqt qatori darajasining ko'rsatkichlari rivojlanishning yagona qonuniga bo'ysunishi kerak. Bunday holatlarda qatorni davrlarga ajratish yoki vaqtga ko'ra tipologik guruhlash amalga oshiriladi.

7.2. Vaqtli qatorlar darajasini umumiy tashkil etuvchi hadlari

Agar qatorning turli metodologiya bo'yicha yoki turli chegaralarda hisoblab chiqilgan darajalari mavjud bo'lsa, u holda bunday vaqt qatori qatorlarni birlashtirish usuli yordamida taqqoslanadigan ko'rinishga keltiriladi.

Qatorlarni birlashtirish – dinamikada ularning darajalari turli metodologiya bo'yicha yoki hududlarning turli chegaralarida hisoblab chiqilgan ikkita (yoki bir necha) qatorini bitta uzunroq dinamik qatorga birlashtirish.

Bir davr uchun turli metodologiya bo'yicha (yoki turli chegaralarda) hisoblab chiqilgan ma'lumotlarning mavjudligini birlashtirish uchun zaruriy shart hisoblanadi.

Agar qator darajasining ko'rsatkichlari ham musbat, ham manfiy qiymatlarga ega bo'lsa (masalan, tashkilotdagi qator yillar uchun foyda va zarar), u holdama'lumotlardan tahlil uchun foydalanib bo'lmaydi va vaqtli qator taqqoslana olinmaydigan hisoblanadi.

Vaqtli qator darajalarining umumiy tarkibiy qismlari quyidagicha ko'rinishga ega:

$$y_t = u_t + v_t + e_t \text{ yoki } y_t = u_t \cdot v_t \cdot e_t.$$

u_t – qatorning umumiy tendensiyasini tavsiflovchi muntazam (asosiy) qism (trend);

v_t – umumiy ko'rinishdagi mavsumiy tarkibiy qism – siklik (davriy) tarkibiy qism;

e_t – tasodifiy tarkibiy qism (tasodifiy og'ishlar).

Ko'rib turganimizdek, vaqtli qatorning darajasini shakllantiruvchi barcha tarkibiy qismlar uchta guruhga bo'linadi. Bunda trend asosiy tarkibiy qism hisoblanadi. Mavsumiy va tasodifiy tarkibiy qismlar qiymatlari undan trend tarkibiy qism ajratilganidan keyin qoladi.

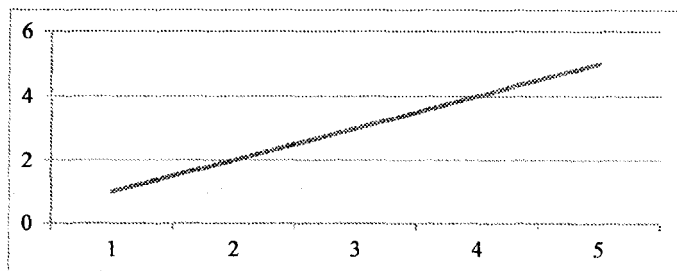
Agar barcha tarkibiy qismlar to'g'ri topilsa, u holda tasodifiy tarkibiy qismning matematik kutishi nolga teng va uning o'rtacha qiymat atrofida o'zgarib turishi doimiy.

Vaqtli qatorning darajalarini uning barcha (trend, mavsumiy va tasodifiy) tarkibiy qismlarining yig'indisi yoki ko'paytmasi sifatida ifodalash mumkin. Unda qatorning barcha tarkibiy qismlari ushbu tarkibiy qismlarning yig'indisi sifatida ifodalangan model additiv model deb nomlanadi. Agar ta'sir etish omillari tarkibiy

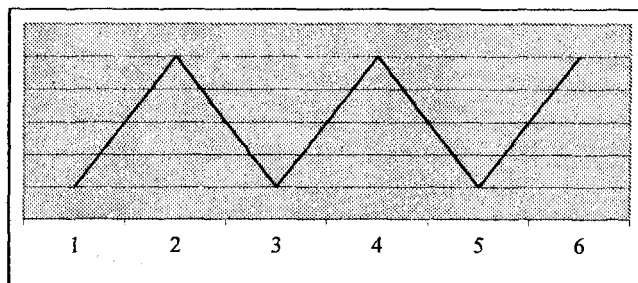
qismlarning ko'paytmasi sifatida ifodalangan bo'lsa, u holda model multiplikativ model deb nomlanadi.

Vaqtli qator tarkibiy qismlarining grafik tasviri

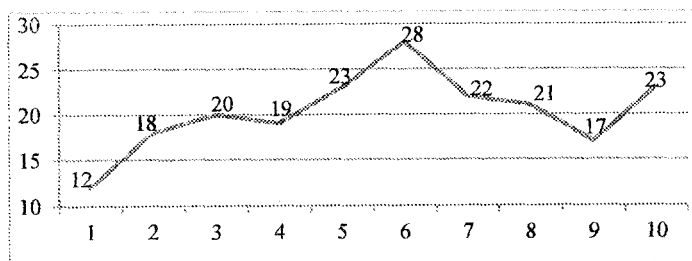
Trend (dinamika qatorining asosiy tendensiyasi) 7.1-misol



Siklik (davriy) o'zgarib turishlar 7.2-misol



Tasodifiy omillar 7.3-misol



Vaqtli qator tarkibiy qismlarining modellari quyidagilardan iborat:

additiv model

$$y_t = u_t + v_t + e_t$$

multiplikativ model

$$y_t = u_t \cdot v_t \cdot e_t$$

7.3.Trend tushunchasi va uning asosiy turlari

Yuqorida ta'kidlanganidek, trend asosiy tarkibiy qism hisoblanadi.

Trend – bu vaqtli qatordagi tasodifiy o'zgarib turishlardan ozmi-ko'pmi holi bo'lgan barqaror tendensiya.

Murakkab ijtimoiy hodisalar ko'rsatkichlarining o'zgarish tendensiyalarini faqat trendning u yoki bu tenglamasi, chizig'i bilan taqriban ifodalash mumkin. Vaqt qatorlarida odatda uchta turdagi tendensiyalar mavjud.

O'rta darajadagi tendensiya odatda atrofida tadqiq etilayotgan hodisaning haqiqiy darajalari variantlanadigan chiziqli matematik tenglama yordamida ifodalanadi. Tenglama quyidagi ko'rinishga ega:

$$Y_t = f_t + \varepsilon_t$$

Mazkur funksiyaning ma'nosi shundan iboratki, trendning qiymatlari alohida davrlarda dinamik qatorning matematik kutishlari bilan ishtirok etadi. Dispersiya tendensiyasi empirik tenglamalar bilan qatorning determinatsiyalangan tarkibiy qismi o'rtasidagi og'ishlar o'zgarishining tendensiyasini tavsiflaydi. Avtokorrelyatsiya tendensiyasi dinamik qatorning alohida tenglamalari o'rtasidagi bog'liqlikni tavsiflaydi.

Trend tenglamasini tanlashda oddiylik tamoyiliga amal qilish lozim. U chiziqlarning bir necha xillari ichidan empirik ma'lumotlarga eng yaqin (eng oddiy) chiziqni tanlashdan iborat. Bu yana shu bilan asoslanganki, trend chizig'ining tenglamasi qanchalik murakkab bo'lsa va u parametrlarning qanchalik ko'p soniga ega bo'lsa, yaqinlashishning teng darajasida ushbu parametrlarga ishonchli bahoni berish shunchalik qiyin bo'ladi.

Amaliyotda ko'pincha vaqt qatorlari trendlarining quyidagi asosiy xillaridan foydalaniladi. Trendlarning asosiy xillari:

- to'g'ri chiziqli;
- parabolik;
- giperbolik;
- eksponensial;
- logarifmik;
- logistik.

Trend tendensiyalari va tenglamalarining turlari shu tariqa bo'linadi.

Ekonometrik tadqiqotda tanlangan model bo'yicha yuqorida sanab o'tilgan tarkibiy qismlardan har birini miqdoriy baholash o'tkaziladi.

Trendni ajratishdan avval uning mavjudligi haqidagi farazni tekshirib ko'rish lozim. Amaliyotda trendning mavjudligini tekshirish uchun bir necha mezonlardan foydalaniladi, lekin quyidagi keltirilgan ikkita mezon asosiy mezonlar hisoblanadi.

7.4. Trendning mavjudligini tekshirish mezonlari

Bir qatorning o'rtasidan ikki qismga ajratilgan qismlarini ayirish usuli. O'rtadagi $H_0: \bar{Y}_1 = \bar{Y}_2$ farqining mavjudligi haqidagi faraz tekshiriladi. Buning uchun vaqtli qator ikkita teng yoki deyarli teng qismga bo'linadi. Gipotezani tekshirish mezonini sifatida Styudent mezonlari qabul qilinadi.

Agar $t \geq t_\alpha$ bo'lsa (bu yerda t – Styudent mezonining hisoblab chiqilgan qiymati; t_α – α ning ahamiyatlilik darajasida jadvaldagi qiymat), u holda trendning mavjud emasligi haqidagi faraz inkor etiladi; $t < t_\alpha$ bo'lsa, u holda trend mavjudligi haqida xulosa qilinadi.

Foster-Styuart usuli. Hodisa tendensiyasining mavjudligi va vaqtli qator darajalar dispersiyasining trendi aniqlanadi. Ko'pincha ushbu usuldan vaqtli qatorni mufassal tahlil qilishdava u bo'yicha yangi prognozlarini tuzishda foydalaniladi.

Bir qator o'rtancha ikki qismi ayirma usuli qo'llanilganda Styudent mezonining hisoblab chiqilgan qiymati quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$t = \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2}{\sigma \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

bu yerda $\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2$ — vaqtli qatorning har bir qismi uchun o'rtacha darajalar;

n_1, n_2 — qatorning har bir qismidagi kuzatuvlar soni;

σ — o'rtacha darajalar ayirmasining o'rtacha kvadratik og'ishmasi.

Styudent mezonining jadvaldagi qiymatierkinlik darajalarining soni bilan tanlanadi, so'ngra o'rtacha kvadratik og'ish aniqlanadi.

Erkinlik darajalarining soni $= n_1 + n_2 - 2$ formula orqali hisoblanadi.

O'rtacha qiymatlar ayirmasining o'rtacha kvadratik og'ishmasi quyidagi formula bilan topiladi:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)^2 \cdot \sigma_1^2 + (n_2 - 1)^2 \cdot \sigma_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}.$$

Vaqtli qatorning har bir qismidagi dispersiyalarni hisoblab chiqish uchun erkinlik darajalarining soni tanlanadi ($n_1 - 1$) va ($n_2 - 2$) o'z navbatida vaqtli qatori qismi dispersiyasining o'zi quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi:

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum (Y_i - \bar{Y}_i)^2}{n - 1}, i = 1, 2, \dots, n$$

Dispersiyalarning tengligi to'g'risidagi faraz Fisher mezonini yordamida tekshiriladi, ya'ni: $F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ bu yerda $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$.

Agar ehtimollikning berilgan (ma'lum) darajasida Fisher mezonining haqiqiy qiymati jadvaldagi qiymatdan kichik bo'lsa, dispersiyalarning tengligi to'g'risidagi faraz qabul qilinadi. Agar Fisher mezonining haqiqiy qiymati jadvaldagi qiymatdan katta bo'lsa, dispersiyalarning tengligi to'g'risidagi faraz inkor etiladi; u

holda o'rtacha qiymatlar ayirmasining ahamiyatligini tekshirish uchun Styudent mezonidan foydalanib bo'lmaydi.

Foster-Styuart usulidan foydalanishda hisoblashlar ketma-ketlikda bajariladi. Foster-Styuart usulidan foydalanishda trendning mavjudligini hisoblashbosqichlari:

Vaqtli qatorning har bir darajasini barcha bundan avvalgi darajalar bilan taqqoslash.

Taqqoslash quyidagi tengsizliklar bo'yicha o'tkaziladi:

agar $Y_i > Y_{i-1}; Y_{i-2}; Y_{i-3}; \dots; Y_1, U_i = 1; e_i = 0;$

agar $Y_i < Y_{i-1}; Y_{i-2}; Y_{i-3}; \dots; Y_1, U_i = 0; e_i = 1;$

q va d miqdorlar qiymatlarini hisoblash.

Hisoblashlar quyidagi formulalar bo'yicha amalga oshiriladi:

$$q = \sum q_i; d = \sum d_i$$

bu yerda $q_i = U_i + e_i; d_i = U_i - e_i.$

Vaqtli qator dispersiyasi o'zgarishining tendensiyasini q miqdor tavsiflaydi va qiymatlarni quyidagi chegarada qabul qiladi: $0 \leq q \leq n - 1$. Agar qatorning barcha darajalari o'zaro teng bo'lsa, u holda $q = 0$ bo'ladi. Agar vaqtli qatorning darajalari hamisha bir xil kamaysa yoki oshsa, u holda $q = n - 1$ bo'ladi. O'rtacha darajaning o'zgarish tendensiyasini d miqdor tavsiflaydi hamda ikkita – quyi va yuqori chegaraga ega. Quyi chegara $d = -(n - 1)$ hamisha bir xil tarzda kamayib boruvchi qatorni tavsiflaydi; yuqori chegara $d = (n - 1)$ hamisha bir xil tarzda ortib boruvchi qatorni tavsiflaydi. d miqdor 0 ga teng bo'lishi mumkin, lekin bunday holatlar amaliy hisob-kitoblarda juda kam uchraydi.

3. Styudent mezonini aniqlash va uni jadvaldagi qiymat bilan taqqoslash.

Styudent mezonining haqiqiy qiymatlari $(q - \bar{q})$ va $(d - 0)$ ayirmalar uchun quyidagi formulalar bo'yicha aniqlanadi:

$$t_q = \frac{q - \bar{q}}{\sigma_1}; t_d = \frac{d}{\sigma_2}.$$

bu yerda $\sigma_1, \sigma_2 - S$ va d miqdor uchun o'rtacha kvadratik og'ishma;

$\bar{q}$ – unda darajalar tasodifan joylashgan qator uchun q miqdorning o'rtacha qiymati. Agar ahamiyatlilikning muayyan darajasida Student mezonlarining haqiqiy qiymatlari jadvaldagi qiymatlardan kichik bo'lsa, u holda o'rtacha darajada va dispersiyada trendning mavjud emasligi to'g'risidagi faraz tasdiqlanadi.

7.5. Vaqt qatorlari trendi tenglamalarini tuzish

Chiziqli trend. To'g'ri chiziqli trend chizig'ining eng sodda turi bo'lib, u trendning chiziqli tenglamasi bilan ta'riflanadi.

To'g'ri chiziqli tenglamasi (chiziqli trend) quyidagi ko'rinishga ega:

$$\hat{y}_i = a_0 + a_1 \cdot t_i,$$

bu yerda $\hat{y}_i$ – i raqamli yillar uchun trendning tenglashtirilgan darajalari;

t_i – vaqtli qatorning darajalarini o'z ichiga olgan vaqt oraliklari yoki davrlarining raqamlari (yil, oy va b.); a_0, a_1 – trend parametrlari.

Ushbu chiziqli trend parametrlarining (a_0 va a_1) tavsifi quyidagicha:

a_0 – trendning son jihatdan sanoq boshi uchun qabul qilingan vaqt lahzasi yoki davri uchun o'rtacha tenglashtirilgan darajaga teng bo'lgan koeffitsiyenti;

a_1 – trendning vaqt birligi uchun qator darajalarining o'rtacha o'zgarishini tavsiflovchi koeffitsiyent.

Ushbu a_0 va a_1 parametrlarning qiymati eng kichik kvadratlar (EKK) usuli bo'yicha aniqlanadi. Buning uchun normal tenglamalar tizimi tuziladi. Chiziqli trend uchun tenglamalar tizimi:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i = n a_0 + a_1 \sum_{i=1}^n t_i \\ \sum_{i=1}^n y_i \cdot t_i = a_0 \sum_{i=1}^n t_i + a_1 \sum_{i=1}^n t_i^2 \end{cases}$$

Ikki noma'lumga ega bo'lgan tenglamani yechish uchun vaqtni sanashning boshlanishi qatorning o'rtasiga ko'chiriladi. Vaqt davrlarini raqamlashda qatorning

o'rtasidan/raqamlarning teng yarmi manfiy sonlar, qolgan yarmi esa musbat sonlar bo'ladi, ya'ni $\sum_{i=1}^n t_i = 0$. Ushbu holatda normal tenglamalar tizimi qisqaradi. Unda chiziqli trend uchun tenglamalarning soddalashtirilgan tizimi hosil bo'ladi:

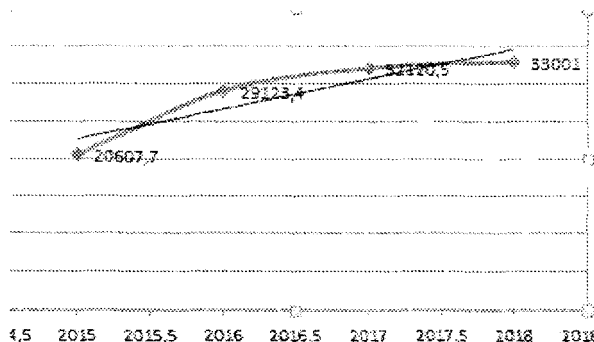
$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i = na_0 \\ \sum_{i=1}^n y_i \cdot t_i = a_1 \sum_{i=1}^n t_i^2 \end{cases}$$

$$\text{bu yerda } a_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} (a) \text{ va } a_1 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i \cdot t_i}{\sum_{i=1}^n t_i^2} (b)$$

Chiziqli trend tenglamalarning taxminan bir maromda o'zgarishi tendensiyasini: darajalarning teng vaqt oraliqlaridagi mutlaq o'sishi yoki mutlaq qisqarishiga o'rtacha teng miqdorlarni aks ettirish uchun mos keladi.

Bir maromda o'zgarishga yaqin bo'lgan mutlaq o'sish (qisqarish) sababi o'zaro o'rtacha holatga keladigan, qisman o'zaro qo'shib olinadigan omillarning turli yo'nalishli va turli tezlikdagi kuchlarning ta'sir etishidan iborat. Ularning teng amal qiluvchi ta'siri esa bir maromda ta'sir etishga yaqin xususiyatni kasb etadi. SHunday qilib, bir maromdagi dinamika ko'p sonli omillarning o'rganilayotgan ko'rsatkichning o'zgarishiga ta'sirini qo'shish natijasi hisoblanadi.

Chiziqli trendning grafik tasviri – ikkala o'qda ham chiziqli o'lchamga ega bo'lgan to'g'ri burchakli koordinatlar tizimidagi to'g'ri chiziqli (7.1-rasm).



To'g'ri chiziqli shaklidagi trend bir qator o'ziga xos xususiyatlarga ega bo'lib, ular quyidagilar bilan tavsiflanadi:

teng vaqt oraliqlaridagi teng o'zgarishlar;

agar o'rtacha mutlaq o'sish – musbat miqdorbo'lsa, u holda manfiy o'sish kattaligi yoki o'sish sur'atlari asta-sekin kamayadi;

agar o'rtacha mutlaq o'zgarish manfiy miqdorbo'lsa, u holda nisbiy o'zgarishlar yoki qisqarish sur'atlari bundan avvalgi darajaga pasayish mutlaq miqdorbo'yicha asta-sekin oshadi;

agar darajalarning qisqarish tendensiyasi mavjud bo'lib, o'rganilayotgan miqdor esa ta'rifga ko'ra musbat bo'lsa, u holda a₁ ning o'rtacha o'zgarishi o'rtacha darajadan katta bo'lishi mumkin emas;

ketma-ket davrlardagi mutlaq o'zgarishlar ayirmasi nolga teng.

Misol. 2015-2018-yillarda O'zbekistonda aholining uy-joy bilan ta'minlanganligi ko'rsatkichining vaqtli qatordagi chiziqli trendni hisoblab chiqamiz (7.3-jadval).

7.3-jadval

Yillar	Yil yakuni holatiga ko'ra uy –joy bilan ta'minlanganligi	Yillar	Yil yakuni holatiga ko'ra uy –joy bilan ta'minlanganligi
2013	15.1	2017	15.7
2014	15.2	2018	15.8
2015	15.2	2019	16.2
2016	15.4	jami	108.6

O'zbekiston aholisini uy-joy bilan ta'minlanganlik ko'rsatkichlari (1 kishiga m² hisobida)

Vaqtli qatorning o'zgaruvchanligini aniqlash uchun mutlaq o'sishning zanjirli miqdorlarini aniqlaymiz (7.4-jadval va 7.2-rasm).

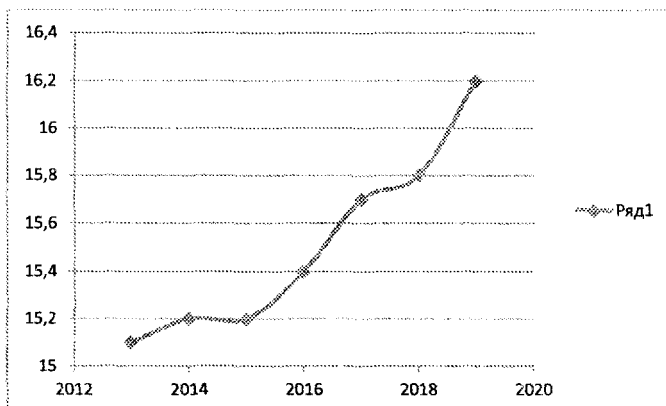
7.4-jadval

Yil	Yil yakuni holatiga ko'ra uy-joy bilan ta'minlanganlik	Mutlaq o'zgarish	Mutlaq o'zgarish miqdorlari ayirmasi
2013	15.1	—	—
2014	15.2	0,1	-0.1

2015	15.2	0	+0,2
2016	15.4	0,2	0,1
2017	15.7	0,3	-0,2
2018	15.8	0,1	0,3
2019	16.2	0,4	+0,1
O'rtacha	15.2	0,2	+0,07

O'zbekistonda 2013 – 2018 yillarda aholini uy-joy bilan ta'minlanganlik dinamikasi ko'rsatkichlari (1 kishiga m² hisobida)

Grafikda trendni grafik aniqlash maqsadida uy-joy bilan haqiqiy ta'minlanganlikni tasvirlash mumkin.



7.2-rasm. O'zbekistonda aholining uy-joy bilan ta'minlanganlik dinamikasi

7.4-jadval va 7.2-rasmdan ko'rinib turibdiki, uy-joy bilan ta'minlanganlik teng o'zgarishlarga yaqin o'zgarishlar bilan barqaror o'sish tendensiyasiga ega. O'rtacha mutlaq o'sish musbatmiqdorka ega, keyingi davrlardagi mutlaq o'zgarishlar ayirmasi nolga yaqinlashadi. O'z navbatida, O'zbekistonda yil yakuni holatiga ko'ra aholining uy-joy bilan ta'minlanganlik ko'rsatkichi uchun quyidagi chiziqli funksiyadan foydalaniladi:

$$Y_t = a_0 + a_1 t$$

a_0 , a_1 parametrlarini hisoblab chiqish uchun 7.5-jadvalma'lumotlaridan foydalanamiz.

Yil	Yil yakuni holatiga ko'ra uy-joy bilan ta'minlanganlik	t_i	t_i^2	$y_i \cdot t_i$	$\hat{y}_i$ trendning nazariy qiymatlari	ε_i trenddan og'ishma	ε_i^2 og'ishma
2013	15.1	-3	9	-45	14,9	0,20	0,04
2014	15.2	-2	4	-30,4	15,1	0,10	0,01
2015	15.2	-1	1	-15,2	15,3	-0,10	0,01
2016	15.4	0	0	0	15,5	-0,10	0,01
2017	15.7	1	1	15,7	15,7	0,00	0
2018	15.8	2	4	31,6	15,9	-0,10	0,01
2019	16.2	3	9	48,6	16,1	0,10	0,01
Jami	108,6	0	28	5,3	108,5	0,1	0,09

Chiziqli trend funksiyasi parametrlarini hisoblash

7.5-jadval ma'lumotlarini yuqoridagi (A) va (B) formulalarga qo'yganda normal tenglamalar tizimi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\begin{aligned} a_0 &= 14,7 \\ a_1 &= 0,2 \end{aligned} \Rightarrow y_t = 14,7 + 0,2 \cdot t$$

Shunday qilib, etti yil mobaynida uy-joy bilan ta'minlanganlik darajasi bir yilda o'rtacha 0,4 m² ga o'zgardi.

7.5-jadvaldaqator haqiqiy darajasining nazariy darajadan og'ishlarini hisoblab chiqish uchunnazariy qiymatlar keltirilgan.

Chiziqli trendkoeffitsiyentining reprezentativligi xatosini quyidagi formula bo'yicha aniqlaymiz:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n} = \frac{0,09}{7} = 0,01285;$$

$$\sigma = \sqrt{0,0114} = 0,1133.$$

Shu tariqa, o'rtacha kvadratik og'ish ancha kam ekanligini ko'rish mumkin.

Parabolik trend. Parabolik trend odatda ikkinchi tartibli poli nomi bilan ifodalanadi. Parabola tenglamasi (parabolik trend) quyidagi ko'rinishga ega:

$$\hat{y}_i = a_0 + a_1 y_i + a_2 t_i^2$$

Ikkinchi tartibli parabola parametrlarining qiymatlari (faqat a_1 , a_2 dan tashqari) xuddi to'g'ri chiziq tenglamasidek.

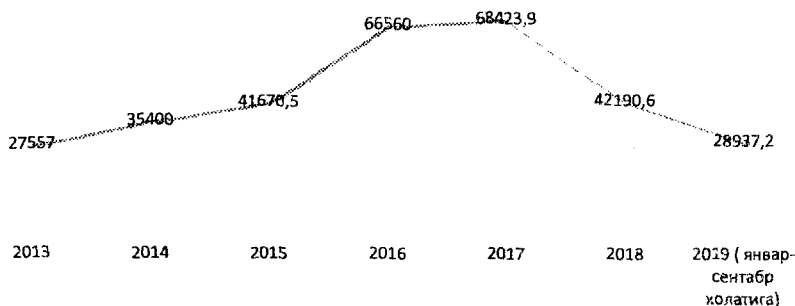
Parabola tenglamasi parametrlari qiymatlarining iqtisodiy mazmuni quyidagilarni anglatadi:

a_0 - trendning son jihatdan sanoq boshi uchun qabul qilingan vaqt lahzasi yoki davri uchun o'rtacha tenglashtirilgan darajaga teng bo'lgan koeffitsiyenti ($t_i = 0$);

a_1 - trendning butun davr uchun o'rtacha yillik o'sishning o'rtacha darajasini tavsiflovchi koeffitsiyent, u endi doimiy o'zgarmas hisoblanmaydi, balki $2a_2$ ga teng bo'lgan o'rtacha tezlashish bilan bir tekis o'zgaradi;

a_2 - tenglamaning asosiy parametri, tezlashishtavsiflovchi konstanta.

Ikkinchi tartibli parabola shaklidagi trend dinamikaning ularga rivojlanishdagi ayrim, odatda qisqa vaqtli bosqichida darajalar mutlaq o'zgarishlarining taxminan doimiy tezlashishi xos bo'lgan tendensiyalarini aks ettirish uchun qo'llaniladi (7.3-rasm).



7.3-rasm. O'zbekistonda aholining asosiy kapitalga kiritgan investitsiyalar dinamikasi

Parabola shaklidagi trend bir qator xususiyatlarga ega va ular quyidagicha tavsiflanadi:

Teng vaqt oraliqlarida teng bo'lmagan, lekin bir maromda ortib boruvchi yoki bir maromda kamayib boruvchi mutlaq o'zgarishlar kuzatiladi.

Parabola ikkita shoxobchaga ega: belgi darajalarining oshishini o'zida mujassam etgan ortib boruvchi shoxobchava ularning kamayishini o'zida mujassam etgan pasayib boruvchi shoxobcha.

Tenglamaning erkin a'zosi a_0 vaqtini sanash boshlang'ich lahzasidagi ko'rsatkichning qiymati sifatida odatda uzoq vaqt davom etadigan miqdor bo'lishi tufayli, trendning xususiyati a_1 va a_2 parametrlarining belgilari bilan belgilanadi:

a) $a_1 > 0$ va $a_2 > 0$ bo'lganida, ortib boruvchi shoxobcha, ya'ni darajalarning jadal o'sishi tendensiyasi o'rin tutadi;

b) $a_1 > 0$ va $a_2 < 0$ bo'lganida, pasayib boruvchi shoxobcha, ya'ni darajalarning jadal qisqarish tendensiyasi o'rin tutadi;

v) $a_1 > 0$ va $a_2 > 0$ bo'lganida, darajalar o'sishining susayishini o'zida mujassam etgan ortib boruvchi shoxobcha yoki agar ularni yagona jarayon deb hisoblash mumkin bo'lsa, parabolaning ikkala shoxobchasi – ortib boruvchi va pasayib boruvchi shoxobcha o'rin tutadi;

g) $a_1 > 0$ va $a_2 < 0$ bo'lganida, darajalar o'sishining susayishini o'zida mujassam etgan pasayib boruvchi shoxobcha yoki agar ular yagona tendensiya hisoblansa, parabolaning ikkala shoxobchasi – pasayib boruvchi va ortib boruvchi shoxobcha o'rin tutadi.

4. O'zgarishlarning zanjirli sur'atlari yo kamayadi yoki ayrim vaqtda oshadi, lekin ancha uzoq davrda ertami yoki kechmi o'sish sur'atlari, albatta, kamaya boshlaydi, darajalarning qisqarish sur'atlari esa $a_1 < 0$ va $a_2 < 0$ bo'lganida, albatta orta boshlaydi (nisbiy o'zgarishning mutlaq kattaligi bo'yicha).

Eng kichik kvadratlar usuli bilan a_0 , a_1 , a_2 parametrlarini hisoblash uchun quyidagi uchta noma'lum darajaga ega bo'lgan normal tenglamalar tizimi tuziladi. Parabolik trend uchun normal tenglamalar tizimi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i = na_0 + a_1 \sum_{i=1}^n t_i + a_2 \sum_{i=1}^n t_i^2 \\ \sum_{i=1}^n y_i t_i = a_0 \sum_{i=1}^n t_i + a_1 \sum_{i=1}^n t_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^n t_i^3 \\ \sum_{i=1}^n y_i t_i^2 = a_0 \sum_{i=1}^n t_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^n t_i^3 + a_2 \sum_{i=1}^n t_i^4 \end{cases}$$

Vaqt davrlari (lahzalari) ning sanoq boshini qatorning o'rtasiga ko'chirishda ushbu $\sum t_i$ va $\sum t_i^3$ davrlar raqamlari toqdarajalarining summolari nolga tenglashtiriladi. O'z navbatida, ikkinchi tenglama bir noma'lum darajali tenglamaga aylanadi. Bundan a_1 parametrni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$a_1 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i t_i^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2}$$

Qolgan tenglamalar ikkita noma'lum darajaga ega bo'lgan ikkita tenglama tizimini hosil qiladi. Unda parabolik trend uchun tenglamalarning qisqartirilgan tizimi quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i = na_0 + a_2 \sum_{i=1}^n t_i^2; \\ \sum_{i=1}^n y_i = na_0 + a_2 \sum_{i=1}^n t_i^2 \\ \sum_{i=1}^n y_i t_i^2 = a_0 \sum_{i=1}^n t_i^2 + a_2 \sum_{i=1}^n t_i^4 \end{cases}$$

Trendning parabolik tenglama iqtisodiy hodisalar va jarayonlarni tahlil qilishda juda kam hollarda uchraydi.

7.3-rasm uchun foydalanilgan ma'lumotlar asosidagi parabolik trend modeli parametrlari quyidagi ko'rinishga ega:

$$y = 1461,3 + 1136,5t + 190,02t^2; R^2 = 0,9958.$$

O'zbekistonda aholining asosiy kapitalga kiritgan investitsiyalari yiliga o'rtacha 1136,5 mlrd. so'm hajmida o'zgargan.

Giperbolik trend. Quyidagi ko'rinishga ega bo'lgan tenglama giperbolaning oddiy shakllaridan biri hisoblanadi. Giperbola tenglamasi (giperbolik trend)

$$\hat{y}_i = a_0 + \frac{a_1}{t_i}$$

Giperbola tenglamasi parametrlari qiymatlarining mazmuni quyidagicha izohlanadi:

a_0 - giperbolaning erkin a'zosi, qator darajasi unga intiladigan chegara;

a_1 - giperbolaning asosiy parametri;

agar $a_1 > 0$ bo'lsa, u holda ushbu trend $t \rightarrow \infty$, $\hat{y}_i \rightarrow a_0$ bo'lganda ham darajalar pasayishining susayish tendensiyasini ifodalaydi;

$a_1 < 0$ bo'lsa, u holda, t ning ortishi bilan, ya'ni vaqt o'tishi bilan trend darajalari ortadi va $t \rightarrow \infty$ da a_0 miqdorga intiladi.

Giperbolik trendni hisoblab chiqishda vaqt davrlarini qatorning o'rtasidan raqamlab bo'lmaydi, chunki $1/t_i$ qiymatlar hamma vaqt musbat bo'lishi kerak.

Giperbolik trend - trendlarning boshqa turlari kabi bir qator xususiyatlarga ega, ya'ni $a_1 > 0$ bo'lganda, darajalar asta-sekin pasayadi va $\hat{y}_i \rightarrow a_0$; shuningdek, manfiy mutlaq o'zgarishlar va musbat tezlashish miqdorlari ham kamayadi; o'zgarishning zanjirli sur'atlari o'sadi va 100%ga intiladi.

$a_1 < 0$ bo'lganda, darajalar asta-sekin ortib boradi va $\hat{y}_i \rightarrow a_0$; shuningdek, musbat mutlaq o'zgarishlar va manfiy tezlashish miqdorlari ham kamayadi; o'sishning zanjirli sur'atlari asta-sekin pasayadi va 100%ga intiladi.

Ekspontensial trend. Quyidagi tenglama bilan beriladigan trendekspontensial trend deb nomlanadi:

$$\hat{y}_i = a \cdot k^i, \text{ yoki } \hat{y}_i = \exp[\ln a + \ln k \cdot t_i]$$

Ekspontenta tenglamasi parametrlarining qiymatlari mazmuni quyidagicha izohlanadi:

k - tenglamalar o'zgarishining doimiy sur'ati (zanjirli). Agar $k > 1$ bo'lsa, u holda ortib boruvchi darajalarga ega bo'lgan trend mavjud. Bunda ushbu ortib borish

shunchaki tezlashgan ortib borish emas, balki yanada yuqori tartiblarning ortib boruvchi tezlashishga va ortib boruvchi hosilalariga ega bo'lgan ortib borish.

Agar $k < 1$ bo'lsa, u holda doimiy, lekin darajalarning susayib boruvchi qisqarish tendensiyasini ifodalovchi trend mavjud, bunda susayib borish uzluksiz ravishda kuchayib boradi. EkspONENTA ekstremumga (maksimum yoki minimumga) ega emas va $t \rightarrow \infty$ bo'lganda yo $k > 1$ bo'lganda ∞ ga, yoki $k < 1$ bo'lganda 0 ga intiladi.

a - eksponentaning erkin a'zosi tenglashtirilgan darajaga, ya'ni trendning vaqt sanoq boshi uchun qabul qilingan lahzasi yoki davridagi darajasiga teng ($t = 0$ bo'lganda).

EkspONENSIAL trend darajalarining o'sishi uchun hech qanday cheklavlarni sodir qilmaydigan muhitda rivojlanadigan jarayonlarga xosdir. O'z navbatida, amaliyotda bunday hodisalar faqat vaqtning cheklangan oralig'ida uchraydi, chunki har qanday muhit erta-kechmi cheklavlarni sodir qiladi. EkspONENSIAL trend bir qator xususiyatlarga ega. Ular quyidagilar:

Trend darajalarining mutlaq o'zgarishlari darajalarning o'ziga proporsional.

Ekstremumlar eksponentaga ega emas: $k > 1$ bo'lganda, trend ∞ ga, $k < 1$ bo'lganda, trend 0 ga intiladi.

Trend darajalari geometrik progressiyani o'zida namoyon etadi: t -traqamli davr darajasi - $(a \cdot k^m)$.

$k > 1$ bo'lganda, trend darajalarning notekis tezlashuvchi o'sishini aks ettiradi, $k < 1$ bo'lganda, trend darajalarning notekis susayuvchi kamayishini aks ettiradi.

EkspONENTA vaqtga ko'ra har qanday tartibning doimiy hosilalariga ega emas (faqatgina o'zgarishning zanjirli sur'ati doimiy).

Logarifmik trend. Logarifmik trend tenglamasi o'rganilayotgan jarayon ko'rsatkichi o'sishining susayishiga olib keladigan hollarda qo'llaniladi. Lekin bunda o'sish to'xtamaydi, balki qandaydir cheklangan chegaraga intiladi. Mazkur holatda trendning giperbolik shakli ham, manfiy tezlashishga ega bo'lgan parabola ham mos kelmaydi. Logarifmlar sonlarning (t davrlar raqamlari) o'ziga qaraganda ancha sekin ortib boradi, lekin logarifmlarning o'sishi cheklanmagan. Vaqt davrlari

(lahzalari)ning sanoq boshini tanlashda mutlaq o'zgarishlar pasayishining haqiqiy vaqtli qatorga eng mos keladigan tezligini topish mumkin.

Logarifmik trend quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$\hat{y}_i = a_0 + a_1 \ln t_i$$

Logarifmik trend quyidagixususiyatlarga ega:

Agar $a_0 < 0$ bo'lsa, u holda darajalar susayish bilan ortib boradi, agar $a_1 < 0$ bo'lsa, u holda trend darajalari susayish bilan kamayadi.

Modul bo'yicha darajalarning mutlaq o'zgarishlari vaqt o'tishi bilan kamayadi.

Mutlaq o'zgarishlar tezlashishining qiymatlari mutlaq o'zgarishlar belgisiga qarama-qarshi belgiga ega bo'lib, modul bo'yicha asta-sekin kamayadi.

O'zgarish sur'atlari (zanjirli) $t \rightarrow \infty$ bo'lganida, asta-sekin 100 %ga yaqinlashadi.

Logarifmik trend ham xuddi giperbolik trend kabi o'zgarishlarning asta-sekin so'nib boruvchi jarayonini aks ettiradi. Biroq, ushbu trendlar bir-biridan katta farq qiladi. Giperbola bo'yicha so'nish yakuniy chegaraga yaqinlashishda tez kechadi, logarifmik trendda esa so'nib boruvchi jarayon cheklovsiz g'oyat sekin davom etadi.

Logistik trend. Trendning logistik shakli o'rganilayotgan ko'rsatkich rivojlanishning to'liq siklidan o'tadigan jarayonlarni ta'riflash uchun foydalaniladi; bunda u nolli darajadan boshlab, dastlab sekin, lekin tezlashgan holda ortib boradi, so'ngra tezlashish siklning o'rtasida yo'qoladi, ya'ni o'sish chiziqli trend bo'yicha yuz beradi; shundan keyin, siklning yakuniy qismida, ko'rsatkichning oxirgi qiymatiga yaqinlashgan sayin o'sish giperbola bo'yicha sekinlashadi.

Agar darajalar 0 dan 1 gachadiapazonda o'zgarsa, u holda logistik trend tenglamasi (1) ko'rinishga ega bo'ladi. Agar darajalarning o'zgarish diapazoni nol bilan emas, balki vaziyatning mohiyatiga qarab belgilanadigan, u_{max} va u_{min} bilan belgilanadigan har qanday qiymatlar bilan cheklangan bo'lsa, u holda logistik trend formulasi (2) ko'rinishga ega bo'ladi.

Logistik trend tenglamasi:

$$\hat{y}_i = \frac{1}{1 + a_0 + a_1 t_i} \quad (1)$$

yoki

$$\hat{y}_i = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{l^{a_0 + a_1 t_i} - 1} + y_{\min} \quad (2)$$

Logistik tenglama (a_0, a_1) parametrlarining turli qiymatlarida turli xildagi trendlar olinadi.

Logistik trend asosiy parametrlarining qiymatlari quyidagi shartlar bilan izohlanadi:

Agar $a_0 > 0, a_1 < 0$, bo'lganida, t_i vaqt davrlari raqamlarining ortishi bilan darajalar ortishining logistik tendensiyasi kuzatiladi, bunda agar oshish deyarli nolli qiymatdan boshlanishi lozim bo'lsa, u holda a_0 taxminan 10ga teng bo'lishi kerak. a_1 modul qanchalik katta bo'lsa, darajalar shunchalik tez ortib boradi.

Agar $a_0 < 0, a_1 > 0$ bo'lsa, darajalari pasaygan logistik trend, bunda agar pasayish deyarli 1 dan boshlanishi lozim bo'lsa, u holda a_0 taxminan - 10ga teng bo'lishi kerak. a_1 modul qanchalik katta bo'lsa, darajalar shunchalik tez pasayib boradi.

7.6. Trendlar turlarini aniqlash

Yuqorida ko'rib o'tilgan trendlarni amaliyotga qo'llashda ularni tanlash masalasi yuzaga keladi. Trendning darajalar haqiqiy qatorining tendensiyasini eng yaxshi tarzda aks ettiruvchi turini to'g'ri tanlash uchun trend turlarini aniqlashning bir necha usullaridan foydalaniladi. Quyida eng keng tarqalgan usullarning asosiylari keltirilgan.

Grafik usul. Grafikni tuzish qoidalarini bajarish: ham qator darajalarining kattaligi bo'yicha, ham vaqtga ko'ra o'lchamga aniq amal qilish lozim. Vaqt oraliqlari abtissa o'qiga, darajalar miqdorlari ordinatalar bo'ylab tashlanadi. Har bir o'q bo'yicha shunday o'lchamni belgilash kerakki, grafikning kengligi uning balandligidan taxminan 1,5 marta katta bo'lsin. Agar qator darajalari butun davr mobaynida noldan ancha katta bo'lsa va o'zaro ko'pi bilan 20-30 foizga farq qilsa, u holda ordinatalar o'qida uzilishni belgilash, o'lchamni darajalarning kichigi, o'qning uzilishidan salgina oshadigan qilib oshirish lozim.

Agar qator darajalari o'nlab, yuzlab va minglab marta farq qilsa, teng kesimlar darajalar farqini bir xil marta anglatishi uchun ordinatalar o'qini logarifmik o'lchamda joylashtirish darkor.

Trendning xili haqidagi statistik g'oyalarni tekshirish. G'oyani matematik ifodalash uchun quyidagilar bajarilishi lozim:

- o'zgarib turishlarning trendni buzib ko'rsatuvchi ta'sirini pasaytirish uchun darajalar qatori tekislanadi (sirg'anuvchi o'rtacha miqdor);

- tekislangandarajalar qatori bo'yicha $\Delta_i = u_{i+1} - u_i$ zanjirli mutlaq o'zgarishlar (parabola uchun – tezlashishlar, eksponenta uchun – o'sish sur'atlari) hisoblab chiqiladi;

- qator bir necha teng yoki taxminan teng kichik davrlarga bo'linadi va ularning har biri bo'yicha parametrlarning o'rtacha kattaligi hisoblab chiqilib, uning doimiyliigi oldinga surilgan trendning turi haqidagi g'oyani tasdiqlaydi: o'rtacha mutlaq o'sish – to'g'ri chiziq uchun, o'rtacha tezlashish – parabola uchun, o'rtacha sur'at – eksponenta uchun;

- tekshirilayotgan parametrlarning ko'plab o'rtacha qiymatlarida dispersion tahlil usuli bilan yoki ikkita qiymatda t mezon bo'yicha boshlang'ich qatorning turlikichik davrlarida parametr o'rtachaqiymatlari farqining muhimligi tekshiriladi.

Agar turlikichik davrlarida parametr o'rtachaqiymatlari farqlarining muhim emasligi to'g'risidagi g'oyani inkor etish mumkin bo'lmasa, u holda trendning tegishli xili to'g'risidagi g'oya qabul qilinadi. Agar o'rtachaqiymatlarning farqlari muhim deb e'tirof etilsa, trendning ushbu xili to'g'risidagi g'oya inkor etiladi va murakkablashish tartibida keyingi g'oya: to'g'ri chiziq inkor etilganidan keyin – eksponenta to'g'risidagi g'oya; eksponenta inkor etilganidan keyin – parabola to'g'risidagi g'oya; parabola inkor etilgan taqdirda – chiziqlarning boshqa turlari to'g'risidagi g'oya ilgari suriladi.

7.7. Mavsumiy tebranishlar va ularning ko'rsatkichlarini aniqlash usullari

Mavsumiy tebranishlar (o'zgarib turishlar) – bu har bir vaqt davrida takrorlanib turuvchi yil vaqtining o'zgarishi bilan bog'liq o'zgarib turishlardir.

Bunday o'zgarishlar bevosita boshqa omillarning o'zgarib turishlaribilan bog'liq bo'lishi mumkin, masalan, yoz davrida salqin ichimliklarni iste'mol qilish havo haroratiga bog'liq. O'zaro bog'liqlik bilvosita (ikkilamchi) omillar bilan shartlangan bo'lishi mumkin: siyosiy, iqtisodiy, ijtimoiy, masalan, yil yakuniga kelib aholi daromadlarining mavsumiy o'sishi (mukofotlar, «o'n uchinchi» maosh yoki dividendlar to'lanishi), yozda konservantlar tayyorlash davrida shakar narxi oshishi.

Agar yil mobaynida bir necha yil uchun ko'rsatkich darajasi faqat bir marta oshsa (pasaysa), u holda bir mavsumiy siki haqida so'z boradi; agar davr mobaynida bir necha marta eng kam va eng ko'p tebranishlar kuzatilsa, u holda mavsumiy o'zgarib turishlar statistik modeli olingan siklik (davriy) jarayoniga muvofiq tanlanadi.

Ta'kidlash lozimki, vaqtli qator hamma vaqt ham mavsumiy (siklik) tarkibiy qismni o'zida mujassam etmaydi. Mavsumiy o'zgarib turishlarning mavjudligini yoki mavjud emasligini tekshirish qandaydir (dispersion, garmonik) mezon yordamida yoki grafikni tuzgan holda ko'z bilan amalga oshiriladi.

Agar mavsumiy jarayonning mavjudligi tasdiqlansa, mavsumiy tarkibiy qism ajratiladi. Mavsumiy tarkibiy qismning qiymatlari sirg'anuvchi o'rtacha miqdor va additiv yoki multiplikativ modelni tuzish bilan hisoblab chiqiladi.

Additiv modely_t = i_t + v_t + ε_t ko'rinishga ega bo'lib, u mavsumiy o'zgarib turishlar amplitudasi vaqt o'tishi bilan o'zgarmagan taqdirda qo'llaniladi.

Agar katta mavsumiy o'zgarishlar ro'y bersa, u holda $y_t = i_t * v_t * \varepsilon_t$ multiplikativ modeldan foydalanish mumkin.

Mavsumiy vasiklik (davriy) o'zgarib turishlar regression, spektral va iteratsiya usullari yordamida aniqlanadi. Ana shunday usullardan biri – mavsumiy tebranish to'liqlinini tuzish va mavsumiylik indekslarini hisoblab chiqish usulidir.

Agar dinamik qator uzoq davrga ega bo'lsa (15-25yil), u holda mavsumiy o'zgarib turishlar davrning yagona sifatli xususiyatlarini hisobga olgan holda (qator dastlab sifat jihatdan bir xil davrlarga bo'linadi), yoki ko'p marta sirpanuvchi tenglashtirish metodiga muvofiq aniqlanadi.

Siklik (davriy) o'zgarib turishlarni modelashtirish mavsumiy tarkibiy qismni modelashtirish metodiga o'xshash metodiga muvofiq aniqlanadi.

Mavsumiy tebranish davrini aniqlash uchun I_s mavsumiylik indeksi hisoblanadi.

Mavsumiylik indeksi I_s — bu mavsumiy tebranish davri qismni hisoblab chiqish uchun foydalaniladigan nisbiy ko'rsatkich. Indeksni hisoblashda vaqtli qator umumiy tendensiyasining xususiyatiga qarab tanlanadigan turli usullar qo'llaniladi.

Mavsumiylik indekslarining hisobi faqat trend dinamik qatordan chiqarib tashlangan yoki doimiy darajaga ega bo'lgan hollarda qo'llaniladi.

Mavsumiylik indeksini hisoblashda quyidagi usullar qo'llaniladi:

1-holat. Dinamika qatori yaqqol ifodalangan rivojlanish tendensiyasiga ega emas.

2-holat. Dinamika qatori trendga ega (nostatsionar dinamika qatori).

3-holat. Mavsumiy o'zgarib turishlarning barqaror tendensiyasiga ega bo'lishi lozim.

Ushbu usullarning har biri quyidagi xususiyatlarga ega:

1-holat. Agar dinamika qatori yaqqol ifodalangan rivojlanish tendensiyasiga ega bo'lmasa, u holda mavsumiylik indeksleri ular oldindan tenglashtirilmagan holda bevosita empirik ma'lumotlarbo'yichahisoblab chiqiladi.

Mavsumiylik indekslarini hisoblash uchun kamida uch yillik davr bo'yicha ma'lumotlarga ega bo'lish lozim. Mazkur usulning mohiyati bir nomli davr bo'yicha $\bar{y}_i$ o'rtacha qiymatlarni va tahlil qilinayotgan butun qator uchun $\bar{y}$ qatorning umumiy o'rtacha darajasini hisoblab chiqishdan iborat. Ushbu ma'lumotlar asosida mavsumiylik indeksi quyidagi formula orqali aniqlanadi:

$$I_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100$$

Qatorning o'rtacha darajasi sifatida ham o'rtacha arifmetik chamalangan moda yoki boshqa tarkibiy o'rtacha miqdordan foydalanish mumkin. Ular ancha uzoq davr vaqt qatorlari uchun yoki tasodifiy tebranish davrini yo'qotish uchun qo'llaniladi.

Misolalar

O'zbekiston milliy valyutasi so'mning yevroga nisbati haqida quyidagi ma'lumotlar mavjud (7.6-jadval). Mavsumiylik indeksini aniqlash talab etiladi (qator yaqqol ifodalangan rivojlanish tendensiyasiga ega bo'lmagan taqdirda).

7.6-jadval

O'yilar	Yillar			O'rtacha oylik qiymat, so'm	Mavsumiylik indeksi %
	2017	2018	2019		
Yanvar	3411	9961	9504	7625,3	80,2
Fevral	3460	10012	9487,6	7653,2	80,7
Mart	3800	10000	9585,6	7795,2	81,3
Aprel	3850	9900	9443,9	7731,3	81,9
May	4190	9200	9461,4	7617,1	80,5
Iyun	4350	9170	9632,3	7717,4	80,1
Iyul	4670	9108	9635	7804,3	81,0
Avqust	4845	8894	9733	7824,0	80,4
Sentyabr	9634	9418	10393	9815,0	94,4
Oktyabr	9468	9344	10373	9728,3	93,8
Noyabr	9480	9401	10480	9787,0	93,4
Dekabr	9692	9542,4	10555	9929,8	94,1
O'rtacha	5904,2	9495,9	9857,0	8419,0	

O'zbekiston milliy valyutasi so'mning yevro kursiga nisbatan dinamikasi (so'm.).

Mavsumiylik tebranish davri qismini hisoblash uchun uch yillik o'rtacha qiymatlarni hisoblab chiqish kerak. Dastlab oylar bo'yicha:

$$\text{yanvar uchun } y_o = \frac{2213,36 + 2359,67 + 2668,7}{3} = 2413,91 (\text{so'm.})$$

$$\text{fevral uchun } y_o = \frac{2256,13 + 2425,5 + 2693,07}{3} = 2458,23 (\text{so'm.}) \text{ va hokazo.}$$

So'ngra o'rtacha yillik qiymat hisoblab chiqiladi:

$$\bar{y} = \frac{2213,36 + 2256,13 + \dots + 3031,9}{36} = 2536,05 (\text{so'm.})$$

Olingan ma'lumotlar bo'yicha mavsumiylik indeksi aniqlanadi:

$$I_s = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \cdot 100 = \frac{2413,91}{2536,05} \cdot 100 = 95,18(\%) \text{ va h.}$$

Olingan natijalar 7.7-jadvalda keltirilgan.

7.7-jadval

Oylar	Yillar			O'rtacha oylik qiymat, so'm	Mavsumiylik indeksi, %
	2014	2015	2016		
Yanvar	2213,36	2359,67	2668,71	2413,91	95,18
Fevral	2256,13	2425,50	2693,07	2458,23	96,93
Mart	2381,34	2439,55	2634,09	2484,99	97,98
Aprel	2442,02	2432,19	2692,13	2522,11	99,45
May	2404,38	2372,61	2686,84	2487,94	98,10
Iyun	2451,01	2382,81	2787,43	2540,42	100,17
Iyul	2447,42	2315,22	2783,57	2515,40	99,18
Avgust	2449,49	2397,96	2824,45	2557,30	100,84
Sentyabr	2379,84	2528,98	2838,11	2582,31	101,82
Oktyabr	2427,14	2548,21	2950,08	2641,81	104,17
Noyabr	2390,05	2524,34	2974,08	2629,49	103,68
Dekabr	2143,97	2620,31	3031,90	2598,73	102,47
O'rtacha	2365,51	2445,61	2797,04	2536,05	-

O'zbekiston milliy valyutasi so'mning yevro kursiganisbatan mavsumiylik indeksini hisoblash

Mavsumiylik indeksining o'rtacha qiymati 100 foizni emas, balki 100,07 foizni tashkil qiladi. Agar farq katta bo'lsa, u holda keyingi hisob-kitoblarda indekslarni proporsional miqdorga to'g'rilash lozim.

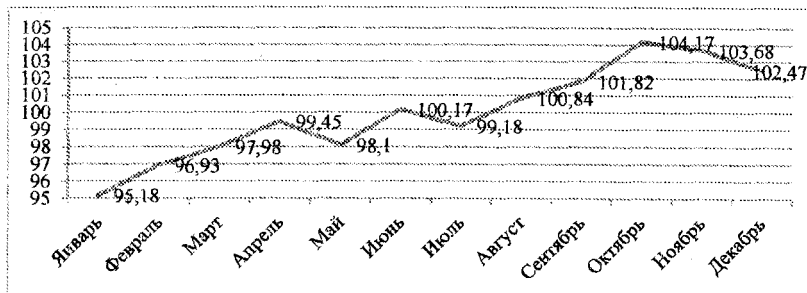
O'rtacha qiymatlarni mavsumiy tebranish to'liqligining grafik tasviri hisoblangan chiziqli diagrammada ko'rsatish mumkin (7.4-rasm). Mavsumiy tebranish to'liqini – bu olingan mavsumiylik indekslarining grafik tasviridir.

Shunday qilib, yevroga nisbatan eng yuqori talab iyunda va avgust-dekabrda, ya'ni daromadlar va iste'mol darajasi yuqori bo'ladigan oylarda qayd etildi. Valyutaga bo'lgan past talab yanvar-may va iyul oylarida kuzatildi.

2-holat. Agar dinamika qatori trendga ega bo'lsa (nostatsionar dinamika qatori), u holda hisoblash tartibi quyidagi bosqichlarni o'z ichiga oladi:

qatorning ichki yillik (oylik, choraklik) darajalari bo'yicha sirg'anuvchi o'rtacha miqdor yoki tahliliy tenglashtirish (y_i) usullari bilan bir necha yillik hisoblab chiqilgan (tenglashtirilgan) darajalarni aniqlash;

Mavsumiy indeks, %



7.4-rasm.O'zbekiston milliy valyutasi so'mning yevro kursiganisbatantebranish to'liqini

qatordarajalari haqiqiy qiymatlari (y_i) va tenglashtirilgan (hisoblab chiqilgan) qiymatlar ($\bar{y}_i$) nisbiy miqdorini aniqlash;

butun tadqiq etilayotgan davr uchun olingan mavsumiylik ko'rsatkichlarini o'rtacha holatga keltirish quyidagi formula bilan amalga oshiriladi:

$$I_s = \frac{\sum \frac{y_i}{\bar{y}}}{n}$$

Additiv va multiplikativ modellarda mavsumiy tebranish davri qismini yo'qotish uchun dinamika qatorining tenglashtirilgan va tuzatishlar kiritilgan darajalariqatorning boshlang'ich qiymatlaridan chiqarib tashlanadi.

O'zbekistonda uzoq xorijiy mamlakatlarga paxta tolasi eksportining 2015-2018 yillar oralig'idagi dinamikasini 7.8-jadval orqali bilib olishimiz mumkin.

7.8-jadval

Chorak	Eksport – jami, ming. T			
	2015y.	2016y.	2017y.	2018y.
I	7,8	9,7	12,0	14,0
II	10,2	10,8	14,0	17,0
III	11,5	11,8	16,2	16,8
IV	8,5	10,5	15,3	15,8

Mavsumiy tebranish davri qismini va uning intensivligini aniqlash, mavsumiy tebranish qismini hisobga olgan holda additiv modelni tuzish va uni tahliliy tenglashtirish yordamida yo'qotish mumkin. Mavsumiy tebranish qismini aniqlash uchun sirg'anuvchi o'rtacha miqdor usulidan foydalanamiz (7.9-jadval).

7.9-jadval

Yillar	Chorak	Paxta tolasini eksporti, ming.T	To'rt chorak uchun yakun, $\sum (I + IV)$	To'rt chorak uchun sirpanuvchi o'rtacha miqdor $\sum (I + IV) : 4$	Markazga surilgan sirpanuvchi o'rtacha miqdor $\sum (I + IV) : 2$	Mavsumiy tebranish qismining og'ishi (2-5)
2014	I	7,8	—	—	—	—
	II	10,2	38,0	9,5	—	—
	III	11,5	39,9	10,0	9,7	1,8
	IV	8,5	40,5	10,1	10,5	-2,0
2015	I	9,7	40,8	10,2	10,1	-0,4
	II	10,8	42,8	10,7	10,4	0,4
	III	11,8	45,1	11,3	11,0	0,8
	IV	10,5	48,3	12,1	11,7	-1,2
2016	I	12,0	52,7	13,1	12,6	-0,6
	II	14,0	57,5	14,3	13,7	0,3
	III	16,2	59,5	14,9	14,6	1,6
	IV	15,3	62,5	15,6	15,2	0,1
2017	I	14,0	63,1	15,8	15,7	-1,7
	II	17,0	63,6	15,9	15,8	1,2
	III	16,8	—	—	—	—
	IV	15,8	—	—	—	—

Mavsumiy tebranishlarini hisoblash ma'lumotlari (ming t.)

Olingan sirpanuvchi o'rtacha miqdor qiymatlari juft qatorda turganligi bois metodika qatorini markazga surish bilan to'ldirish kerak. Unda:

$$y_1 = \frac{9,5 + 10,0}{2} = 9,7 \text{ (ming.t)}$$

$$y_2 = \frac{10,0+10,1}{2} = 10,5 (\text{ming.t}) \text{ va h.k.}$$

Belgini taqqoslash bazasining boshi va yakuniga nisbatan mavsumiy pasayishlari va mavsumiy oshishlarining simmetrikligi zaruriy shart hisoblanadi (7.5-rasm). Eksport, ming t.



7.5-rasm. Paxta tolasi eksportining markazga surilgan sirpanuvchi o'rtacha kattaligidinamikasi

Biroq ushbu ko'rsatkichda simmetriklikka amal qilinmaydi, shuning uchun olingan modeldan ayrim cheklovlar bilan foydalanish mumkin (7.10-jadval).

I chorakdan III chorakkacha eksport hajmining kamayishi, har bir davrning III choragidan to IV chorakka qadar ushbu ko'rsatkichning pasayishi kuzatiladi. Ammo, markazga surilgan o'rtacha miqdor faqat kamayish tendensiyasini ko'rsatmoqda.

7.10-jadval

Chorak	Eksport – jami, ming t			
	2014	2015	2016	2017
I	—	10,1	12,6	15,7
II	—	10,4	13,7	15,8
III	9,7	11,0	14,6	—
IV	10,5	11,7	15,2	—

Mavsumiy omilni hisobga olgan holda O'zbekistondan paxta tolasi eksport qilish dinamikasi (Tovar xomashyo birjasi ma'lumotlariga ko'ra)

Olingan ma'lumotlarga ko'ra mavsumiy tarkibiy qismning og'ishini aniqlash zarur (7.9-jadvalga qarang).

$$\Delta y_1 = 11,1 - 9,7 = 1,5 \text{ ming. t.}$$

$$\Delta y_2 = 8,5 - 10,5 = -2,0 \text{ ming. t. va h.k.}$$

Mavsumiy tebranish davriy qismining og'ish ma'lumotlari bo'yicha mavsumiylik indekslarini aniqlaymiz (7.11-jadval).

7.11-jadval

Chorak	Yil	Mavsumiy tebranish qismining og'ishi	Yillar bo'yicha <i>i</i> chorak uchun yakun	<i>i</i> chorak uchun mavsumiy tebranish qismining o'rtacha bahosi ($\bar{\Delta}_i$)	Tuzatishlar kiritilgan mavsumiy tebranish qismi, (V_i)
I	2014	—	-2,700	-0,900	-0,875
	2015	-0,4			
	2016	-0,6			
	2017	-1,7			
II	2014	—	1,900	0,633	0,608
	2015	0,4			
	2016	0,3			
	2017	1,2			
III	2014	1,8	4,200	1,400	1,375
	2015	0,8			
	2016	1,6			
	2017	—			
IV	2014	-2,0	-3,100	-1,033	-1,108
	2015	-1,2			
	2016	0,1			
	2017	—			
	Jami	×	0,300	0,100	0

Ma'lumotlar

i tarkibiy qism uchun o'rtacha baho quyidagi formula bo'yicha hisoblab chiqiladi:

$$\bar{\Delta}_1 = \frac{-2,700}{3} = -0,900 (\text{ming t}) \text{ va h.k.}$$

Mavsumiy tebranish davriy qismiga tuzatishlar kiritish uchun tuzatishlar kirituvchi koeffitsiyentni hisoblab chiqamiz:

$$K = \frac{(-0,900 + 0,667 + 1,400 - 1,033)}{4} = \frac{0,1000}{4} = 0,025$$

Tuzatishlar kiritilgan mavsumiy tebranish davri qismiga uning i tarkibiy qismi uchun o'rtacha bahosi bilan hisoblab chiqilgan tuzatishlar kirituvchi koeffitsiyent o'rtasidagi ayirma tashkil qiladi:

- I chorak uchun: $V_1 = -0,900 - 0,025 = -0,875$;

- II chorak uchun: $V_2 = 0,633 - 0,025 = 0,608$ va h.k. (7.11 va 7.12-jadvallar).

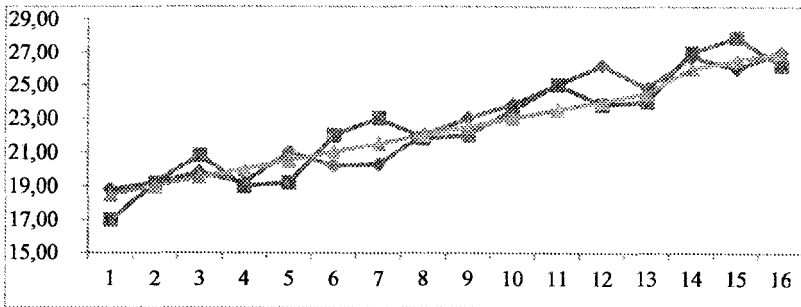
Mavsumiy tebranish davri qismi qiymatlarining yig'indisi nolga teng bo'lishi kerak: $-0,875 + 0,608 + 1,375 - 1,008 = 0$.

Mavsumiy tebranish davr qismining trendga ta'sirini yo'qotish uchun y_t va v_t , o'rtasidagi ayirmani, so'ngra U_t trendni hisoblab chiqamiz (7.12-jadval).

Paxta tolasini eksport qilish modelining tebranish davr qismini aniqlaymiz. Buning uchun EXCEL jadval tahrirchisi vositasidan foydalanamiz («*Qo'yish → Diagramma → Trend chizig'ini qo'shib qo'yish*» buyrug'i). 7.6-rasmda olingan $y_t = 7,67 + 0,573t$ tenglamasi berilgan. R^2 approksimatsiyaning ishonchlilik koeffitsiyenti 0,919 ni tashkil qildi.

Olingan tenglamaga $t = 1, \dots, 16$ qiymatlarni (7.10-jadvalning 5-ustuni), so'ngra $U_t + V_t$ additiv model bo'yicha olingan qiymatlarni qo'yib, U_t trend darajasini topamiz (7.12-jadvalning 6-ustuni).

7.6-rasmda 1-qator $U_t - V_t$ tenglashtirilgan darajalarni ko'rsatib turibdi; 2-qator $U_t + V_t$ additiv ko'rsatkichlarni; chiziqli trend – O'zbekistonda paxta tolasini eksport qilishning nazariy qiymatlarini ko'rsatib turibdi. Eksport, ming t.



7.6-rasm. O'zbekistonda paxta tolasini eksportining dinamikasi (haqiqiy, tenglashtirilgan va additiv

model orqali olingan qiymatlar)

$\varepsilon_t = y_t - (U_t + V_t)$ tasodifiy xatoni hisoblab chiqamiz (7.12-jadval 7-ustuni).

Modelning sifatini va o'zgarib turishlarning muhimlik darajasini baholash uchun ε_t^2 yig'indisini aniqlaymiz. $(201,9/16 = 12,6)$ qatorming o'rtacha darajasiga

nisbatan uning miqdori $\left(\frac{1-0,0214}{75,75} \right) \cdot 100 = 1,292$ ni tashkil qiladi, ya'ni additiv model

O'zbekistonda paxta tolasini eksport qilish vaqtli qatordarajalari umumiy variatsiyasining 98,708 foizini izohlaydi.

O'rtacha kvadratik og'ish mavsumiy o'zgarib turishlar kuchini tavsiflovchi umumlashtiruvchi mutlaq ko'rsatkich hisoblanadi:

$$\alpha_s = \sqrt{\frac{\sum_1^4 (\bar{y}_i - \bar{y})}{4}} = \sqrt{\frac{75,75}{4}} = 4,35 (\text{ming t. paxta tolas})$$

Yil	Chorak	Eksport, ming. t(y)	Mavsumiy tebranish qismi (V_t)	Tekislangan darajalar $y_t - v_t =$ $=U_t + \varepsilon_t$	Trend U_t	$U_t + V_t$	$\varepsilon_t = y_t - (U_t + V_t)$	ε_t^2	$(y - \bar{y})^2$
A	I	2	3	4	5	6	7	8	9
2014	I	7,8	-0,87	8,9	8,24	7,37	0,43	0,1849	12,09
	II	10,2	0,61	9,7	8,82	9,43	0,77	0,5929	5,29
	III	11,5	1,37	9,9	9,39	10,76	0,74	0,5476	1,96
	IV	8,5	-1,11	9,4	9,96	8,85	-0,35	0,1225	6,00
2015	I	9,7	-0,87	10,7	10,54	9,57	0,03	0,0009	7,84
	II	10,8	0,61	10,2	11,11	11,72	-0,92	0,8464	2,89
	III	11,8	1,37	10,4	11,68	13,05	-1,70	2,8900	0,81
	IV	10,5	-1,11	11,2	12,25	11,14	-0,64	0,4096	4,84
2016	I	12,0	-0,87	12,7	12,83	11,96	-0,04	0,0016	0,64
	II	14,1	0,61	13,5	13,40	14,01	0,09	0,0081	1,56
	III	16,2	1,37	14,9	13,97	15,34	0,86	0,7396	2,96
	IV	15,3	-1,11	16,2	14,55	13,44	1,86	3,4596	7,84
2017	I	14,0	-0,87	15,0	15,12	14,25	-0,25	0,0625	2,25
	II	17,0	0,61	16,5	15,69	16,30	0,70	0,4900	10,25
	III	16,8	1,37	15,5	16,27	17,64	-0,84	0,7056	7,64
	IV	15,8	-1,11	16,8	16,84	15,75	-0,07	0,0049	0,89
Jami	201,9	0,00	201,5	200,66	X	0,67	11,0667	75,75	

Hisoblangan qiymatlar

Paxta tolasi eksport qilish mavsumiyligining o'rtacha kvadratik og'ishmasi ancha katta. Variatsiya koeffitsiyentini quyidagi formula bo'yicha hisoblab chiqamiz:

$$V_s = \frac{\sigma}{x} \cdot 100 = \frac{4,35}{2,6} \cdot 100 = 34,52\%$$

Shunday qilib, O'zbekistonda paxta tolasini eksport qilish mavsumiyligining variatsiyasi nisbatan kichik hisoblanadi.

Belgilangan trendning ishonchliligi va mavsumiyligini Student mezon bo'yicha haqiqiy va jadvaldagi qiymatlarni (α ahamiyatliligi va erkinlik darajalarida) qiyosiy baholash orqali tekshirish mumkin. Haqiqiy qiymatlar tasodifiy o'zgarib turishlar o'rtacha kvadrati (dispersiyasi) bilan tasodifiy tarkibiy qism bo'yicha o'nacha choraklik o'sishning o'rtacha xatosi o'rtasidagi nisbatni aniqlash orqali olinadi.

Shu tariqa, mavsumiy o'zgarib turishlar additiv modeli o'rganilayotgan davr mobaynida belgi mutlaq miqdorlarining o'zgarib turishlari doimiy bo'lganida qo'llanilishi mumkin. Aksariyat holatlarda u trend mavjud bo'lmagan (zaif trend) va o'rganilayotgan davrlar qisqa bo'lgan hollarda qo'llaniladi. O'zbekiston Respublikasida choraklar bo'yicha oylik nominal haqi to'g'risida quyidagi ma'lumotlar mavjud(4.13-jadval).

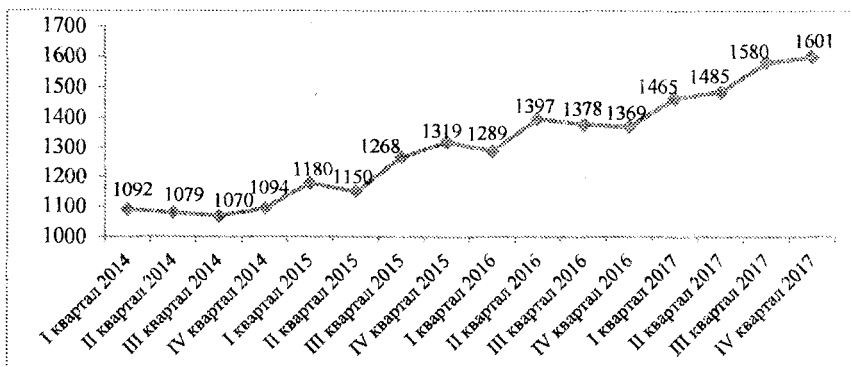
7.13-jadval¹

Yillar	Choraklar	O'rtacha hisoblangan oylik ish haqi, ming so'm.
2014	I	1092
	II	1079
	III	1070
	IV	1094
2015	I	1180
	II	1150
	III	1268
	IV	1319
2016	I	1289
	II	1397
	III	1378
	IV	1369
2017	I	1465
	II	1485
	III	1580
	IV	1601

O'zbekistonda o'rtacha oylik nominal ish haqi miqdorining dinamikasi

Vaqtli qatorning multiplikativ modelini tuzish lozim.

O'zbekistonda o'rtacha oylik ish haqining choraklar bo'yicha qiymatlari grafisini tuzamiz (7.7-rasm). O'rtacha oylik ish haqi, ming so'm



7.7-rasm. O'zbekistonda o'rtacha oylik ish haqi miqdorining dinamikasi, ming so'm.

7.7-rasmda hisoblangan nominal oylik ish haqining ortish tendensiyasi va belgining mavsumiy o'zgarib turishlari mavjudligi ko'zga tashlanib turibdi. Yil oxiri davrlarida ish haqi minimumining miqdori birmuncha ortadi. Ko'rsatkich taxminan bir xil oshishga ega bo'lib, mavsumiy o'zgarib turishlar amplitudasi choraklar bo'yicha bir maromda o'tganligi bois, multiplikativ modelni tuzish maqsadga muvofiq hisoblanadi:

$$y_t = u_r \cdot v_t \cdot \varepsilon_t$$

Multiplikativ modelning tebranish davri qismlarini aniqlaymiz. Sirg'anuvchi o'rtacha miqdorning olingan qiymatlari juft qatorda turganligi bois, metodikada vaqtli qatorni markazga surish orqali to'ldirish lozim, ya'ni:

$$y_1 = \frac{1037,7 + 1105,7}{2} = 1094,7 \text{ (ming so'm);}$$

$$y_2 = \frac{1105,7 + 1123,5}{2} = 1114,5 \text{ (ming so'm) va h.k.}$$

Olingan hisoblash qiymatlari 7.14-jadvalda keltirilgan.

7.14-jadval

Yil	CHorak	O'rtacha hisoblangan ish haqi miqdori	To'rt chorak uchun yakun	To'rt chorak uchun sirg'anuvchi o'rtacha miqdor	Markazga surilgan sirg'anuvchi o'rtacha miqdor	Mavsumiy tebranish davri qismi (2:5)	Mavsumiy tebranish qismining og'ishi (2-5)
A	1	2	3	4	5	6	7
2014	I	1092	—	—	—	—	—
	II	1079	4335	1081,7	—	—	—
	III	1070	4423	1105,7	1094,7	0,977	-24,75
	IV	1094	4494	1123,5	1114,5	0,982	-20,50
2015	I	1180	4682	1170,5	1147,0	1,028	33,00
	II	1150	4907	1226,7	1198,6	0,959	-48,60
	III	1258	5016	1254,0	1240,4	1,014	18,0
	IV	1319	5263	1315,7	1284,8	1,028	34,20
2016	I	1289	5383	1345,7	1330,7	0,969	-44,70
	II	1397	5433	1358,3	1352,0	1,033	45,00
	III	1378	5609	1402,3	1380,3	0,994	-2,30
	IV	1369	5697	1424,5	1413,4	0,969	-44,40
2017	I	1465	5899	1474,7	1449,6	1,011	15,40
	II	1485	6103	1525,7	1500,1	0,990	-15,1
	III	1580	—	—	—	—	—
	IV	1601	—	—	—	—	—

Har bir yilda 4 chorak uchun yakuniy qiymatlarni (7.14-jadval 3-ustun) va sirpanuvchi o'rtacha miqdorni (7.14-jadval 4-ustun) aniqlaymiz. Markazga surilgan sirg'anuvchi o'rtacha miqdorni hisoblash 7.14-jadval 5-ustunida keltirilgan. Haqiqiy va markazga surilgan qiymatlar ayirmasi sifatida mavsumiy tarkibiy qismning mutlaq og'ishini hisoblab chiqamiz (7.14-jadval 7-ustun).

O'rtacha hisoblangan ish haqi darajalarining markazga surilgan sirg'anuvchi o'rtacha miqdorlardan nisbiy og'ishmasini aniqlaymiz (7.14-jadval 6-ustun). Olingan ma'lumotlar bo'yicha mavsumiy tebranish qismining og'ishini aniqlash lozim (7.15-jadval). Hisoblash metodikasi 7.11-jadval ma'lumotlari misolida batafsil keltirilgan (7.15-jadval).

7.15-jadval

Chorak	Yil	Mavsumiy	Yillar	itarkibiy qism	Tuzatishlar kiritilgan
--------	-----	----------	--------	----------------	------------------------

		lik indeksi	bo'yicha chorak uchun yakun	uchun o'rtacha baho ($\bar{\Delta}_i$)	mavsumiy tarkibiy qism (V_i)
I	2014	—	3,051	1,017	1,019
	2015	1,028			
	2016	1,033			
	2017	0,990			
II	2014	0,977	2,989	0,996	0,998
	2015	1,014			
	2016	0,998			
	2017	-			
III	2014	0,982	2,979	0,993	0,995
	2015	1,028			
	2016	0,969			
	2017	-			
IV	2014	1,028	3,008	1,003	1,005
	2015	0,969			
	2016	1,011			
	2017	-			
	Jami	X	12,027	4,009	4,017

Mavsumiylik indekslarini mavsumiy tebranish qism og'ishlari va mavsumiy tarkibiy qism tuzatishlar kiritilgan qiymatlarima'lumotlari bo'yicha aniqlaymiz (7.15-jadval). Tuzatishlar kirituvchi koeffitsiyent quyidagiga teng:

$$K = \frac{(1,017 + 0,996 + 0,993 + 1,003)}{4} = \frac{4,009}{4} = 1,0023$$

Multiplikativ modelda tuzatishlar kiritilgan mavsumiy tebranish qismi uning tarkibiy qism uchun o'rtacha bahosi va hisoblab chiqilgan tuzatishlar kirituvchi koeffitsiyent ko'paytmasini tashkil qiladi:

■ I chorak uchun: $v_1 = 1,017 \cdot 1,0023 = 1,019$;

■ II chorak uchun: $v_2 = 0,996 \cdot 1,0023 = 0,998$;

III chorak uchun: $v_3 = 0,993 \cdot 1,0023 = 0,995$;

IV chorak uchun: $v_4 = 1,003 \cdot 1,0023 = 1,003$ (7.15-jadval).

Tuzatishlar kiritilgan vaqt bo'yicha (mavsumiy) tebranishlar davri qism qiymatlarining yig'indisi 4 ga teng bo'lishi kerak:

$$1,019 + 0,998 + 0,995 + 1,005 = 4,017 = 4.$$

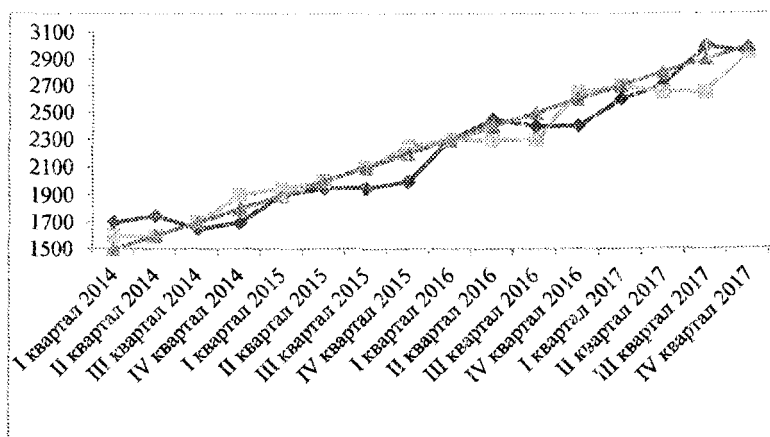
Mavsumiy tebranish davri qismining trendga ko'rsatayotgan ta'sirini bartaraf etish uchun y_t va V_t o'rtasidagi ayirmani, so'ngra U_t trendni aniqlash lozim. Quyidagi 07.016-jadvalda tegishli choraklar bo'yicha o'rtacha qiymatlarni hisoblab chiqamiz. V_t tuzatishlar kiritilgan mavsumiy tebranish davri qismini topamiz.

7.16-jadval 4-ustunida o'rtacha hisoblangan ish haqi haqiqiy (boshlang'ich) darajalarni V_t tuzatishlar kiritilgan mavsumiy tebranish davri qismi qiymati bilan taqqoslashning nisbiy miqdorini aniqlash mumkin.

$$\text{2014 yil I chorakda } y_{2014}^I = \frac{1092}{1,019} = 1066,41 \text{ ming so'm. va h.k.}$$

Multiplikativ modelning y_t tenglashtirilgan qiymatlarini hisoblab chiqamiz (7.16-jadval 5-ustun). Chiziqli trend parametrlarini *EXCEL* jadval tahrirchisi vositasi yordamida hisoblab chiqamiz («Qo'yish → Diagramma → Trend chizig'ini qo'shib qo'yish» buyrug'i). Hosil bo'lgan 7.8-rasmda $t = 1062,1 + 86,51 t$ tenglamasi taqdim etilgan. R^2 approksimatsiyaning ishonchlilik koeffitsiyenti 0,901 ni tashkil etdi.

Ushbu tenglamaga $t = 1...16$ qiymatlarni qo'ygan holda y_t ni aniqlaymiz (7.16-jadval 5-ustun). Olingan y_t qiymatlar y_t/V_t qiymatlar va haqiqiy qiymatlar grafigi 7.8-rasmda keltirilgan. (O'rtacha oylik ish haqi, ming so'm).



7.8-rasm. O'zbekistonda o'rtacha oylik ish haqi dinamikasi

Multiplikativ model bo'yicha qator darajalari y_t va V_t ni ko'paytirish o'rqli aniqlanadi (7.16-jadval 6-ustun).

ε_i multiplikativ modeldagi xato quyidagi formula bo'yicha aniqlanadi $\varepsilon_i = \frac{y_i}{y_i \cdot v_i}$

Olingan qiymatlarni 7.16-jadvalning 7-ustuniga yozib qo'yish lozim. ε_i^2 mutlaq xatolar kvadratlarining yig'indisi 252,746 ni tashkil qiladi (7.16-jadval 9-ustun). O'rtacha oylik ish haqi haqiqiy darajalarining o'rtacha qiymatdan og'ishlari kvadratlarining umumiy yig'indisi 477289,76ga teng (7.16-jadval 10-ustun).

Izohlangan dispersiya ulushi quyidagini tashkil qiladi: $1 - \frac{252,746}{477289,76} = 0,999$

Shunday qilib, vaqtli qatordarajalari izohlanmagan dispersiyasining ulushi 0,009 foizni tashkil qiladi. Multiplikativ model to'rt yil uchun o'rtacha hisoblangan ish haqi o'zgarishi umumiy variatsiyasining 99,0 foizini izohlaydi.

Multiplikativ model omilining o'zi hamda uning choraklar bo'yicha o'zgarib turishlarining mutlaq miqdori bir maromda ortgan (kamaygan) holatlarda qo'llanilishi mumkin.

3-holat. Ularda muayyan davrlarda jarayonlar rivojlanishining o'ziga xos xususiyatlari aks etmaydigan mavsumiy o'zgarib turishlarning barqaror tendensiyasiga ega bo'lish uchun vaqt bo'yicha o'zgarish (mavsumiylik) indeksi quyidagi formula bo'yicha hisoblab chiqiladi:

$$\bar{I}_t = \frac{\sum I_s}{t}$$

bu yerda I_s – vaqt bo'yicha o'zgarish (mavsumiylik) indeksi; t – yillar soni.

Olingan vaqt bo'yicha o'zgarish indeksi asosida mavsumiylik koeffitsiyenti hisoblab chiqiladi. K_s mavsumiylik koeffitsiyenti.

$$K_s = \sqrt{\frac{\sum (I_s - 1)^2}{n}}$$

VII bob uchun topshiriqlar

- 1- Quyida berilgan statistik ma'lumotlardan foydalanib 2001-2016 yillarda don yetishtirish to'g'risida ma'lumotlar jadvalda keltirilgan (s/g).

k – talabaniing jurnal bo'yicha tartib raqami. Berilgan ma'lumotlardan foydalanib, 16 yil uchun o'rtacha sirpanishni, uning chiziqli trendini hosil qiling.

1-jadval

Yillar	Don yetishtirish(s/g)
2001	24,1+k
2002	24,2+k
2003	28,5+k
2004	25,0+k
2005	24,9+k
2006	25,2+k
2007	31,0+k
2008	33,3+k
2009	32,1+k
2010	33,4+k
2011	35,7+k
2012	38,0+k
2013	34,3+k
2014	31,1+k
2015	39,0+k
2016	39,2+k

2-topshiriq.Don ekinlari hosildorligi (s/ga) to'g'risidagi ma'lumotlar bo'yicha o'rtacha sirpanishni 10 yil uchun hisoblaymiz.

Dastlabki ma'lumotlar va hisoblangan ko'rsatkichlar quyidagi jadvalda keltirilgan:

2-jadval

Yillar	Haqiqiy daraja	O'rtacha sirpanish		Markazlashgano'rtachasirpanish
		Uch yillik	To'rt yillik	
2006	15	-	-	-
2007	13	14,33	14,75	-
2008	15	14,67	15,50	15,125
2009	16	16,33	16,50	16
2010	18	17,00	16,75	16,625
2011	17	17,00	17,50	17,125
2012	16	17,33	17,25	17,375

2013	19	17,33	18	17,625
2014	17	18,67	-	-
2015	20	-	-	-

Sirpanishdavri juft va toq bo'lishi mumkin. Toq davrlar uchun (uchyillik) uchun o'rtacha sirpanishning birinchi qiymati $(15+13+15)/3=14,33$, ikkinchisi – $(13+15+16)/3=14,67$ va hokazo, shu bilan birga o'rtacha sirpanish bo'yicha olingan natijalar sirpanishning orta davriga qarashli.

Juftdavrlaruchun (to'rtiylik) o'rtacha sirpanishning birinchi qiymati $(15+13+15+16)/4=14,75$, ikkinchi – $(13+15+16+18)/4=15,50$ va hokazo. Biroq hisoblangan o'rta hisobdagi qiymatlarni t ning biror bir aniqlangan qiymatlari bilan solishtirib bo'lmaydi, shuning uchun *markazlash* protsedurasi ishlatiladi (ikkita ketma-ket o'rtacha sirpanishlarning o'rtachasi hisoblanadi). Markazlashgan o'rtacha sirpanishning birinchi qiymati $(14,75+15,50)/2=15,125$, ikkinchisi– $(15,50+16,50)/2=16$ va h.k., shu bilan birga birinchi markazlashgan o'rtacha uchinchi yilga o'tkaziladi, ya'ni 1998-yilga.

Eslatma. Excel tahlil paketidan foydalanib («Скользящее среднее» dasturi), sirpanish natijalarini hosil qilish mumkin.

3-topshiriq. Hududning chakana tovar oboroti to'g'risidagi ma'lumotlar 10 yil uchun berilgan (sh.b.):

Yillar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tovar oboroti	11	13	22	18,5	20	19	25	23	24,5	35

Tovar aylanmasining quyidagi trend modellarini tuzing va ular ichidan to'g'ri keladiganini tanlang:

Tenglama ko'rinishi	Tenglama	R^2
Chiziqli	$y = 1,94t + 10,43$	0,767

Ikkinchi tartibli ko'phad	$y = 0,07t^2 + 1,127t + 12,06$	0,774
Uchinchi tartibli ko'phad	$y = 0,121t^3 + 1,921t^2 + 10,33t$	0,886
Logarifmik	$y = 7,70\ln t + 9,46$	0,709
Darajali	$y = 10,88t^{0,407}$	0,815
Eksponsensial	$y = 11,84e^{0,096t}$	0,781

Eslatma. *Exeldaengto'g'rikeladigan trend tenglamasini topish uchun diagram ma masteri ichidagi «Подбор тренда» ishlatiladi.*

Additiv model tahlili

Additiv modelning umumiy ko'rinishi quyidagicha:

$$Y = T + S + \varepsilon.$$

Modelni tuzish qadamlari quyidagilardan iborat:

1. dastlabki qatorni o'rtacha sirpanish usuli bilan tekislash;
2. s sezonli komponintlar qiymatini hisoblash.
3. $(Y - S)$ dastlabki qator darajasidan sezonli komponentlarni olib tashlash va $(T + \varepsilon)$ tekislangan ma'lumotlarni hosil qilish;
4. $(T + \varepsilon)$ darajalarning analitik tekislanishi va T ning qiymatlarini hosil qilingan trend tenglamasidan foydalanib hisoblash;
5. hosil qilingan $(T + S)$ model bo'yicha qiymatlarni hisoblash;
6. absolyut xatolarni hisoblash.

Multiplikativ model tahlili

Multiplikativ modelning umumiy ko'rinishi quyidagicha: $Y = T \cdot S \cdot \varepsilon$.

Modelni tuzish quyidagi tartibda amalga oshiriladi:

- 1) o'rtacha sirpanish usuli bilan dastlabki qatorni tekislash;
- 2) mavsumiy komponentlar qiymatini hisoblash;
- 3) dastlabki qator darajasi (Y/S) dan mavsumiy komponentlarni olib tashlash va tekislangan $(T \cdot \varepsilon)$ ma'lumotlarni olish;
- 4) $(T \cdot \varepsilon)$ darajani analitik tekislash va hosil qilingan trend tenglamasidan foydalanib

Tning qiymatlarini hisoblash;

5) (US') model qiymatlari bo'yicha hosil qilinganlarni hisoblash;

6) xatolarni hisoblash.

Tayanch iboralar

Vaqtli qatorlar, dinamik qatorlar, additiv model, multiplikativ model, trend, trend turlari, Styudent mezon, Foster-Styuart usuli, chiziqli trend, parabolik trend, giperbola trendi, eksponensial trend, logarifmik trend, logistik trend, mavsumiy tebranishlar, sirpanuvchi o'rtacha miqdor, nisbiy og'ishmasi, variatsiya koeffitsiyenti, muhimlik darajasi.

VII bobga doir savollar

1. Vaqt qatori va uning tarkibiy qismlari.
2. Vaqt qatorlarini modellashtirish.
3. Vaqt qatorining additiv va multiplikativ modeli.
4. Vaqt qatorining tendensiyalarini modellashtirish.
5. Trendlarning asosiy xillari va ularni aniqlash.
6. Vaqt qatoridagi mavsumiy qismlarni aniqlash.
7. Vaqt qatoridagi tasodifiy qismlarni aniqlash.
8. Dinamik qatorning additiv modeli?
9. Dinamik qatorning multiplikativ modeli?
10. Trend va ularning turlarini aytib bering.

Testlar

I. Dinamik qatorning additiv modeli nimani o'zida namoyon etadi?

a) $y_t = u_t + v_t + \varepsilon_t$;

b) $y_t = u_t \cdot v_t \cdot \varepsilon_t$;

v) $y_t = u_t + v_t \cdot \varepsilon_t$;

g) $y_t = u_t \cdot v_t + \varepsilon_t$.

2. Dinamika qatorining multiplikativ modeli nimani o'zida namoyon etadi?

a) $y_t = u_t \cdot v_t \cdot \varepsilon_t$;

b) $y_t = u_t + v_t + \varepsilon_t$;

v) $y_t = u_t + v_t \cdot \varepsilon_t$;

g) $y_t = u_t + v_t + \varepsilon_t$.

3. Logarifmik trendning to'g'ri funksiyasini ko'rsating?

a) $\hat{y}_t = a_0 + a_1 \ln t$;

b) $\hat{y}_t = y_{m+n} + \frac{y_{maks} - y_{min}}{t^{a_0+a_1t} + 1}$;

v) $\hat{y}_t = a_0 + a_1 y_t + a_2 t^2$;

g) $\hat{y}_t = \frac{1}{t^{a_0+a_1t} + 1}$.

4. Logistik trendning to'g'ri funksiyasini ko'rsating?

a) $\hat{y}_t = a_0 + a_1 \ln t$;

b) $\hat{y}_t = y_{m+n} + \frac{y_{maks} - y_{min}}{t^{a_0+a_1t} + 1}$;

v) $\hat{y}_t = a_0 + a_1 y_t + a_2 t^2$;

g) $\hat{y}_t = \frac{1}{t^{a_0+a_1t} + 1}$.

5. Chiziqli trend uchun a_0 koeffitsiyentni hisoblab chiqishning to'g'ri formulasini ko'rsating?

a) $a_0 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i t_i}{\sum_{i=1}^n t_i^2}$;

b) $a_0 = \frac{\sum y}{n}$;

$$v) \quad a_0 = \frac{n^3 - n}{12};$$

$$g) \quad a_0 = \frac{3n^5 - 10n^3 + 7n}{240}.$$

6. Trend tenglamasi $\hat{y}_t = 32,5 - 4,6t$ ni o'zida namoyon etadi. Tadqiq etilayotgan davrda omil o'rtacha qanchaga o'zgaradi?

a) 32,5 ga ko'paydi;

b) 4,6 ga ko'paydi;

v) 4,6 ga kamaydi;

g) 32,5 ga kamaydi.

7. Agar dinamikqator trendga ega bo'lsa (dinamikaning nostatsionar qatori), u holda hisoblab chiqish tartibi hisoblab chiqishning qaysi bosqichini o'z ichiga oladi?

a) Furegarmonigi;

b) haqiqiy va tenglashtirilgan darajalar nisbati;

v) davr uchun o'rtacha qiymatlar;

g) o'rtacha o'sish sur'atlari.

8. Mavsumiy o'zgarib turishlarning ular muayyan davrlarda jarayonlar rivojlanishining o'ziga xos xususiyatlari aks etmaydigan barqaror tendensiyasiga ega bo'lish uchun I_s mavsumiylilik indeksi quyidagi formula bo'yicha hisoblab chiqiladi?

$$a) \quad \bar{I}_s = \frac{\sum I_s}{t};$$

$$b) \quad I_s = \frac{\bar{y}_t}{\bar{y}};$$

$$v) \quad I_s = \frac{y_t}{n};$$

$$g) \quad I_s = \frac{\sum I_s}{y_i}.$$

9. Giperbolik trendning to'g'ri funksiyasini ko'rsating?

a) $\hat{y}_i = a_0 + a_1 \cdot \frac{1}{t_i};$

b) $\hat{y}_i = y_{\min} + \frac{y_{\max} - y_{\min}}{I^{a_0+a_1t_i} + 1};$

v) $\hat{y}_i = a_0 + a_1 y_i + a_2 t_i^2;$

g) $\hat{y}_i = \frac{1}{I^{a_0+a_1t_i} + 1}.$

10. a_0 chiziqli trendparametrining to'g'ri tavsifini ko'rsating?

a) tahlil qilinayotgan hodisaning davrdan (lahzadan) davrga (lahzaga) o'rtacha o'zgarishi;

b) tahlil qilinayotgan hodisaning davrdan (lahzadan) davrga (lahzaga) o'zgarishining o'rtacha tezlashishi;

v) sanoq boshi sifatida qabul qilingan vaqt davri (lahzasi) uchun qatorning o'rtacha tenglashtirilgan darajasi;

g) vaqt qatori darajalari o'zgarishining doimiy zanjirli sur'ati.

11. eksponensial trendparametrining to'g'ri tavsifini ko'rsating?

a) tahlil qilinayotgan hodisaning davrdan (lahzadan) davrga (lahzaga) o'rtacha o'zgarishi;

b) tahlil qilinayotgan hodisaning davrdan (lahzadan) davrga (lahzaga) o'zgarishining o'rtacha tezlashishi;

v) sanoq boshi sifatida qabul qilingan vaqt davri (lahzasi) uchun qatorning o'rtacha tenglashtirilgan darajasi;

g) vaqt qatori darajalari o'zgarishining doimiy zanjirli sur'ati.

12. a_2 parabolik trend koeffitsiyentini nima tavsiflaydi?

a) tahlil qilinayotgan hodisaning davrdan (lahzadan) davrga (lahzaga) o'rtacha o'zgarishi;

- b) tahlil qilinayotgan hodisaning davrdan (lahzadan) davrga (lahzaga) o'rtacha tezlashishi;
- v) sanoq boshi sifatida qabul qilingan vaqt davri (lahzasi) uchun qatorning o'rtacha tenglashtirilgan darajasi;
- g) vaqt qatori darajalari o'zgarishining doimiy zanjirli sur'ati.

13. a₁ chiziqli trend ko'effitsiyentini nima tavsiflaydi?

- a) tahlil qilinayotgan hodisaning davrdan (lahzadan) davrga (lahzaga) o'rtacha o'zgarishi;
- b) tahlil qilinayotgan hodisaning davrdan (lahzadan) davrga (lahzaga) o'zgarishining o'rtacha tezlashishi;
- v) sanoq boshi sifatida qabul qilingan vaqt davri (lahzasi) uchun qatorning o'rtacha tenglashtirilgan darajasi;
- g) vaqtqatori darajalari o'zgarishining doimiy zanjirli sur'ati.

14. $y_i = u_i + v_i + \varepsilon_i$ modelidagi tasodifiy tarkibiy qism nima bilan belgilangan?

- a) u_i ;
- b) ε_i ;
- v) u_i ;
- g) v_i .

8.1. Avtokorrelyatsiya va unga bog'liq omillar. Avtokorrelyatsiya sodir bo'lish sabablari

Shu paytgacha tasodifiy hadning qiymati har qanday kuzatishda uning boshqa barcha kuzatishlardagi qiymatlaridan qat'iy nazar aniqlanadi deb taxmin qilingan. Boshqacha aytganda, Gauss-Markovning uchinchi sharti qanoatlantirilgan deb taxmin qilar edik, ya'ni $i \neq j$ da $\text{pop. cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$.

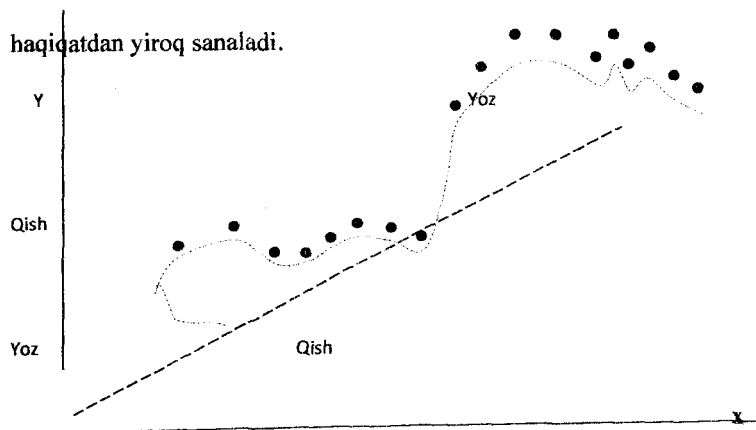
Avtokorrelyatsiya, odatda, faqat vaqt qatorlari ma'lumotlaridan foydalanilgan holatdagiregressiya tahlilida uchraydi. Tasodifiy had ε erksiz o'zgaruvchi miqdorga ta'sir qiluvchi regressiya tenglamasiga kiritilmagan o'zgaruvchilar ta'siriga uchraydi. Agar ixtiyoriy kuzatishdagi ε qiymati oldingi kuzatishdagi qiymatidan bog'liq bo'lmazligi kerak bo'lsa, u holda ε da "yashirilgan" ixtiyoriy o'zgaruvchining qiymati ham uning oldingi kuzatishdagi qiymati bilan korreleirlanmagan bo'lishi kerak.

Tenglamaga kiritilmagan o'zgaruvchilar ta'sirining doimiy yo'nalishi oddiy turdagi iqtisodiy tahlilda uni musbat avtokorrelyatsiya qilib olishning eng ko'p uchraydigan sababi sanaladi. Aytaylik, siz muzqaymoqqa bo'lgan talab tenglamasini oylik ma'lumotlar bo'yicha baholyapsiz va ε da ob-havo holati "yashirin" bo'lgan yagona muhim omil hisoblanadi. Ehtimolki, issiq ob-havo muzqaymoqqa bo'lgan talabni oshirganda, sizda bir qancha ketma-ket kuzatishlar bo'lishi mumkin, shu tariqa i musbat. Bundan keyin esa vaziyat aksincha bo'lgan holatdagi bir qancha ketma-ket kuzatishlar qayd qilinib, undan so'ng yana issiq oylar qatori keladi va hokazo.

Agar vaqt o'tishi bilan daromad doimiy ravishda o'sib boradigan bo'lsa, kuzatishlar sxemasi 8.1-rasmda ko'rsatilgandek bo'lishi mumkin. Muzqaymoq sotish hajmini Y bilan va daromadni x bilan belgilash orqali savdo hajmi o'sishini aks ettiruvchi an'anaviy bog'lanishga ega bo'lamiz: $y = \alpha + \beta x$. Haqiqiy kuzatishlar asosan dastlab regressiya chizig'idan yuqorida, keyin pastda va keyin yana yuqorida bo'ladi.

Iqtisodiy kon'yunkturaning o'zgarishi ko'pincha shunga o'xshash natijalarga olib keladi, bu ayniqsa makroiqtisodiy tahlilda yaqqol namoyon bo'ladi va ishbilarmon faollik davriga oid adabiyotlarda bunday misollar ko'p.

Bu yerda shuni ta'kidlash kerakki, umuman olganda, avtokorrelyatsiya, xususan, kuzatishlar orasidagi oraliq qancha kichik bo'lsa, shuncha jiddiyroq muammoni o'zida aks ettiradi. Shubhasiz, bu oraliq qancha katta bo'lsa, bir kuzatishdan boshqasiga o'tishda hisobga olinmagan o'zgaruvchilar ta'sirining tabiati saqlanib qolishi shuncha haqiqatdan yiroq sanaladi.

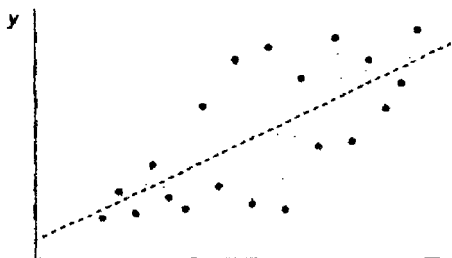


8.1-rasm. Musbat avtokorrelyatsiya

Agar muzqaymoq misolida kuzatishlar har oyda emas, balki har yili o'tkazilsa, u holda avtokorrelyatsiya umuman bo'lmaydi. Bir yildagi ob-havoning umumiy ta'siri keyingi yildagi o'xshash ta'sir bilan taqqoslanishi ehtimoldan yiroq.

Hozircha biz faqat musbat avtokorrelyatsiyani ko'rib chiqdik. Umuman olganda, avtokorrelyatsiya manfiy bo'lishi ham mumkin. Bizning holatda bu tasodifiy hadning ketma-ket qiymatlari o'rtasidagi korrelyatsiya manfiy ekanligini anglatadi. Bunday vaziyatda bitta kuzatishdagi musbat qiymat ortidan keyingisida manfiy qiymat kuzatiladi va aksincha; bunda tarqalish diagrammasi 8.2-rasmda keltirilganidek ko'rinish oladi.

Bu yerda yana x vaqt o'tishi bilan o'sib borishi taxmin qilinadi. Ketma-ket kuzatishlarni bir-biri bilan bog'lab turuvchi chiziq y va x o'rtasidagi bog'liqlikni ko'rsatuvchi chiziq bilan kesishadi, buni ko'pincha agar tasodifiy hadning qiymatlari bir-biriga bog'liq bo'lmasa kutish mumkin.



8.2-rasm. Manfiy avtokorrelyatsiya

Iqtisodiyotda manfiy avtokorrelyatsiya nisbatan kam uchraydi. Ammo ba'zida u modelning boshlang'ich tasnifini regressiya tahlili uchun mos bo'lgan shaklga aylantirishda namoyon bo'ladi.

Avtokorrelyatsiyani ko'rib chiqayotganda, biz vaqt qatori ma'lumotlaridan foydalanyapmiz deya taxmin qilamiz va shuning uchun biz i emas, t kuzatishga murojaat qilamiz va tanlama hajmini n o'rniga T bilan belgilaymiz, shuning uchun bazaviy model quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + e_t \quad (8.1.1)$$

Birinchi tartibli avtokorrelyatsiyani aniqlash: Darbin-Uolson mezon

Avtokorrelyatsiya birinchi tartibli avtoregressiya sxemasiga bo'ysunadigan xususiy holdan boshlaymiz:

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + e_t \quad (8.1.2)$$

Bu har qanday kuzatishda tasodifiy hadning qiymati avvalgi kuzatishdagi qiymatining (ya'ni, uning $t - 1$ davrdagi qiymati) ρ ga ko'paytirilgani yangi $+e_t$ bilan yig'indisiga teng ekanligini anglatadi. Ushbu sxema avtoregressiyaviy sanaladi, chunki ε xuddi o'sha kechikishlarga ega qiymatlar va birinchi tartibli sxemalar bilan aniqlanadi, binobarin, ushbu oddiy holatda maksimal kechikish birga teng. Har bir kuzatishda ε ning qiymati uning boshqa barcha kuzatishlardagi qiymatlariga bog'liq emas deb taxmin qilinadi. Agar ρ musbat bo'lsa, u holda avtokorrelyatsiya musbat bo'ladi; agar ρ manfiy bo'lsa, avtokorrelyatsiya manfiy bo'ladi. Agar $\rho = 0$ bo'lsa, u holda avtokorrelyatsiya yo'q va Gauss-Markovning uchinchi sharti qanoatlantiriladi.

Albatta, bizda tasodifiy had qiymatlarini hisoblash usuli mavjud emas, shuning uchun (8.1.2) regressiyani to'g'ridan-to'g'ri hisoblay olmaymiz. Shunga qaramay, oddiy eng kichik kvadratlar usulidan foydalangan holda ε_t dagi ε_{t-1} ni ρ ga regressiyaviy bog'liqlikni hisoblash yo'li bilan ρ ni hisoblashimiz mumkin.

Bunday quyidagigateng bo'ladi:

$$\rho = \frac{Cov(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t)}{Var(\varepsilon_{t-1})}$$

T qoldiqlarning o'rtacha qiymati nolga teng bo'lgani uchun, agar tanlama yetarlicha katta bo'lsa, ε_{t-1} (1 dan $T - 1$ gacha kuzatishlardagi qoldiqlarning o'rtacha qiymati) va ε_t (t (2 dan T gacha bo'lgan kuzatishlarda qoldiqlarning o'rtacha qiymati)

nolga yaqin bo'ladi. $cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1})$ va $Var(\varepsilon_{t-1})$ mos ravishda $\frac{1}{T-1} \sum \varepsilon_{t-1} \varepsilon_t$ va $\frac{1}{T-1} \sum \varepsilon_{t-1}^2$ ifodalariga approksimatsiyalanadi.

Bundan tashqari, $\sum \varepsilon_{t-1}^2$ taxminan $\sum \varepsilon_t^2$ ga teng bo'ladi. O'z navbatida, $\frac{cov(\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t)}{Var(\varepsilon_{t-1})}$ ham $\frac{\sum \varepsilon_{t-1} \varepsilon_t}{\sum \varepsilon_t^2}$ ifodasi bilan approksimatsiyalanadi.

Mashhur Darbin-Uotson statistikasi (d) quyidagicha aniqlanadi:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^T (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2}$$

Bundan katta tanlamalarda quyidagicha ekanini ko'rish mumkin:

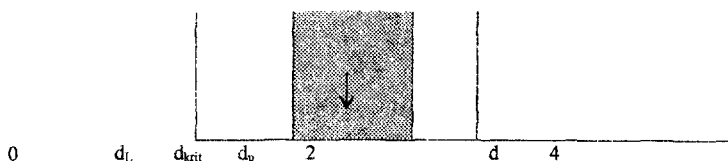
$$d \rightarrow 2 - 2\rho \quad (8.1.3)$$

Agar avtokorrelatsiya mavjud bo'lmasa, u holda $\rho = 0$ va shuning uchun d ning qiymati ikkiga yaqin bo'lishi kerak. Musbat avtokorrelatsiya mavjud bo'lganda, d ning qiymati, umuman olganda, ikkitadan kam bo'ladi; manfiy avtokorrelatsiyada u ko'pincha 2 dan oshib ketadi. Chunki ρ 1 va -1 gacha qiymatlar oralig'ida bo'lsa, u holda d 0 va 4 oralig'ida bo'lishi kerak.

Bog'lanishning berilgan ixtiyoriy darajasida taxmin qilish mumkinki, d ning chegaraviy qiymati, regressiya tenglamasidagi izohlovchi o'zgaruvchilar soniga va tanlamadagi kuzatishlar miqdoriga bog'liq bo'ladi. Afsuski, u izohlovchi o'zgaruvchilar qabul qiladigan aniq qiymatlarga ham bog'liq bo'ladi. Shuning uchun t -va F -statistikalarda amalga oshirish mumkin bo'lganidek barcha ehtimolli tanlamalar uchun aniq chegaraviy qiymatlar ko'rsatilgan holda jadval tuzish mumkin emas, ammo d chegaraviy qiymati uchun yuqori va pastki chegaralarni hisoblash mumkin. Musbat avtokorrelatsiya uchun ular odatda d_0 va d_1 sifatida belgilanadi.

8.3-rasmda ushbu holat sxema ko'rinishida keltirilgan. Strelka d_{krit} sifatida belgilangan d ning chegaraviy darajasiga ishora qiladi. Agar biz d_{krit} qiymatini bilsak, u

holda uni o'zimizning regressiya uchun hisoblangan a qiymat bilan taqqoslashimiz mumkin bo'lardi. Agar $d \geq d_{krit}$, ekanligi aniqlansa, biz avtokorrelyatsiya mavjud emasligiga doir nolli farazni rad etolmaymiz. $d \leq d_{krit}$ bo'lgan holda, biz nolli farazni rad qilamiz va musbat avtokorrelyatsiya mavjud degan xulosaga kelamiz.



8.3-rasm. Avtokorrelyatsiyaga Darbin-Uotson testi (taxmin qilingan musbat avtokorrelyatsiya holatida noaniqlik hududi ko'rsatilgan)

Shu bilan birga, biz faqat d_{krit} va d_0 o'rtasida joylashganini bilamiz. Bu uchta ehtimolni taqozo etadi:

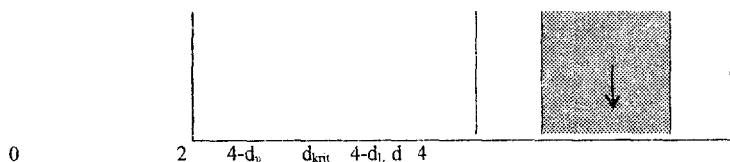
d ning qiymati d_L dan kichik. Bu holatda, u d_{krit} dan ham kichik bo'ladi va shuning uchun biz musbat avtokorrelyatsiya mavjud degan xulosaga kelamiz.

d ning qiymati d_0 dan katta. Bunday holatda, u chegaraviy darajadan ham kattaroq va shuning uchun biz nolli farazni rad etolmaymiz.

d ning qiymati d_L va d_0 o'rtasida joylashgan. Ushbu holda, u chegaraviy darajadan kattaroq yoki kichikroq bo'lishi mumkin. Ikkala ehtimoldan qay biri mavjudligini aniqlashning imkoni yo'qligi uchun, biz nolli farazni rad ham etolmaymiz, qabul ham qilolmaymiz.

1 va 2-holatlarda Darbin-Uotson testi aniq javob beradi, ammo 3-holat qaror qabul qilish imkonsiz bo'lgan hududga taalluqli va yuzaga kelgan vaziyatni o'zgartirish mumkin emas.

Kitobning oxiridagi ilovada 5 va 1% muhimlik darajalari uchun izohlovchi o'zgaruvchilar soniga va kuzatishlar miqdoriga mos keladigan qatorlar va ustunlar kesishmasida turuvchi qiymatlar (d_L va d_U) berilgan. Jadvalda iqtisodiy modellarda tez-tez uchraydigan musbat avtokorrelyatsiya holatidagi chegaraviy qiymatlar keltirilgan. Ko'rish mumkinki, kuzatishlar soni qancha ko'p bo'lsa, d_L va d_U o'rtasidagi kesma bilan ifodalangan noaniqlik hududi shuncha tor bo'ladi.



8.4-rasm. Avtokorrelyatsiyaga Darbin-Uotson testi (taxmin qilingan manfiy avtokorrelyatsiya holatida noaniqlik hududini ko'rsatadi)

Manfiy avtokorrelyatsiyaga tekshirish shunga o'xshash tarzda amalga oshiriladi va chegaraviy darajani o'z ichiga olgan hudud 2 dan o'ng tomonda simmetrik joylashgan bo'ladi. Chunki manfiy avtokorrelyatsiya nisbatan kam uchraydi va zarurat bo'lgan hollarda, berilgan kuzatishlar va izohlovchi o'zgaruvchilar bilan musbat avtokorrelyatsiya uchun mos keladigan qiymatlar asosida hudud chegaralarini o'zingiz hisoblab olishingiz taxmin qilinadi. Buni amalga oshirish ancha oson. 8.4-rasmda ko'rsatilgandek, $(4-d_U)$ qiymat quyi chegara bo'lib, undan quyi hollarda avtokorrelyatsiya mavjud emasligi tan olinadi, $(4-d_L)$ esa yuqori chegara bo'lib, undan yuqori qiymatda manfiy avtokorrelyatsiya mavjudligi to'g'risida xulosa qilinadi.

8.2. Vaqt qatori avtokorrelyatsiya tushunchasi va uning turlari

Vaqt qatorlariga ishlov berishda va ularning qatorlari keyingi darajasining qiymatlari oldingi qiymatlarga bog'liq bo'ladigan avtokorrelyatsiyava avtoregressiyaning mavjudligini hisobga olish lozim.

Avtokorrelyatsiya – dastlabki qator hamda ushbu qator bilan dastlabki holatga nisbatan h vaqt oraliqlariga surilgan qator o'rtasidagi o'zaro bog'lanish hodisasi.

Avtoregressiya– qator oldingi darajalarining keyingi darajalarga ta'sirini hisobga oluvchi regressiya.

Qo'shni darajalar yoki vaqt davrlarining istalgan soniga surilgan darajalar (h) o'rtasidagi surilish vaqt lagi deb nomlanadi. Vaqt lagi (l) – bu vaqt qatori darajalarining dastlabki holatga nisbatan h vaqt oraliqlariga siljishi, foni siljishi.

Avtokorrelyatsiyaning ikki turini ajratish lozim:

- 1) bir yoki undan ko'p o'zgaruvchilarni kuzatishlardagi avtokorrelyatsiya;
- 2) xatolar avtokorrelyatsiyasi yoki trenddan og'ishlardagi avtokorrelyatsiya.

Avtokorrelyatsiyani tavsiflovchi ko'rsatkichlari:

Avtokorrelyatsiyaning nosiklik koeffitsiyenti nafaqat qo'shni, ya'ni bir davrga surilgan darajalar o'rtasida, balki vaqt birliklarining istalgan soniga surilgan darajalar o'rtasida hisoblab chiqiladi va u quyidagi formulalar bilan hisoblanadi:

$$r_a = \frac{\overline{y_t \cdot y_{t+1}} - \bar{y}_t \cdot \bar{y}_{t+1}}{\sigma_{y1} \cdot \sigma_{y_{t+1}}} \quad (8.2.1) \text{ yoki}$$

$$r_a = \frac{\sum_{i=2}^n (y_i - \bar{y}_1)(y_{i-1} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{i=2}^n (y_i - \bar{y}_1) \cdot \sum_{i=1}^n (y_{i-1} - \bar{y}_2)}} \quad (8.2.2)$$

bu yerda σ_{y_i} , $\sigma_{y_{i+1}}$ — bu tegishli y_i va y_{i+1} qatorlarning oʻrtacha kvadratik ogʻishmasi;

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum_{t=2}^n y_t}{n-1}, \quad \bar{y}_2 = \frac{\sum_{t=2}^n y_{t-1}}{n-1} \quad (8.2.3)$$

Avtokorrelyatsiya koeffitsiyentlarining I, II va hokazo tartiblari ajratiladi.

Avtokorrelyatsiya koeffitsiyentining tartibi vaqt lagiga bogʻliq. Eng katta lag $\left(\frac{n}{4}\right)^1$ dan katta boʻlmasligi lozim.

Darbin-Uotson mezonini vaqt qatorlarida kuzatishlarning ham, ulardan ogʻishmalarning ham xronologik tartibda taqsimlanishi ushbu mezonni qoʻllash uchun asos boʻladi. U odatda i tartib avtokorrelyatsiyani aniqlash va qoidaga koʻra, katta tanlovlar uchun qoʻllaniladi. Darbin-Uotson mezonini quyidagi formula boʻyicha aniqlanadi:

$$d = \frac{\sum_{t=1}^n (e_{t+1} - e_t)^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

bu yerda $e_t = y_t - \bar{y}_1$.

Agar darajalarning tendensiyadan ogʻishmalari (qoldiqlar) tasodifiy boʻlsa, 0-4 oraliqda yotuvchi d qiymatlar hamma vaqt 2 ga yaqin boʻladi. Agar avtokorrelyatsiya musbat boʻlsa, u holda $d \neq 2$; agar u manfiy boʻlsa, u holda $2 \leq d \leq 4$. Oʻz navbatida, mezon boʻyicha olinadigan baholar nuqtali emas, balki oraliqli hisoblanadi. Ahamiyatlilikning uchta darajasi uchun ularning qiymatlari ($\alpha = 0,01; 0,025; 0,05$) kuzatishlar soni hisobga olingan holda maxsus jadvallarda berilgan (5-ilova).

Avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti ikkita muhim xususiyatga ega hisoblanadi.

Avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti qatorning joriy va oldingi darajalari chiziqli (yoki chiziqliga yaqin) bog‘lanishning mavjudligi haqida mulohaza yuritish imkonini beradi, chunki korrelyatsiyaning chiziqli koeffitsiyentiga o‘xshashligi asosida tuziladi.

Avtokorrelyatsiya koeffitsiyentining belgisi qator darajalaridagi tendensiyaning ortishi yoki kamayishi haqida mulohaza yuritish imkonini bermaydi, chunki ko‘pincha vaqt qatorlarining avtokorrelyatsiyasi musbat.

Avtokorrelyatsiya koeffitsiyentlari qator tarkibini tavsiflash va unda avtokorrelyatsiya (qatorning joriy va oldingi darajalari o‘rtasidagi bog‘lanish) eng yuqori bo‘lgan lagni aniqlash uchun keng qo‘llaniladi. Mazkur holatda korrelogramma tuziladi.

Korrelogramma–avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti qiymatlari lag miqdorining qiymatlariga bog‘lanish grafigi, u qator tarkibi haqida mulohaza yuritish imkonini beradi.

Avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti qiymatlarining talqini (qator tarkibi) quyidagilardan iborat:

1) Agar I tartib avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti eng yuqori bo‘lib chiqsa, u holda qator faqat tendensiyaga ega bo‘ladi.

2) Agar II, III va hokazo tartib avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti eng yuqori bo‘lib chiqsa, u holda qator tegishli (ikki, uch va hokazo) vaqt davriga ega siklik (davriy) o‘zgarib turishlarga ega bo‘ladi.

3) Agar avtokorrelyatsiyaning barcha koeffitsiyentlari yuqori bo‘lmasa, u holda quyidagi ikkita vaziyatdan biri o‘rin tutadi:

qator kuchli chiziqsiztendensiya ega;
qator tendensiya va siklik (davriy) o'zgarib turishlarga ega emas.

8.3. Avtokorrelyatsiyani bartaraf qilish yo'llari

Avtokorrelyatsiya uchun javobgar bo'lgan omil yoki omillarni aniqlash hamda shunga mos ravishda regressiya tenglamasini kengaytirish yo'li bilan uni bartaraf qilish mumkin. Shunday qilish imkoni bo'lsa, bu eng yaxshi yechim bo'lishi mumkin.

Boshqa hollarda, qo'llash lozim bo'lgan tartib tasodifiy had qiymatlari o'rtasidagi bog'lanishning xarakteriga bog'liq bo'ladi. Adabiyotlarda birinchi tartibli avtoregressiyaviy sxemaga katta e'tibor qaratiladi (8.1.2), chunki u intuitiv tarzda haqiqatga yaqin, ammo uni yanada murakkab modellarda qo'llash maqsadga muvofiq ekanligini aytish uchun, odatda, asoslar etarli emas. Shu bilan birga, agar kuzatishlar har chorakda yoki har oyda o'tkazilsa, boshqa modellar ko'proq mos kelishi mumkin, ammo biz ularni bu yerda ko'rib chiqmaymiz.

Agar (8.1.2) tenglama tasodifiy had qiymatini o'lchash uchun to'g'ri tasnif bo'lsa, p ning qiymatini bilsangiz, avtokorrelyatsiyani butunlay bartaraf qilishingiz mumkin. Buni faqat bitta izohlovchi o'zgaruvchini o'z ichiga olgan regressiya tenglamasi misolida ko'rish mumkin, ammo ular kattaroq miqdorda bo'lsa ham xuddi o'sha tamoyil qo'llaniladi.

Aytmaylik, haqiqiy model (8.1.1) ko'rinishda berilgan, t va $t-1$ kuzatishlar quyidagicha bo'ladi:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \varepsilon_t ; (8.3.1)$$

$$y_{t-1} = \alpha + \beta x_{t-1} + \varepsilon_{t-1} \quad (8.3.2)$$

Endi (8.3.1) tenglamaning har ikki tomonidan ρ ga ko'paytirilgan (8.3.2) nisbatni ayirib tashlaymiz va quyidagini hosil qilamiz:

$$y_t - \rho y_{t-1} = \alpha(1 - \rho) + \beta(x_t - \rho x_{t-1}) + \varepsilon_t - \rho \varepsilon_{t-1} \quad (8.3.3)$$

$\bar{y}_t = y_t - \rho y_{t-1}$, $\bar{x}_t = x_t - \rho x_{t-1}$ va $\bar{q}_t = 1 - \rho$. deb belgilaymiz. U holda (8.3.3) formulani quyidagicha yozish mumkin:

$$\bar{y}_t = \alpha \bar{q}_t + \beta \bar{x}_t + \varepsilon_t - \rho \varepsilon_{t-1}. \quad (8.3.4)$$

Shu bilan birga, (8.3.1) tenglamadan quyidagiga egamiz: $\varepsilon_1 - \rho \varepsilon_{t-1} = \varepsilon_t$. Shunday qilib (8.3.4) formula quyidagicha ko'rinishga ega bo'ladi:

$$\bar{y}_t = \alpha \bar{q}_t + \beta \bar{x}_t + \varepsilon_t \quad (8.3.5)$$

Biz ρ ma'lum deb taxmin qildik. U holda 2 dan T gacha bo'lgan boshlang'ich ma'lumotlarni o'z ichiga oluvchi kuzatishlar uchun $\bar{y}_t$, $\bar{x}_t$ va $\bar{q}_t$ qiymatlarni hisoblashimiz mumkin (oxirgisi barcha kuzatishlar uchun bir xil). Agar endi $\bar{y}_t$, $\bar{x}_t$ va $\bar{q}_t$ orasidagi regressiyani hisoblasak (bunda tenglamaga doimiy son kiritmasligi kerakligini qayd qilib o'tamiz), u holda α va β ni avtokorrelyatsiya muammosi bilan bog'liq bo'lmagan bahosini olamiz, chunki farazga muvofiq, ε ning qiymatlari bir-biriga bog'liq emas.

Biroq shu paytgacha uncha katta bo'lmagan bir muammo qolmoqda. Agar tanlamada birinchi kuzatishdan oldin ma'lumotlar mavjud bo'lmasa, u holda $\bar{y}_t$ va $\bar{x}_t$ ni hisoblay olmaymiz va birinchi kuzatishni yo'qotamiz. Erkinlik darajalari soni bittaga kamayadi va bu samaradorlik yo'qolishiga olib keladi, u esa kichik tanlamalarda avtokorrelyatsiyani bartaraf qilish orqali samaradorlik ortishiga nisbatan yuqoriroq bo'lishi mumkin.

Aytish mumkinki, mazkur muammoni Prays-Uinsten tuzatishidan foydalangan holda osonlikcha bartaraf qilish mumkin (Prais, Winsten, 1954). ε tasodifiy had, ta'rifiga ko'ra, i ning oldingi kuzatishdagi qiymatiga bog'liq emas. Xususan, ε_2 , ..., ε_T ning barcha qiymatlari ε_1 ga bog'liq emas. O'z navbatida, agar

avtokorrelatsiyani bartaraf etishda boshqa barcha kuzatishlar o'zgartirilsa, u holda birinchi kuzatishni o'zgartirish shart emas. $\hat{y}_t = y_1$, $\hat{q}_t = 1$, $\hat{x}_t = x_t$, deb faraz qilgan holda, uni yangi sxemaga kiritish orqali saqlab qolish mumkin.

Biz shunday usul bilan birinchi kuzatishni saqlab qolishimiz mumkin, ammo bu yerda ham hal qilinishi kerak bo'lgan kichik muammo mavjud. Agar p katta bo'lsa, u holda birinchi kuzatish regressiya tenglamasi bo'yicha hisoblangan qiymatlarga noproporsional ravishda katta ta'sir ko'rsatadi. Ushbu ta'sirni neytrallash uchun, $\hat{y}_t = \sqrt{1 - \rho^2} y_t$, $\hat{q}_t = \sqrt{1 - \rho^2}$, $\hat{x}_t = \sqrt{1 - \rho^2} x_t$ deb taxmin qilgan holda ushbu kuzatish og'irligini $\sqrt{1 - \rho^2}$ qiymatiga ko'paytirish orqali kamaytiramiz.

Albatta, amalda p ning qiymati noma'lum, uning bahosi α va β baholari bilan bir vaqtda olinadi. Bunday baholash uchun bir qancha standart usullar mavjud va bizdagi regressiya to'plamida shunday usullardan bittasi yoki bir nechitasi qo'llanilishi mumkin.

Darbin-Uotson statistikasi juda jips musbat avtokorrelatsiyaga ishora qilsa, soddalashtirilgan protsedura qo'llanilishi mumkin, bunda $\rho \approx 1$ deb faraz qilinadi. U holda (8.3.3) tenglama quyidagicha ko'rinish oladi:

$$y_t - y_{t-1} = \beta(x_t - x_{t-1}) + \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} \quad (8.3.6)$$

Boshqacha aytganda, ketma-ket kuzatishlarda y qiymatlarining ayirmasining x qiymatlari ayirmasiga regressiyabog'lanishi baholanadi. U birinchi ayirmalarning regressiya tenglamasi sifatida ma'lum va ko'pincha quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\Delta y_t = \beta \Delta x_t + \varepsilon_t - \varepsilon_{t-1} \quad (8.3.7)$$

Binobarin, ρ ning haqiqiy (noma'lum) qiymati birdan kam bo'lishi mumkinligi sababli, ushbu protsedura, aftidan, avtokorrelatsiyani biroz ortig'i bilan kompensatsiyalaydi. ($\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1}$) ketma-ket qiymatlar o'rtasidagi nazariy korrelyatsiya

$-(1-\rho)/2$ ekanligini ko'rsatish mumkin. ρ birga qancha yaqin bo'lsa, ushbu korrelyatsiya ham shuncha kichik bo'ladi, o'z navbatida, natijalarni yaxshilash ehtimoli ham shuncha ko'proq.

8.4. Avtokorrelyatsiya modelni noto'g'ri tasniflash oqibati sifatida

Regressiya modelidagi avtokorrelyatsiya rasmiy jihatdan tanlamadagi tasodifiy had qiymatlari o'rtasidagi bog'liqlik tufayli yuzaga keladi. Ammo bu masalani chuqurroq ko'rib chiqish mumkin. Tasodifiy had mavjudligiga model tasnifidagi qandaydir noaniqliklar, masalan, muayyan muhim tushuntiruvchi o'zgaruvchisining tushirib qoldirilishi yoki mos bo'lmagan matematik funksiyadan foydalanishlar sabab bo'lishi mumkin. Shu sabab, avtokorrelyatsiya ko'pincha modelning noto'g'ri tasnifi bilan izohlanishi mumkin. Bu holda, "tuzatish"ning mexanik protsedurasidan foydalanish o'rniga tasnifdagi xatoliklarni bartaraf etishga harakat qilish yaxshiroq. Albatta, odatda, belgidan ko'ra sababni bartaraf etgan afzal.

O'zgaruvchilarni noto'g'ri tasniflash tufayli yuzaga kelgan avtokorrelyatsiya

Yaqqol avtokorrelyatsiya muhim tushuntiruvchi o'zgaruvchini tushirib qoldirish tufayli yuzaga kelishi mumkin. Bunday vaziyat esa ushbu o'zgaruvchini aniqlash va qayta kiritish orqali bartaraf qilinadi. Buning yana bir sababi kechikishni ham aks ettiruvchi model strukturasi e'tiborga olinmagan bo'lishi mumkin. Kokran-Orkatt usuli avval statik bo'lgan modelda kechikish strukturasi aks ettirishning samarali usuli hisoblanadi. Ehtimol, yanada umumiy tasnifni afzal deb tan olish mumkin. Modelda avtokorrelyatsiya mavjud bo'lganda (8.1.2), juft regressiya holatida uni (8.3.5)

ko'rinishidagi modelga aylantirish yo'li bilan bartaraf qilish mumkinligini ko'rdik.

Buni quyidagicha qayta yozish mumkin:

$$y_t = \alpha(1 - \rho) + \rho y_{t-1} + \beta x_t - \beta \rho x_{t-1} + \varepsilon_t (8.4.1)$$

Haqiqatda, biz tenglamaning o'ng tomonidagi boshqa ikki o'zgaruvchilar uchun koeffitsiyentlarning x_{t-1} , ko'paytmasida koeffitsiyent tengligini talab qilishdan iborat cheklovni qo'yib, y_{t-1} dan y_t va x_{t-1} dan x_t regressiya bog'liqligini baholaymiz. Tenglama parametrlar bo'yicha chiziqli bo'lmagani uchun, uni baholash uchun EKKMdani foydalana olmaymiz. Buning o'rniga biz Kokran-Orkatt usulini yoki unga o'xshash boshqa qandaydir baholash usulini, mohiyatan, chiziqsiz regressiyani qo'llaymiz.

Umuman olganda, biz ushbu cheklov asosli ekanligini oldindan ta'kidlashga haqli emasmiz. Bundan tashqari, iimkon qadar barcha cheklovlarni tekshirishimiz kerak va mazkur holatda buni amalga oshirish qiyin emas. Biz cheklovlarni o'z ichiga olmaydigan boshqa modelni kiritamiz:

$$y_t = \lambda_0 + \lambda_1 y_{t-1} + \lambda_2 x_t + \lambda_3 x_{t-1} + \varepsilon_t (8.4.2)$$

va $\lambda_3 - \lambda_1 \lambda_2$ kattaligiga tengligini tekshiramiz. Agar ushbu cheklov rad qilinmagan bo'lsa, biz modellar (8.3.1) va (8.3.2) ifodalar bilan mutanosib ifodalangan degan farazni qabul qilamiz va uning parametrlarini Kokran-Orkatt yoki shunga o'xshash boshqa usul yordamida baholashni davom ettiramiz. Agar cheklov rad qilingan bo'lsa, u holda (8.4.2) regressiya oddiy EKKM yordamida to'g'ridan-to'g'ri baholalanadi.

Qayd qilish joizki, agar (8.4.2) modelning eng yaxshi tasnifi bo'lsa, u holda biz tasodifiy had (8.1.2) avtoregressiyaviy jarayon tomonidan shakllangan degan farazdan voz kechamiz va (8.1.1) regressiyani baholashda Darbin-Uotson testini qo'llash mumkin bo'lmay qoladi. Shunga qaramay, u diagnostika maqsadlari uchun foydali bo'lishi mumkin va ko'pincha boshlang'ich regressiyada qandaydir muammo mavjudligining birinchi belgisi sifatida ikkalasiga etarlicha yaqin bo'lmagan d -statistika xizmat qiladi.

Tekshirish tartibini asoslab beruvchi nazariy qoidalar bu yerda keltirilmagan (ular D. Xendri va G. Mayzonning tadqiqotlarida qisqacha bayon etilgan [Hendry, Mizon, 1978]. Mazkur holat uchun test statistikasi mos keladi.

$$T \log \left(\frac{RSS_R}{RSS_U} \right) (8.4.3)$$

bu yerda RSS_R va RSS_U – mos ravishda, cheklanmagan va cheklangan variantlarda og‘ishmalar kvadratlarining izohlanmagan miqdori; logarifmlar uning asosida hisoblab chiqiladi; T – tanlamadagi kuzatishlar soni. Katta tanlamalarda mezon asosida yotuvchi statistika kiritilgan cheklovlar soniga teng erkinlik darajalari soni bilan λ^2 taqsimotga ega bo‘ladi.

Kiritiladigan cheklovlar soni borasida savol tug‘ilishi mumkin. Shu paytga qadar bir tushuntiruvchi o‘zgaruvchiga ega boshlang‘ich model bilan tahlil qilingan. Mazkur holatda bitta cheklov mavjud edi: $\lambda_3 - \lambda_1 \lambda_2$ ga teng. k tushuntiruvchi o‘zgaruvchilar mavjud bo‘lgan holatda cheklovlar soni ham k ga teng bo‘lardi. Agar boshlang‘ich model quyidagi ko‘rinishga ega bo‘lsa:

$$y_t = a + \beta_1 x_{1t} + \dots + \beta_k x_{kt} + \varepsilon_t (8.4.4)$$

bu yerda ε_t (8.1.1) nisbat asosida shakllanadi, u holda o‘zgartirilgan model quyidagi ifoda bilan keltiriladi:

$$y_t = a(1 - p) + p y_{t-1} + \beta_1 (x_{1t} - p x_{1t-1}) + \dots + \beta_k (x_{kt} - p x_{kt-1}) + \varepsilon_t (8.4.5)$$

Shu tariqa, har bir tushuntiruvchi o‘zgaruvchiga tushuntiriluvchi o‘zgaruvchining lag qiymatli koeffitsiyenti ushbu o‘zgaruvchining “minus” belgili joriy qiymatli koeffitsiyent bilan y_{t-i} koeffitsiyentining yig‘indisiga teng bo‘lishi kerak degan cheklov to‘g‘ri keladi.

Misol.

Kokran-Orkatt usuli bilan o‘zgartirilgan uy-joy xarajatlari, mavjud shaxsiy daromad va nisbiy narx o‘rtasidagi logarifmik regressiya quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi (standart xatoliklar qavsda ko‘rsatilgan):

$$\log \hat{y}_t = 4,47 + 0,40 \log x_t - 0,26 \log p_t \quad (8.4.6)$$

$$(1,05) \quad (0,11) \quad (0,14)$$

$$R^2 = 0,9994; \quad RSS = 0,0014; \quad \hat{\rho} = 0,98 \quad d = 1,93$$

(8.4.5) regressiyanı cheklovları hisobga olmagan holda EKKU bo'ycha baholash natijalari quyidagi ko'rinishda keltirilishi mumkin:

$$\text{Log} \hat{y}_t = 0.73 + 0.87 \log y_{t-1} + 0.22 \log x_t -$$

$$(c.o.) \quad (0.48) \quad (0.06) \quad (0.09)$$

$$-0.11 \log x_{t-1} - 0.19 \log p_t + 0.01 \log p_{t-1};$$

$$(0.11) \quad (0.14) \quad (0.17) \quad (8.4.7)$$

$$R^2 = 0,9997; \quad RSS = 0,0008; \quad d = 2,27; \quad h = -0.67.$$

Umumiy omillar testini qo'llashdan oldin ushbu tenglamani ko'rib chiqamiz. Biz $\log y_{t-1}$ da koeffitsiyentdan ρ bahosini olamiz. $\log y_{t-1}$ da koeffitsiyent $\log x_1$ dagi koeffitsiyentning $-0,87$ ga ko'paytirilganiga tengligi va $\log p_{t-1}$ da koeffitsiyent $\log p_{t-1}$ dagi koeffitsiyentning $-0,87$ ga ko'paytirilganiga tengligi to'g'rimi? Ko'rinishidan, yo'q. Hech bo'lmaganda, bir qarashda shunday. Mezon asosida yotuvchi statistika $24 \log(0,0014/0,0008)$, sifatida hisoblanadi, bu esa 13.4 ga teng. Ikki darajali erkinlikka ega λ^2 ning chegaraviy qiymati 1% muhimlik darajasida 9,2 ga teng (3-ildovaga qarang). O'z navbatida, cheklov asoslangan tarzda rad qilinadi (lekin shuni unutmaslik kerakki, ushbu testdan faqatgina katta tanlanmalarda foydalanish lozim). (8.4.7) tenglama foydasiga yana bir dalil shundan iboratki, A-test statistik jihatdan ahamiyatli avtokorrelyatsiya mavjud emasligini ko'rsatadi.

Agar biz tenglama koeffitsiyentlariga nisbatan t-testni cheklovlarsiz amalga oshirsak, u holda faqat bitta lag o'zgaruvchi ($\log y_{t-1}$) muhim koeffitsiyentga ega ekanligini ko'ramiz. Bu esa qolgan ikki lag hadlarni tashlab yuborishimiz mumkinligini anglatadi. Agar shunday qilsak va regressiyanı qayta baholasak (yana oddiy eng kichik kvadratlar usulidan foydalangan holda), u holda quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$\widehat{\log y_t} = 0.49 + 0.85\widehat{\log y_{t-1}} + 0.15\widehat{\log x_1} - 0.16\widehat{\log p_t};$$

(s.o.) (0,38) (0,04) (0,05) (0,07)

$$R^2 = 0,9996; RSS = 0,0008; d = 1,94; h = 0,16. \quad (8.4.8)$$

Bu yerda statistik jihatdan ahamiyatli avtokorrelyatsiya mavjud emas. Xulosa: Uy-joy xarajatlari, daromadlar va narxlar o'rtasidagi boshlang'ich regressiyada aniqlangan yaqqol avtokorrelyatsiya haqiqatda erksiz lag o'zgaruvchini tushirib qoldirilganligi bilan izohlanadi.

VIII bobga doir topshiriqlar

1-misol. 10 oy uchun Y- tovarning taklif hajmi, x_1 -narxi va x_2 -xodimlarning ish haqi to'g'risidagi ma'lumotlar mavjud. $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$ regressiya modelida 0,05 ahamiyatlilik darajasida qoldiqlar avtokorrelyatsiyasining mavjudligini ko'rsatamiz.

Dastlabki ma'lumotlar(sh.b.) va oraliq hisoblashlar natijasi quyidagi jadvalda keltirilgan:

1-jadval

t			Y		
1	10	12	20	8,30	—
2	15	10	35	4,26	8,30
3	20	9	30	-12,46	4,26
4	25	9	45	-1,86	-12,46
5	40	8	60	-7,38	-1,86
6	37	8	70	5,26	-7,38
7	43	6	75	-9,66	5,26
8	35	4	90	-2,26	—9,66
9	40	4	105	8,34	-2,26
10	55	5	110	7,46	8,34

Bu model uchun tanlangan regressiya:

$$\hat{y} = 90,72 + 0,88x_1 - 7,32x_2$$

dan iborat. Birinchi tartibli avtokorrelatsiya qoldiqlari koeffitsiyenti $r = -0,02512$ ga teng, bundan kelib chiqadiki, Darbin-Uatson kriteriyasi qiymati bu model uchun $DW=2,05$ ga teng. Darbin- Uatson taqsimoti jadvali bo'yicha (Ilovaga qarang) $d_x = 0,70$ va $d_2 = 1,64$ larni topamiz. $d_2 < DW < 4 - d_2$ ekan, u holda qoldiqlarda avtokorrelatsiya yo'qligi to'g'risidagi H_0 gipotezani rad qilishga asos yo'qligini ko'rish mumkin.

2- misol. $k=0$ bo'lgan hol uchun masalada multikolleniarlik muammosi mavjud yoki mavjud emasligini aniqlash.

Darbin-Uatson kriteriyasining formulasi:

$$R = (\sum e_t e_{t-1}) / (\sum e_t^2)$$

Agar avtokorrelatsiyabo'lmasa, $R = 0$ bo'ladi.

Agar avtokorrelatsiyato'liqbo'lsa, uholda $R = -1$ bo'ladi.

Darbin-Uatson kriteriyasi quyidagilarni ko'rsatadi:

Agar avtokorrelatsiya bo'lmasa, $d = 2$ бўлади.

Agar avtokorrelatsiya toliq bo'lsa, u holda $R = 0$ yoki 1 ga teng bo'ladi.

R va d larning bahosi interval vositasida aniqlangan Darbin-Uatson kriteriyasi jadvali 5% mavjudlik bilan berilgan.

2-jadval

Kuzatishlar soni (n)	m=1		m=2		m=3		m=4		m=5	
	d	d	d	d	d	D	d	d	d	D
15	1,08	1,36	0,95	1,54	0,82	1,75	0,69	1,97	0,56	2,21
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68	0,90	1,83	0,79	1,99

30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65	1,14	1,74	1,07	1,83
50	1,50	1,59	1,46	1,63	1,42	1,67	1,38	1,72	1,34	1,47
100	1,65	1,69	1,63	1,72	1,61	1,74	1,59	1,76	1,57	1,78

Jadvaldan quyidagilarni aniqlaymiz:

eng kichik kvadratlar usuli bilan $\hat{y}_t = 75.8 + 1.88t$ ni aniqlaymiz;

(3) formula orqali $\hat{y}_t$ ni $t=-15, -13, \dots, 13, 15$ lar uchun;

$e_t = y_t - \hat{y}_t$, bu yerda $t = t_0, y_t = y_{t_0}$ lar uchun 4 -jadvalda keltirilgan;

$e_t e_{t-1}$ ni topamiz;

e_t^2 ni topamiz;

#

$\sum_{t=-15}^{15} e_t e_{t-1} = 3,65$ va $\sum_{t=-15}^{15} e_t^2 = 5,77$ larni topamiz;

(2) formula orqali R ni hisoblaymiz: $R = \frac{3,65}{5,77} = 0,63$

$d = 2(1 - R) = 2(1 - 0.63) < 2$.

Bundan kelib chiqadiki berilgan qatorda musbat avtokorrelyatsiya mavjud ekan.

3-misol. Quyida berilgan statistik ma'lumotlardan foydalanib, multikolleniarlik sonini Darbin-Uatson usuli bo'yicha aniqlang.

3-jadval

T/p	Y	x ₁	x ₂	№	Y	x ₁	x ₂
1.	47+k	10	60	11.	86+k	21	90
2.	51+k	12	60	12.	89+k	22	81
3.	55+k	13	100	13.	92+k	23	77
4.	59+k	14	95	14.	96+k	24	60
5.	62+k	15	66	15.	100+k	25	55
6.	66+k	16	50	16.	110+k	26	78
7.	70+k	17	56	17.	112+k	27	96
8.	75+k	18	78	18.	113+k	28	100
9.	79+k	19	58	19.	115+k	30	90
10.	82+k	20	70	20.	117+k	32	88

k- talabning jurnal bo'yicha tartib raqami.

Avtokorrelyatsiyaning paydo bo'lish sabablaridan biri yoki modeling noto'g'ri

tanlangani yoki hisobga olinmagan omillarning mavjudligidir.

Odatda avtokorrelatsiya regressiya tahlilida vaqtli qator ma'lumotlardan foydalanganda uchraydi. Shuni hisobga olib i (kuzatish tartib raqami) o'rniga t (kuzatish vaqti)dan foydalanamiz.

Tasodifiy handing bog'liq bo'lmaslik zarur sharti yonma-yon turgan ikkita qiymatlarning korrelyatsiyasizligidir.

Aytaylik, ρ ikkita yonma-yon turgan ε_t , ε_{t-1} tasodifiy hadlarning korrelatsiya koeffitsiyentidan iborat bo'lsin:

- Agar $\rho > 0$ bo'lsa, u holda avtokorrelatsiya musbat bo'ladi;
- Agar $\rho < 0$ bo'lsa, u holda avtokorrelatsiya manfiy bo'ladi;

Agar $\rho = 0$ bo'lsa, u holda avtokorrelatsiyamavjudmas va Gauss-Markovning uchinchi sharti qanoatlantiriladi.

Tayanch iboralar

Avtokorrelyatsiya, avtoregressiya vaqt lagi, avtokorrelyatsiya turlari, avtokorrelyatsiya ko'rsatkichlari, korrelogramma, Darbin-Uotson mezon, h-Darbin mezon, kointegratsiya, model strukturasi, kuzatish, o'zgaruvchini tushirish, tushuntiruvchi o'zgaruvchi, qiymatlari o'rtasidagi, tanlama, nazariy korrelyatsiya, regressiya tenglamasi, standart usullar, hisoblangan qiymat.

VIII bobga doir savollar

1. Vaqt qatori kointegratsiyasi haqidagi faraziyalarni testdan o'tkazish. Engel-Granger mezon. Darbin-Uotson mezon.
2. Bir vaqtlik tenglamalar tizimi haqida tushuncha va uning tarkibiy qismlari.
3. Bir vaqtlik tenglamalar tizimini taqdim etish shakllari.
4. Tizim tenglamalarini identifikatsiyalash vazifalari.
5. Eng kichik kvadratlarning bilvosita usuli: algoritmi va qo'llash shartlari.
6. Eng kichik kvadratlarning ikki qadamli usuli: algoritmi va qo'llash shartlari.

7. Darbin-Uatson kriteriyasining formulasi qanaqa?
8. Agar avtokorrelyatsiya bo'lmasa, d nechiga teng бўлади?
9. Avtokorrelyatsiya qanday holda yuzaga kelishi mumkin?
10. Avtokorrelyasydan qanday qutulish mumkin?
- 11.

Testlar

1. Trendning tenglashtirilgan darajalaridan og'ishmalarini korrelyatsiyalash nima uchun o'tkaziladi?

a) haqiqiy darajalarning trendni aks ettiruvchi tenglashtirilgan darajalardan og'ishmalari o'rtasidagi bog'lanishning jipsligini aniqlash uchun;

b) avtokorrelyatsiya mavjud bo'lmagan hollarda dinamika qatorlari o'rtasidagi bog'lanishning jipsligini aniqlash uchun;

v) avtokorrelyatsiyaning ta'sirini istisno etish uchun;

g) umumiy tendensiya belgisining o'zgaruvchiligiga ta'sirini istisno etish uchun.

2. Avtokorrelyatsiyaning nosiklik koeffitsiyentini hisoblash formulasini ko'rsating?

$$a) \quad r_a = \frac{\bar{y}_t \bar{y}_{t+1} - \bar{y}_t \bar{y}_{t+1}}{\sigma_{y1} \sigma_{y_{t+1}}};$$

$$b) r_a = \frac{\sum_{i=2}^n (y_i - \bar{y}_1)(y_{i-1} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{i=2}^n (y_i - \bar{y}_1) \cdot \sum_{i=2}^n (y_{i-1} - \bar{y}_2)}};$$

$$v) d = \frac{\sum_{i=1}^n (e_{i+1} - e_i)^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2};$$

$$g) \quad h = \left(1 - \frac{d}{2}\right) \cdot \sqrt{\frac{n}{1-n \cdot V}}.$$

3. Avtoregressiya modellarida qoldiqlar avtokorrelyatsiyasini aniqlash uchun formulani ko'rsating?

$$a) \quad r_a = \frac{\bar{y}_t \cdot \bar{y}_{t+1} - \bar{y}_t \cdot \bar{y}_{t+1}}{\sigma_{y1} \cdot \sigma_{y_{t+1}}};$$

$$b) \quad r_a = \frac{\sum_{i=2}^n (y_i - \bar{y}_1)(y_{i-1} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{i=2}^n (y_i - \bar{y}_1) \cdot \sum_{i=2}^n (y_{i-1} - \bar{y}_2)}};$$

$$v) \quad d = \frac{\sum_{i=1}^n (e_{i+1} - e_i)^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2};$$

$$g) \quad h = \left(1 - \frac{d}{2}\right) \cdot \sqrt{\frac{n}{1-n \cdot V}}.$$

4. Vaqt qatorlarida avtokorrelyatsiyani kamaytirish (bartaraf etish) usullarini ko'rsating?

- a) avtoregressiya o'zgartirishlar usuli;
- b) korrelogrammani tuzish usuli;
- v) qo'shimcha omilni kiritish usuli;
- g) ketma-ket ayirmalar usuli.

5. Bog'langan vaqt qatorlarining darajalari o'rtasidagi bog'lanishni o'rganish qanaqa usul yordamida o'tkaziladi?

- a) dinamika qatoridaraajalarini korrelyatsiyalash;
- b) haqiqiy darajalarning trenddan og'ishmalarini korrelyatsiyalash;
- v) ketma-ket ayirmalarni korrelyatsiyalash;
- g) avtoregression o'zgartirishlarni korrelyatsiyalash.

6. Bog'langan qatorlarning to'g'ri ta'rifini ko'rsating?

a) ikki yoki undan ortiq vaqt qatorining darajalaridagi sabab-oqibatli bog'lanish bo'lib, ular tendensiyalari va tasodifiy o'zgaruvchining mos kelishida yoki qarama-qarshi yo'nalishga ega bo'lishida o'z ifodasini topadi;

b) natijali belgining bir yoki bir necha o'zgaruvchili belgiga bog'liqligini ko'rsatuvchi;

v) avtokorrelyatsiya koeffitsiyenti qiymatlari lagining kattaligi qiymatlarigabog'liqligi;

g) vaqt qatori darajalarining dastlabki holatga nisbatan h vaqt lahzalariga siljishi.

7. Avtokorrelyatsiyani qanday qilib bartaraf etish mumkin?

a) Avtokorrelyatsiya uchun javobgar bo'lgan omil yoki omillarni aniqlash hamda shunga mos ravishda regressiya tenglamasini kengaytirish yo'li bilan uni bartaraf qilish mumkin. Shunday qilish imkoni bo'lsa, bu eng yaxshi yechim bo'lishi mumkin.

b) Qo'llash lozim bo'lgan tartib tasodifiy had qiymatlari o'rtasidagi bog'lanishning xarakteriga bog'liq bo'magan holda bartaraf etish mumkin.

v) To'g'ri javob yo'q.

g) Barcha javoblar noto'g'ri.

IX BOB. IQTISODIY KO'RSATKICHLARNI PROGNOZLASHDA EKONOMETRIK MODELLARDAN FOYDALANISH

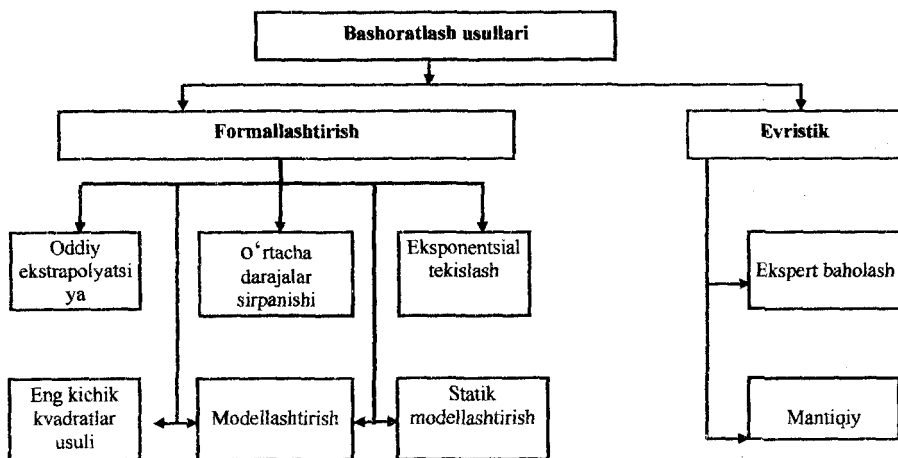
9.1. Bashoratlash usullari va ularning turlari.

Bashoratlashtirish masshtabiga ko'ra makroiqtisodiy va mikroiqtisodiy bashoratlarga ajratiladi.

Tuzilish intervali bo'yicha operativ, qisqa muddatli va uzoq muddatli bo'lishi mumkin. Qisqa muddatli bashoratda faqat miqdoriy o'zgarishlar e'tiborga olinadi. Uzoq muddatli bashorat ham miqdoriy, ham sifat o'zgarishlarga asoslangan bo'lib, o'z o'rnida o'rta muddatli va uzoq muddatli bo'lishi mumkin.

Bashoratlash yo'nalishlariga ko'ra izlanishli va normativ bo'lishi mumkin. Izlanishli bashorat – agar hozirgi tendensiyalar saqlanib qolsa iqtisodiy tizim qanday rivojlanadi?, degan savolga javob beradi. Boshqa so'z bilan aytganda tizimga ta'sir etuvchi omillar o'zgarmasa, u qanday holatga kelishi mumkin?

Normativ prognoz bo'lajak maqsadlarga erishish uchun tizimni rivojlanish yo'nalishlarini va muddatlarini aniqlaydi (belgilaydi). Maqsad qilingan holatga tizim erishish uchun, ta'sir etuvchi omillarga qanday o'zgarishlar kiritish zarur? Boshqa so'z bilan aytganda qanday qilib maqsadga erishish mumkin?



Iqtisodiy jarayonlar yoki boshqa kuzatuvlar natijasida miqdoriy ma'lumotlarga ega bo'lmagan hollarda, ya'ni hodisa yoki jarayon bo'yicha miqdoriy ma'lumotlar bo'lmasa u holda ekspertlardan foydalaniladi. Ekspertlar ma'lum bir soha bo'yicha etakchi mutaxassislar bo'lib, ular o'zlarining kompetensiyasi doirasida u yoki bu hodisa va jarayonlar bo'yicha xulosalar ishlab chiqadilar.

Ekspert (lotincha «tajribali») amalga oshiradigan ekspertiza jarayoni uch bosqichdan iborat:

- 1) ekspertizaga tayyorlanish;
- 2) ekspertlar bilan so'rov o'tkazish;
- 3) so'rov natijalarini qayta ishlash.

Ekspertlarning o'zlari ikkinchi bosqichda qatnashadilar.

Tayyorgarlik ishi uch qismdan iborat:

- 1) savol shakli va mazmunini belgilash.
- 2) savollarni tuzish.
- 3) ekspertlarni shaxsan tanlash va jalb etish.

So'rov shakllari: intervyu olish, muloqot, yig'ilish, g'oyalarni tanlash, o'yinlar o'tkazish, anketa tuzish va Delfi usuli.

So'roqlar individual yoki guruhlarda, yuzma-yuz va sirtidan o'tkazish mumkin.

Anketa va intervyularda savolni tanlash qiyin. Savollar ochiq yoki yopiq yoki bir necha shaklda bo'lishi mumkin. Ochik javoblar sifatli yoki erkin holda sonli ifodalar bo'ladi.

Yopiq savolga javoblar: «ha», «yo'q», «bilmayman» singari bo'ladi.

Ko'p savollar bo'lganda zarur javob chiziladi.

Ekspertlar guruhini tuzish. Avvalambor ekspertlarni tanlash, ularning malakalariga e'tibor berish va keyinchalik guruhlar tuzish zarur.

Kerakli belgilardan ekspertning ishchanligi, mahorati, o'rganilayotgan sohaning mutaxassisi bo'lishi zarur. Buning uchun ko'p mutaxassislarga savol berilib, u yoki bu sohada kim ekspert ekanligini so'rash mumkin. Keyinchalik eng ko'p ovoz olgan

ekspertni guruhga kiritish lozim: $X_y = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$.

Ishbilarmonlik bilan ishtirokchilarning boshqa sifatleri ilmiy yondashishi, fikrlash doirasi va saviyasi ham hisobga olinadi.

Guruhlardagi ekspertlar soni so'rov usuliga bog'liq. Yuzma-yuz uchrashuv uchun 10-15 kishi kifoya. Agar vaqt, mehnat va mablag' sarfi cheklanmagan bo'lsa, sirtidan so'roq o'tkazganda ekspertlar soni cheklanmagan.

G'oyalarni jamoa generatsiyalash usuli. Bu usul «g'oyalar jangi» deb nom olgan. U yuzma-yuz so'rov usuli bo'lib, XX asrning 50-yillarida kashf etilgan. Dastlab 10-15 kishidan iborat guruh tuziladi. Tayyorgarlik jarayonida ekspertlarga eslatma tayyorlanadi va unda muammoli holatlar, markaziy masalalar, muhokama savollari va oldindan g'oyalarni o'ylab qo'yish so'raladi.

Yig'ilishni o'tkazish uchun rais saylanadi. U yig'ilishni ochadi. Ekspertlarga nutq uchun 2-3 minut ajratiladi va u bir necha gal takrorlanadi. Bu usulda tanqidiy fikrlar ijobiy muhokama qilinadi.

Muhokama stenogramma qilinadi. Muhokamaga 20-45 minut ajratiladi.

Keyingi bosqichda seans natijalari boshqa mutaxassislar guruhi tomonidan qayta ishlanadi. Bu bosqichda jami g'oyalar tanqid etiladi va g'oyalar, takliflarning so'nggi ro'yxati tuziladi. Bu ro'yxatga samarali va amaliy g'oyalar kiritiladi.

Delfi usuli. Delfi usuli AQSH da XX asrning 60-yillarda yaratilgan. U sirtidan so'rov o'tkazishga asoslangan. Uning xususiyatlari: sirtqi, anonim, so'rovlar bir necha bosqichlarda o'tkaziladi hamda teskari aloqa mavjud, birinchi turdan tashqari har gal ekspertlar oldingi turdagi natijalar haqida ahborot olishadi.

Dastlab ekspertlarga anketalar tarqatiladi, unda muammo izohlanadi, savollar ro'yxati va unga javob berish tavsifi keltiriladi.

Ekspert javoblarni inzo qo'ymasdan pochta orqali jo'natiladi. Tashkilotchilar ekspertlar javoblarini qayta ishlaydi, baho chiqaradi. Mazmun jihatdan o'rtachalar, farqlar va dispersiya hisoblanadi. Bir oy o'tgandan keyin ikkinchi tur o'tkaziladi. Ekspertlarga birinchi tur natijalari bayon qilinib savollar beriladi. Birinchi tur javoblarini inobatga olib ekspertlardan savollarga javob berishi so'raladi. Javoblar yana umumlashtirilib, zarur bo'lsa yana qo'shimcha turlar o'tkaziladi. Agar uchinchi

turdan so'ng javoblardagi farqlar katta bo'lmasa so'rov o'tkazish tuxtatiladi. Oxirgi tur natijalari umumlashtiriladi va tugallangan hisoblanadi.

Ekspertlarning javoblarini qayta ishlash. Agar javob sonli miqdorlarda bo'lsa, jami ekspertlar guruhining javobini baholash uchun arifmetik o'rtacha, mediana va moda topiladi. Fikrlar farqi uchun variatsiya, kvadratik farq, dispersiya va kvartillar hisoblanadi.

Ekspert baholashning ayrim usullarida, jumladan Delfi usulida mediana, birinchi va uchinchi kvartillar hisoblanadi.

Arifmetik o'rtachaga nisbatan mediana afzalligi:

- birinchidan, mediana ayrim ekspert fikriga to'g'ri kelishi;
- medianaga ayrim ekspertlarning javobi o'rtachadan farq qilishi ta'sir qilmaydi.

Ikkinchidan kvartil mediana bilan mos keladi. Shuning uchun har bir turda Delfi usuli uchun mediana, birinchi va uchinchi kvartil hisoblanadi.

Prognozlashda ekstrapolyatsiya usuli o'rganiladigan obyektning rivojlanishiga taalluqli bo'lgan omillarning doiraviylik, o'zgarmaslik shartiga asoslangan bo'lib, obyektning o'tmishdagi va shuncha asosanib kelajakdagi rivojlanish qonuniyatlarini o'rganadi.

Dinamik qatorlarning o'zgarish darajalariga qarab ekstrapolyatsiya oddiy va murakkab bo'lishi mumkin. Prognozlashning oddiy ekstrapolyatsiya usuli tenglamalarining absolyut qiymatlari, qatorlarning o'rtqa qiymatlari, o'rtacha absolyut o'sish va o'sishning o'rtacha tezligiga nisbatan o'zgarmas qiymatlarga ega degan xulosaga asoslangan. Prognozning murakkab ekstrapolyatsiya usuli, trendni ifodalovchi statistik formulalarni qo'llashga asoslangan bo'lib ikki turga: takomillashgan va analitik turlarga bo'linadi. Prognozning takomillashgan usulida vaqt bo'yicha ketma-ket keladigan prognoz qiymatlarini avvaldan mavjud bo'lgan ko'rsatkichlar asosida hisoblab topiladi. Bunga o'zgaruvchan va eksponensial o'rtqa

qiymat, garmonik vaznlar avtoregression o'рта qiymat, garmonik vaznlar avtoregression o'zgartirish usullari kiradi. Analitik usul eng kichik kvadrat usuli yordamida f_i - ning determinik tarkibini aniqlashdan iboratdir.

Faraz qilaylik,

$$y = \alpha + \beta x + \varepsilon \quad (9.1.1)$$

modelni ($i=1, \dots, T$) davrdagi kuzatishlarda

$$\hat{y}_i = \alpha + \beta x_i \quad (9.1.2)$$

baholadingiz. xo'zgaruvchining bir qancha tanlamalardan keyingi qiymatiga ega bo'lgan holda, masalan, x_{T+p} da Y ning tegishli qiymatini bashorat qilishingiz mumkin:

$$\hat{Y}_{T+p} = \alpha + \beta x_{T+p} . \quad (9.1.3)$$

Bunday bashoratlar ikki sababga ko'ra muhim bo'lishi mumkin. Birinchidan, siz vazifasi iqtisodiy kelajakka nazar solish bo'lgan ekonometristlardan biri bo'lishingiz mumkin. Ba'zi ekonometristlar iqtisodiyot qanday ishlashini tushunishni yaxshilash uchun iqtisodiy qonuniyatlarni o'rganadilar, ammo boshqalar uchun bu faqat amaliy maqsadga erishish uchun nima bo'lishini oldindan bilish vositasidir. Ko'plab mamlakatlarda makroiqtisodiy prognozlash yuqori obro'ga ega va ekonometristlar jamoasi moliya vazirligi yoki boshqa davlat idoralari, xususiyl moliya institutlari, universitetlar va ilmiy-tadqiqot institutlari tomonidan qo'llab-quvvatlanadi. Ularning prognozlari davlat siyosatini shakllantirish va izohlashda yoki ishbilarmon faoliyat maqsadlarida keng qo'llaniladi. Bunday bashoratlar matbuotda e'lon qilinsa, asosan, o'zining mohiyatiga ko'ra va iqtisodiy tahlilning aksariyat turlaridan farqli o'laroq oddiy fuqarolar uchun ham oson tushunilishi mumkinligi bilan iqtisodiy tahlilning boshqa turlariga qaraganda ko'proq e'tiborni jalb qiladi. Hatto matematik va texnik

bilimga mutlaqo ega bo'lmagan odam ham kelajakdagi ishsizlik darajasi, inflyatsiya va boshqalarni taxmin qilish nimani anglatishini anglab eta oladi.

Biroq ekonometrik bashorat qo'llaniladigan yana bir yo'nalish ham mavjud bo'lib, ekonometristlar bashorat qilish bilan shug'ullanayotgani yoki shug'ullanmayotganidan qat'i nazar, bu ularning ko'pchiligini bevosita o'ylantirib keladi. U shu paytgacha qo'llanib kelingan diagnostik statistikaga qaraganda ko'proq tadqiqiy yo'nalishga ega bo'lgan regressiya modelining barqarorligini baholash usulini taqdim etadi.

Bundan keyingi fikrlarni bayon etishdan avval *bashorat* deganda nimani tushunishimizni aniqlashtirib olishimiz lozim. Afsuski, ekonometrik adabiyotlarda ushbu atama (9.1.3) tenglamadagi $x_{T+\rho}$ ni tushunishga monand tarzda bir necha xil ma'noga ega bo'lishi mumkin. Biz bashorat va prognozni farqlaymiz. Ushbu farqlash atamalardan oddiy foydalanishga muvofiq tarzda amalga oshiriladi

Agar $x_{T+\rho}$ qiymati ma'lum bo'lsa, biz $Y_{T+\rho}$ ni bashorat sifatida tavsiflaymiz. Bu qanday bo'lishi mumkin? Umumiy hollarda, ekonometristlar tanlamaning o'lchamini maksimal darajada oshirish va buning oqibati o'laroq, baholash dispersiyasini minimallashtirish uchun barcha mavjud ma'lumotlarni tanlamaga kiritishni xohlashadi, shuning uchun x_T regressiyani baholash paytida x ning oxirgi qayd qilingan qiymati hisoblanadi. Shunga qaramay, $x_{T+\rho}$ ma'lum bo'lgan ikkita holat mavjud: siz regressiyani baholaganingizdan keyin r yoki undan ko'p davrlarni kutayotgan va siz oldindan tanlama davrini o'zingizda bir nechta oxirgi kuzatish qoladigan tarzda cheklab qo'ygan holat. Modelning prognoz aniqligini kechiktirmasdan baholash imkoniyati shundayo'l tutish uchun asosli sabab bo'lishi mumkin.

Shunday qilib, masalan iqtisodiyotdagi umumiy inflyatsiya ($p, \%$) oylik ish haqi ($w, \%$)ni oshirish orqali yuz berishi o'rtasidagi bog'lanish modeli quyidagi chiziqli tenglama orqali ifodalangan:

$$p = \alpha + \beta w + \varepsilon$$

Bu tenglamani tanlamaning barcha davri uchun bahosi quyidagicha bo'lsin deb faraz qilamiz:

$$p = 1,0 + 0,8 * w \quad (9.1.4)$$

bu yerda $p_{waw} \sim$ mos ravishda, yillik umumiy inflyatsiya va ish haqi inflyatsiyasining darajasi (foizlarda) va bilamizki, tanlamadan keyingi bir yilda ish haqi inflyatsiyasining darajasi 6% ni tashkil etgan. U holda biz umumiy inflyatsiyaning bashorat qilingan darajasi 5,8% deb ayta olamiz. Albatta, biz uni darhol o'sha yildagi real inflyatsiya darajasi bilan taqqoslash hamda bashorat qilingan va haqiqiy qiymatlar o'rtasidagi farqqa teng bo'lgan *bashorat xatoligini* hisoblash imkoniyatiga ega bo'lishimiz lozim. Umumiy holda, agar $\hat{Y}_{T+p}$ -bashorat qilingan qiymat, Y_{T+p} esa haqiqiy qiymat bo'lsa, u holda f_{T+p} bashorat xatoligi quyidagicha aniqlanadi:

$$f_{T+p} = \hat{Y}_{T+p} - Y_{T+p} \quad (9.1.5)$$

Nima uchun bashorat xatoligi yuzaga keladi? Buning ikkita sababi bor. Birinchidan, ε_{T+p} ning qiymati haqiqiy qiymatlar o'rniga a va b parametrlarni baholash yordamida hisoblangan. Ikkinchidan, $\hat{Y}_{T+p}$ o'zining tarkibiy qismi bo'lgan ε_{t+r} tasodifiy had ta'sirini hisobga olmaydi. Kelgusida biz ma'lumotlar o'zgaruvchilarning $(T+t)$ kuzatishlarini o'z ichiga oladi, ulardan birinchi T kuzatishlar (tanlama davri) regressiya tuzish uchun qo'llaniladi, keyingi t (bashorat davri yoki oralig'i) esa bashorat aniqligini tahlil qilishda foydalaniladi deb faraz qilamiz.

Prognozlar

Agar siz x_{T+p} ning haqiqiy qiymatini bilmay turib Y_{T+p} ning muayyan qiymatini oldindan aytib bermoqchi bo'lsangiz, u holda siz bashorat qilayotgan bo'lasiz (har holda, ushbu matn terminologiyasidan foydalanilsa). Matbuotda e'lon qilinayotgan

makroiqtisodiy bashoratlar, odatda, shu ma'noda prognozlar sanaladi. Siyosatchilar va ayniqsa keng jamoatchilikni o'z mulohazalari "bir tomondan... lekin unaqa bo'lmasa, boshqa tomondan..." ko'rinishida bo'lgan "ikki tomonlama" iqtisodchilarni unchalik qiziqitirmaydi. Odatda, barcha aniq, bir ma'noli baholarni xohlaydi. Unga qo'shimchalar va balki ehtimoliy xatoliklar chegaralari bo'lishi mumkin, lekin ko'pincha ular mustasno qilingan bahoni talab qilishadi. Prognozlar aniqligi bashoratlarga nisbatan kamroq bo'ladi, chunki ular qo'shimcha xatolik manbai – x_{T+p} qiymati bashorati ta'siriga uchraydi. Ko'rinib turibdiki, prognoz qilayotgan ekonometrist x o'zgaruvchining harakatlarini iloji boricha aniq modellashirish orqali ushbu qo'shimcha xatolikni kamaytirishga harakat qiladi. Ba'zan buning uchun alohida model tuziladi, ba'zida Y uchun tenglama bilan x uchun tenglama bitta modelga birlashtirilib, ular turli nisbatlar bilan to'ldiriladi va ushbu tenglamalar tizimi bir vaqtning o'zida baholanadi.

9.2. Eng kichik kvadratlar usuli yordamida olingan bashoratlarga xos xususiyatlar

Keyingi mulohazalarda biz asosan prognozlarga emas, balki bashoratlarga e'tibor qaratamiz va qiymatlari noma'lum bo'lgan x o'zgaruvchini emas, balki regressiya tenglamasining koeffitsiyentlari va tasodifiy hadga xos xususiyatlarni ko'rib chiqamiz. Bunda esa ijobiy jihatlar mavjud. Agar ε_{T+p} qiymati Y o'zgaruvchining tanlama qiymatlari bilan bir xil jarayonda hosil qilingan bo'lsa ya'ni (9.1.3) tenglamaga muvofiq, bu yerda ε_{T+p} (Gauss-Markov shartlarini qanoatlantiradi), agar biz

$\hat{Y}_{T+\rho}$ bashoratni (9.1.3) tenglamadan foydalangan holda tuzsak, u holda bashorat xatoligi

$f_{T+\rho}$ nolli o'rtacha qiymatga va minimal dispersiyaga ega bo'ladi.

Birinchi xususiyatni juda oddiy namoyon etish mumkin:

$$\begin{aligned} E(f_{T+\rho}) &= E(\hat{Y}_{T+\rho}) - E(Y_{T+\rho}) \\ &= E(a + bx_{T+\rho}) - E(\alpha + \beta x_{T+\rho} + \varepsilon_{T+\rho}) \\ &= E(a) + x_{T+\rho} E(b) - \alpha - \beta x_{T+\rho} - E(\varepsilon_{T+\rho}) \\ &= \alpha + \beta x_{T+\rho} - \alpha - \beta x_{T+\rho} = 0 \quad (9.2.1) \end{aligned}$$

$$\text{chunki } E(a) = \alpha, E(b) = \beta \text{ va } E(\varepsilon_{T+\rho}) = 0.$$

Bir o'zgaruvchili regressiya tenglamasi holatida $f_{T+\rho}$ tanlama dispersiyasi quyidagicha aniqlanadi:

$$\begin{aligned} \text{pop. var}(f_{T+\rho}) &= \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_{T+\rho} - \bar{x})^2}{\sum (x_t - \bar{x})^2}\right) \sigma_\varepsilon^2 \\ &= \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_{T+\rho} - \bar{x})^2}{n \text{Var}(x)}\right) \sigma_\varepsilon^2 \quad (9.2.2) \end{aligned}$$

bu yerda x va $\text{Var}(x) = x$ o'zgaruvchining tanlama o'rtacha qiymati va dispersiyasi. Ushbu formuladan x ning qiymati tanlama o'rtacha qiymatdan qancha uzoqlashsa, bashorat xatoligining dispersiyasi shuncha katta bo'lishi kelib chiqadi. Shuningdek, bu formuladan tanlama hajmi qancha katta bo'lsa, bashorat xatoligining σ_ε^2 ga teng bo'lgan quyi chegarasi bilan dispersiyasi shuncha kam bo'lishi kelib chiqadi va bu ham ajablanarli emas. Tanlama hajmi o'sishi bilan a va b baholar tegishli koeffitsiyentlarning haqiqiy qiymatlariga intiladi (Gauss-Markov shartlari bajarilgan holda) va $\varepsilon_{T+\rho}$ tasodifiy xatolik bashoratdagi yagona xatolik manbai bo'lib qoladi va u ta'rifiga ko'ra σ_ε^2 dispersiyaga ega bo'ladi.

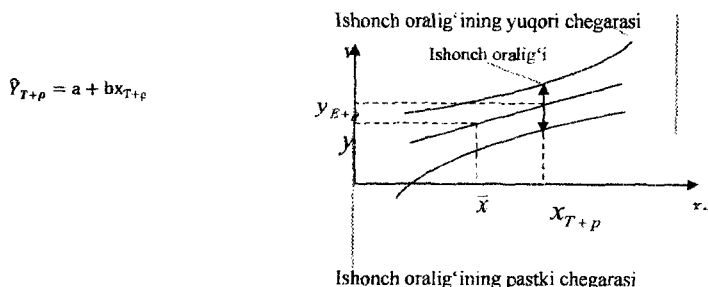
Bashoratlar uchun ishonch oraliqlari

Agar (9.2.2) tenglamadagi σ_ε^2 ni s_ε^2 ga almashtirsak va kvadrat ildiz chiqarsak, tanlama davri uchun tenglamani baholashda $(\hat{Y}_{T+\rho} - Y_{T+\rho})$ kattalikning standart

xatolikka nisbati erkinlik darajasining tegishli soni bilan t-taqsimotga bo'ysunadi. Bundan Y_{T+p} ning haqiqiy qiymati uchun ishonch oralig'ini hosil qilishimiz mumkin:

$$\hat{y}_{T+p} - t_{krit} * s.o. < y_{T+p} < \hat{y}_{T+p} + t_{krit} * s.o. \quad (9.2.3)$$

bu yerda t_{krit} – berilgan muhimlik darajasi va erkinlik darajalari sonida t kritik qiymat; s.o. – bashoratning standart xatoligi. 9.1-rasmda bashorat uchun ishonch oralig'i bilan izohlovchi o'zgaruvchining qiymati o'rtasidagi nisbat umumiy ko'rinishda keltirilgan.



9.1-rasm. Bashorat uchun ishonch oralig'i

Ko'p o'zgaruvchili regressiya tenglamasida (9.8) ga mos keluvchi ifoda ancha murakkab ko'rinishga ega va u matritsa algebrasi yordamida yaxshiroq ifodalanishi mumkin. Biroq kompyuter yordamida standart xatolik qiymatlarini hisoblash uchun qo'llash mumkin bo'lgan oddiy usul ham mavjud.

Siz bashorat davri kuzatishlarining har biri uchun (har xil) soxta parametrlarni qo'shib, tanlama va prognoz davrlarini birlashtiruvchi tanlamada regressiya tenglamasini baholaysiz. Bu modelga D_{T+1} , D_{T+2} , ..., D_{T+m} soxta o'zgaruvchilar to'plami kiritilishini anglatadi, bu yerda $T+p$ kuzatishdan tashqari barcha kuzatishlar uchun $D_{T+p} = 0$. $T+p$ uchun esa uning qiymati birga teng. Ko'rinib turibdiki, soxta bo'lmagan o'zgaruvchilar bilan koeffitsiyentlarni va ularning standart og'ishlarining

bahosi regressiya tenglamasidagi kabi bir xil bo'lib, faqat tanlama davri uchun baholanadi. Kompyuter bashorat davrida har bir kuzatishning aniq qiymatini o'lish uchun soxta o'zgaruvchilardan foydalanadi va buni, yuqorida aytilganidek, soxta o'zgaruvchidagi koeffitsiyentni bashorat xatoligi qiymatiga tenglashtirish orqali amalga oshiradi. Ushbu koeffitsiyentning standart xatoligi standart bashorat xatoligiga teng.

Misol. 1980-yil uchun oziq-ovqatga talab funksiyasi tenglamasida standart bashorat xatolik 0.019 ga teng. Erkinlik darajalari soni 18 ga teng va muhimlik darajasi 5% bo'lsa, t -statistikaning chegaraviy darajasi 2,10 ni tashkil etadi, bundan ushbu yilda bashorat qilish uchun quyidagi 95 foizli ishonch oralig'ini olish mumkin:

$$4,995 - 2,10 \times 0,019 < \log Y < 4,995 + 2,10 \times 0,019, \quad (9.2.4)$$

$$\text{ya'ni } 4,955 < \log Y < 5,035. \quad (9.2.5)$$

Ko'rib turganimizdek, o'zgaruvchining haqiqiy qiymati ushbu ishonch oralig'iga to'g'ri keladi, shuning uchun bashorat, hech bo'lmaganda, bu yilda qoniqarli deb hisoblanishi mumkin. Bu bashorat davrining qolgan yillari uchun ham to'g'ri.

9.3. Bir o'zgaruvchili vaqtli qatorlarni prognozlash usullari.

Qisqa muddatga prognozlash keng qo'llaniladigan prognozlash usuli ekstrapolyatsiya usulidir. Ekstropolyasiya usuli prognozlashni odatda bir o'lchamli vaqtli qatori asosida amalga oshiradi. Ma'lumki bir o'lchamli vaqtli qatorlarni modellash usullari iqtisodiy ko'rsatkichlarning dinamik qatorlarga asoslangan bo'lib quyidagi to'rt tarkibiy qismlardan tashkil topgandir: 1) tahlil qilinadigan jarayonning uzoq davrda rivojlanish qonuniyatlari yo'nalishi tendensiyasi, 2) tahlil qilinadigan jarayonda ayrim hollarda uchraydigan mavsumiy tarkibiy qismlar, 3) davriy tarkibiy qismlar, 4) tasodifiy omillar sababi yuzaga keladigan tasodifiy tarkibiy qism.

Rivojlanish yo'nalishi (tendensiyasi) rivojlanishining uzoq muddatli evolyutsiyani bildiradi. Dinamik qatorlarning rivojlanish yo'nalishi silliq egri chiziq bo'lib, trend deb ataluvchi vaqt funksiyasi bilan ifodalanadi. Trend – tasodifiy ta'sirlardan holi holda vaqt bo'yicha harakat qonuniyatidir. Trend vaqt bo'yicha regressiya bo'lib, doimiy omillar ta'sirida yuzaga keladigan rivojlanishning determinik tarkibiy qismidir. Trendlardagi chetlanishlar tasodifiy omillar sababli yuzaga keladi. Yuqoridagilarga asoslanib vaqt qatori funksiyasini quyidagicha beramiz:

$$y_t = f(t) + \varepsilon_t$$

f_t -- jarayonlarning vaqt bo'yicha yo'nalishining doimiy tarkibiy qismi;

ε_t -- tasodifiy tarkibiy qismi;

Vaqtli qatorlar rivojlanishida uchta yo'nalish: o'rta darajalar yo'nalishi; dispersiya yo'nalishi; avtokorrelyatsiya yo'nalishi mavjuddir.

O'rta daraja yo'nalishi f_t ko'rinishda funksiya bo'ladi. Dispersiya yo'nalishi - vaqtli qatorlarning empirik qiymatlarining trend tenglamalari yordamida aniqlangan qiymatlaridan chetlanish. Avtokorrelyatsiya yo'nalishi - vaqtli qatorlarning darajalari o'rtasidagi bog'liqliklarning o'zgarishi.

Iqtisodiy-ijtimoiy jarayonlarni modellashning keng tarqalgan usuli vaqtli qatorlarni tekislash usulidir. Tekislashgan har xil usullar mavjud bo'lib, ularning eng asosiylari qatorlarning amaldagi qiymatlarini hisoblab topilganlari bilan almashtirishdir.

Chiziqli trendlar keng tarqalgan bo'lib ularni umumiy holda quyidagicha yozamiz:

$$\bar{y}_t = \sum_{\tau=-q}^s a_{\tau} y_{t+\tau} \quad (9.3.1)$$

Bu yerda:

$\bar{y}_t$ - t davrda tenglama qiymatlarini tekislash;

a_t - t davrdan masofada turgan qatorlar darajasining vazni;

s - t davrdan so'ng darajalar soni;

q - t davrgacha bo'lgan darajalar soni.

a_t vazn qabul qiladigan qiymatlarga qarab (9.3.1) formula bo'yicha tekislash o'zgaruvchi o'rta qiymat yoki eksponensial o'rta qiymat yordamida amalga oshiriladi.

Tekislash jarayoni ikki bosqichda amalga oshiriladi: egri chiziq ko'rinishi tanlash, uning parametrlarini baholash.

Egri chiziqning ko'rinishini tanlashning har xil yo'llari mavjud bo'lib, uning grafigi bo'yicha tenglamalari tanlab olinadi.

1) polinomlar: $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$ - birinchi darajali

$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ - ikkinchi darajali

$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$ - uchinchi darajali

$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + \dots + a_k t^k$ - k -chi darajali

2) har xil eksponentlar :

$$\bar{y}_t = a_0 a_1^t$$

$$\bar{y}_t = a_0 a_1^{b_1 t + b_2 t^2}$$

$\bar{y}_t = b + a_0 a_1^t$ modifitsiyalashgan eksponent.

3) mantiqiy egri chiziqlar:

$$\bar{y}_t = \frac{K}{1 + a_0 e^{-a_1 t}}$$

$$\bar{y}_t = \frac{K}{1 + 10^{a_0 + a_1 t}}, \text{ bu yerda } e - \text{ natural logarifm asosi}$$

4) Gompers egri chizigi: $\bar{y}_t = k a_0^{a_1^t}$

Egri chizikli aniqlashning boshqa yo'li birinchi, ikkinchi va x.k. darajalar ayirmasini topishdan iboratdir ya'ni:

$$\Delta_{t^1} = y_t - y_{t-1}, \quad \Delta_{t^2} = \Delta_{t^1} - \Delta_{t-1}^1, \quad \Delta_{t^3} = \Delta_{t^2} - \Delta_{t-1}^2$$

Bu jarayon ayirmalar bir-biriga tenglashguncha davom etadi.

Prognozda ekstrapolyatsiya usullaridan foydalanish

O'rtacha absolyut o'sish bo'yicha ekstrapolyatsiya. Prognoz iqtisodiy rivojlanish variantlarini avvalgi rivojlanish omillari va yo'nalishlari prognoz qilinish davrida ham saqlanib qoladi degan gipoteza kelib chiqib aniqlaydi. Bunday gipoteza qilishga iqtisodiy holat va jarayonlarning yetarlicha inertligi sabab bo'ladi.

Dinamik qatorlarning ekstrapolyatsiyasi asosida prognoz qilish har qanday statistik prognozlashlar singari erishilishi lozim bo'lgan aniq maqsadga yo'naltirilgan yoki intervalli bo'lishi mumkin.

Ekstrapolyatsiyani umumiy holda quyidagi funksiya qiymatini aniqlash deb qarash mumkin.

$$y_{t+l} = f(y_t, l, a_j)$$

bu yerda y_{t+l} - dinamik qatorning prognoz qilinadigan qiymati;

l - oldindan aytilishi lozim bo'lgan davr;

y_t - ekstrapolyatsiyaga asos qilib olingan qatorlar darajasi;

a_j - trend tenglamalari parametrlari.

Bir o'lchamli dinamik qatorlar ekstrapolyatsiyalashning eng oddiy usuli shu qatorlarning o'rtacha xarakteristikasini qo'llash hisoblanadi:

- o'rtacha darajalar, o'rtacha absolyut o'sish va o'sishning o'rtacha tezligi.

Qatorlarning o'rtacha darajasi asosida ijtimoiy-iqtisodiy holatlarni ekstrapolyatsiyalashda prognoz qilinuvchi daraja qatorlar darajasining o'rtacha qiymatiga

teng bo'ladi: $y_{t+l}^1 = \bar{y}$

Bu holda ekstrapolyatsiya prognostik aniq bahoni beradi. Shunga qaramasdan berilgan baholarning amaldagi ma'lumotlar qiymatlari bilan aniq to'g'ri kelishi kamdan-kam hollarda bo'ladi. Shuning uchun prognoz natijalari ma'lum intervalda berilishi kerak va bu interval $y_{t+l} \pm t_{\alpha} S_{\bar{y}}$ bo'yicha aniqlanadi.

Bunda t_{α} - Student t mezoni qiymati

$S_{\bar{y}}$ - o'rtacha kvadrat og'ishma va u $S_{\bar{y}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$ yordamida aniqlanadi.

O'rtacha absolyut o'sish bo'yicha ekstrapolyatsiya. Agar rivojlanish yo'nalishi chiziqli deb qabul qilinsa, ekstrapolyatsiya o'rtacha absolyut o'sish bo'yicha amalga oshiriladi.

$$\sigma_{kon}^2 \leq \rho^2 \quad \rho^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sum \Delta_i}{n}$$

bu yerda σ_{kon}^2 - dispersiya qoldig'i

$\sum \Delta_i$ - ning boshlang'ich va oxirgi qiymatlari oralig'idagi o'sish miqdori

Bizni qiziqtirgan y'_{t+l} ning prognoz qiymatlarini topish uchun absolyut o'sish $\bar{\Delta}$ ni aniqlash lozim. Keyin y_i ning ekstrapolyatsiyalashga asos qilib olingan dinamik qator darajalarini aniqlab olib ekstrapolyatsiya formulasini quyidagicha yozamiz:

$$y_{t+l} = y_i + \bar{\Delta} t,$$

t - oldindan aniqlanish davri.

O'rta o'sish tezligi bo'yicha ekstrapolyatsiya dinamik qatorlar ko'rsatkichni egri chiziq yo'nalishida bo'ladi degan xulosaga asoslanadi. Bunda prognoz qilinadigan qator quyidagicha aniqlanadi: $y'_{t+l} = y_i \bar{T}_p^t$

$\bar{T}_p$ - o'rta geometrik formula yordamida hisoblangan o'sishning o'rtacha tezligi.

Trendlarning ekstrapolyatsiyalashning uchala usullari ham oddiy usullardir.

Ekonometrik tenglamalar tizimi yordamida bashoratlash usullari

Ekonometrik tenglamalar tizimi uch xilga bo'linadi:

a) tizimga bir-biri bilan bog'lanmagan tenglamalar kiradi. Har biri alohida echilib, umumiy iqtisodiy-matematik modelni bir qismi bo'lib koladi;

b) tizimga bir-biri bilan bog'langan statistik xususiyatga ega bo'lgan tenglamalar kiradi.

Masalan, ishlab chiqarilgan mahsulotga bir nechta omillar, ya'ni ishchilar soni va asosiy fondlar o'z ta'sir kuchini ko'rsatadilar. O'z navbatida, ishchilar soni aholi soni bilan va asosiy fondlar miqdori kapital qo'yilmalar bilan bog'langan.

Buning natijasida ekonometrik tenglamalar tizimi quyidagi ko'rinishda yozilishi mumkin:

$$Y = f(OPF, PPP)$$

$$PPP = f(L)$$

$$OPF = f(KK),$$

bu yerda Y - asosiy ko'rsatkich, RRR - ishchilar soni, OPF - asosiy fondlar hajmi, L - aholi soni, KK - kapital qo'yilmalar.

v) tizimga dinamik xususiyatga ega bo'lgan tenglamalar kiradi. Bu tizimga kiradigan tenglamalar faqatgina har biri vaqt davrida bog'lanishi borligini aniqlamasdan, ilgari bo'lgan omillararo bog'lanishini borligini ham tahlil qilish mumkin ($t-1$).

Masalan, bir jarayon tahlil etish uchun va uni asosiy ko'rsatkichlarni prognoz davriga hisoblash uchun berilgan ma'lumotlar asosida, ya'ni yalpi mahsulot (VAL), ishchilar soni (RRR), asosiy fondlar (OPF), ish xaqi fondi (ZAR), kapital qo'yilmalar (KV), har yili ishga kirgizadigan asosiy fondlar (OWF) kabi ko'rsatkichlarni tenglamalar tizimi orqali ezib chikamiz:

$$VAL = f(OPF, PPP) \quad (1)$$

$$PPP = f(VAL, ZAR) \quad (2)$$

$$ZAR = f(VAL, KV) \quad (3)$$

$$OWF = f(KV, OPF) \quad (4)$$

$$OPF = f(OPF(-1), KV) \quad (5)$$

$$KV = f(FN) \quad (6)$$

$$FN = f(ND) \quad (7)$$

Yuqorida keltirilgan tenglamalar tizimi bir biri bilan bog'lanib, ketma-ket hisoblanadi, ya'ni (7) tenglama yechilib, uni natijalari omil sifatida (6) tenglamaga kapital quyilmalar hisoblash uchun ishlatiladi. O'z vaqtida (6) tenglamani natijalari (5) tenglamani yechish uchun ishlatiladi.

Bu ekonometrik tenglamalar tizimida prognoz vaqtiga bir ko'rsatkich aniqlanib, uni natijasi orqali qolgan asosiy ko'rsatkichlarni aniqlash mumkin. Model iqtisodiyotga mos bo'lgan yo'lanishlarni, bog'lanishlarni aks ettirishi kerak.

Bashoratlashda ekstrapolyasiya usuli o'rganiladigan obyektning rivojlanishiga taalluqli bo'lgan omillarning doiraviylik, o'zgarimaslik shartiga asoslangan bo'lib, obyektning o'tmishdagi va shunga asoslanib kelajakdagi rivojlanish qonuniyatlarini o'rganadi.

Dinamik qatorlarning o'zgarish darajalariga qarab ekstrapolyatsiya oddiy va murakkab bo'lishi mumkin. Bashoratlashning oddiy ekstrapolyatsiya usuli tenglamalarining absolyut qiymatlari, qatorlarning o'rta qiymatlari o'rtacha absolyut o'sish va o'sishning o'rtacha tezligi nisbatan o'zgarimas qiymatlarga ega degan xulosaga asoslangan. Bashoratning murakkab ekstrapolyasiya usuli, trendni ifodolovchi statistik formulalarni qo'llashga asoslangan bo'lib ikki turga: moslashgan va analitik turlarga bo'linadi. Qisqa muddatga bashoratlash keng qo'llaniladigan bashoratlash usuli ekstrapolyatsiya usulidir. Ekstrapolyatsiya usuli bashoratlashni odatda bir o'lchamli vaqtlar qatori asosida amalga oshiradi. Ma'lumki bir o'lchamli

vaqt qatorlarini modellash usullari iqtisodiy ko'rsatkichlarning dinamik qatorlarga asoslangan bo'lib quyidagi to'rt tarkibiy qismlardan tashkil topgan.

Iqtisodiy-ijimoiy jarayonlarni modellashning keng tarqalgan usuli vaqt qatorlarni tekislash usulidir. Tekislangan har xil usullari mavjud bo'lib ularning eng asosiylari qatorlarning amaldagi qiymatlarini hisoblab topilganlari bilan almashtirishdir.

Bashorat iqtisodiy rivojlanish variantlarini avvalgi rivojlanish omillari va yo'nalishlari bashorat qilinish davrida ham saqlanib qoladi degan gipotezadan kelib chiqib aniqlaydi. Bunday gipoteza qilishga iqtisodiy holat va jarayonlarning yetarlicha inertligi sabab bo'ladi.

Dinamik qatorlarning ekstropolyasiyasi asosida bashorat qilish har qanday statistik bashoratlashlar singari erishilishi lozim bo'lgan aniq maqsadga yo'naltirilgan yoki intervalli bo'lishi mumkin.

9.4. Ekonometrik modellar orqali prognoz qilish ketma-ketligi

Aytaylik, X va Y lar quyidagi tenglama orqali:

$$Y = \alpha + \beta x$$

chiziqli bog'langan va bular tasodifiy miqdorlardan iborat bo'lsin.

$\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$ tanlamalar orqali nazariy modelning

$$y = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$$

baholarini hosil qildik. $x_q \notin \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$ davrda model orqali prognozy_q = $y(x_q)$ ni qidirishdan iborat.

Bu masalani yechish uchun quyidagilarni bajarish kerak:

1. Agar x_q aniqlangan bo'lsa $y_q = y(x_q) = x_q \hat{\beta} + \hat{\alpha}$ ni hisoblash.

$$2. S_p = \sqrt{S^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{\sum (x_k - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right]}$$

sandart xatoni hisoblash kerak, bu yerda

$$S^2 = \frac{1}{n-2} \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 \text{ ga teng.}$$

3. t -taqsimot jadvali orqali t_{n-2}^{α} ni hisoblash kerak bu yerda α ni $100\%(1 - 2\alpha)$ orqali aniqlash mumkin. Ishonch intervalini berilgan $100\%(1 - 2\alpha)$ orqali qidirganimizda qidirilayotgan Y_q miqdorning ishonch intervallari aniqlanadi:

$$\hat{y}_q - t_{n-2}^{\alpha} \cdot S_p \leq Y_q \leq \hat{y}_q + t_{n-2}^{\alpha} \cdot S_p$$

Ekonometrik model orqali prognoz qilishga misol.

Shaharning 10 ta savdo shoxobchalarini kuzatish orqali mol go'shtining lahm joyiga bo'lgan talab qonuni tekshirilgandagi kuzatish natijasi quyidagi 1-jadvalda keltirilgan.

1-jadval

Kuzatishlar soni	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sotib olingan mahsulot (kg)	Y_i	25	30	20	25	15	10	20	35	40	30
1kg. mahsulot narxi (sh.b.)	X_i	3	2.5	3.5	3	4	4.5	3.7	2.5	2.3	2.7

Yechish.

1-qadam . Talab qonunining modelini tanlash:

$$Y = \alpha + \beta x$$

2-qadam Kuzatishlar jadvali orqali va (7) formulaga asosan eng kichik kvadratlar usulidan foydalanib α , β -koeffitsiyentlarni baholaymiz:

$$\hat{\beta} = -12.1; \hat{\alpha} = 63.5.$$

3-qadam . Tanlangan modelning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x = 63.5 - 12.1x$$

4-qadam . Eng kichik kvadratlar usuli orqali baholaymiz ya'ni $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ baholarni topamiz. Statistikadan ma'lumki, α, β larni eng kichik kvadratlar usuli bilan baholashda quyidagi sifatlariga e'tibor beriladi:

silljimaslik (ya'ni $M(\hat{\alpha}) = \alpha$, va $M(\hat{\beta}) = \beta$).

asoslanganlik ya'ni $VAR(\hat{\alpha}) = 0$ va $VAR(\hat{\beta}) = 0$ $n \rightarrow \infty$ da.

5-qadam. Determinatsiya koeffitsiyenti orqali modelning adekvatligini baholash: $R^2=0.938$ yani Y X dan 94% chiziqli bog'langan va uning ko'rinishi

$$2.5 \leq X \leq 4; 10 \leq Y \leq 40$$

oraliqda $Y = 63.5 - 12.1x$ bo'ladi.

6-qadam. hosil qilingan model orqali prognoz qilish:

Agar mol go'shtining laxm joyining 1kg ni 5 sh.b dan oladigan bo'lsa, qancha go'sht sotib olish kerak?

Regressiya tenglamasidan:

$$Y = 63.5 - 12.1x = 63.5 - 12.1 * 5 = 3 \text{ ni hosil qilamiz.}$$

Bundan ko'rinish turibdiki, bu narx bilan 3 kg sotib olish mumkin bo'ladi. Demak, bu narx yuqori bo'lganligi uchun, sotib olinadigan go'shtning miqdori kam bo'lyapti.

IX bobga doir topshiriqlar.

1-topshiriq. Shaharning 10 ta savdo shoxobchalarini kuzatish orqali mol go'shtining lahm joyiga bo'lgan talab qonuni tekshirilgandagi kuzatish natijasi quyidagi 9.1-jadvalda keltirilgan.

9.1-jadval

Kuzatish tartibi	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sotib ol. mah.(kg)	Y_i	25	30	20	25	15	10	20	35	40	30
1kg. ning narxi(sh.b.)	X_i	3	2.5	3.5	3	4	4.5	3.7	2.5	2.3	2.7

Yechish.1-qadam . Talab qonunining modelini tanlash: $Y = \alpha + \beta x$

2-qadam. Kuzatishlar jadvali orqali va (7) formulaga asosan eng kichik kvadratlar usulidan foydalanib α , β - koeffitsiyentlarni baholaymiz: $\hat{\beta} = -12.1$, $\hat{\alpha} = 63.5$.

3-qadam. Tanlangan modelning ko‘rinishi quyidagicha bo‘ladi:

$$\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x = 63.5 - 12.1x .$$

4-qadam. Eng kichik kvadratlar usuli orqali baholaymiz ya’ni $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ baholarni topamiz. Statistikaning ma’lumki, α, β larni eng kichik kvadratlar usuli bilan baholashda quyidagi sifatlariga e’tibor beriladi:

siljimaslik (ya’ni $M(\hat{\alpha}) = \alpha$, va $M(\hat{\beta}) = \beta$).

asoslanganlik ya’ni $n \rightarrow \infty$ da $\text{var}(\hat{\alpha}) = 0$ va $\text{var}(\hat{\beta}) = 0$.

5-qadam. Determinatsiya koeffitsiyenti orqali modelning adekvatligini baholash: $R^2 = 0.938$, y’ani Y X dan 94% chiziqli bog‘langan va uning ko‘rinishi $2.5 \leq X \leq 4$; $10 \leq Y \leq 40$ oralig‘da $Y = 63.5 - 12.1x$ bo‘ladi.

6-qadam. Hosil qilingan model orqali prognoz qilish:

Agar mol go’shtining laxm joyining 1kg ni 5 sh.b dan oladigan bo‘lsa, qancha go’sht sotib olish kerak?

Regressiya tenglamasidan y ning prognoz qiymati:

$$Y = 63.5 - 12.1 \cdot x = 63.5 - 12.1 \cdot 5 = 3 \text{ ni hosil qilamiz.}$$

Bundan ko‘rinib turibdiki, bu narx bilan 3 kg sotib olish mumkin bo‘ladi. Demak, bu narx yuqori bo‘lganligi uchun, sotib olinadigan go’shtning miqdori kam bo‘lyapti.

E s l a t m a. Tushuntiradigan o‘zgaruvchi x ning berilgan qiymatlari orqali y ning prognoz qiymatini topish uchun Excelning statistik funksiyalaridan foydalanish mumkin.

2-topshiriq .

9.2-jadvalda ma’lumotlardan foydalanib, prognozlarni amalga oshiring.

Yillar	Hosildorlik, s/ga									
	Don ekinlari			Dukkakli don	Paxta	Qand lavlagi	Kartoshka	Sabza-vot	Makkajo'xori	Ko'p yillik o'tlar(xashak)
	Jami	Kuzgi	Bahorgi							
1976-1980	15,5	17,6	13,4	12,9	25	200	130	150	25,1	30
1981-1985	17,2	19,7	15,3	14,1	27	221	141	169	30,2	35
1986-1990	17,6	21,8	17,7	15,4	29	242	150	181	42,3	39
1991-1995	19,4	23,6	19,4	16,5	36	250	163	192	45,9	45
1996-1990	20,5	25,9	21,2	17,8	38	255	175	195	50,3	48
1991-1995	21,3	27,2	23,9	19,2	40	280	200	200	52,0	50
1996-2000	21,9	28,6	24,4	19,9	42	285	205	205	53,1	52
2001-2005	22,2	28,9	24,8	20,1	45	288	215	214	55,2	55
2006-2010	23,7	29,3	25,2	21,4	47	290	250	221	55,6	60
2011-2015	25,0	30,6	25,5	21,8	49	300	255	230	60,9	62
2016-2020										

Dastlabki ma'lumotlar

Eslatma. Masalani yechish o'qituvchi tomonidan ko'rsatilgan ekin turlaridan biri bo'yicha amalga oshiriladi.

IX bobga doir savollar

1. Ekonometrik tenglamalar tizimi va ularning turlari.
2. Ekonometrik modellarni tekshirish mezonlari nimalar?
3. Bir o'zgaruvchili va ko'p o'zgaruvchili ekonometrik modellarning farqlari nimada?
4. Ekonometrik modellardan prognozlashda qanday foydalanish mumkin?
5. Iqtisodiy o'sish deb nimaga aytiladi
6. Bashoratlashning ekstrapolyatsiya usuliga ta'rif bering.
7. O'rtacha absolyut o'sish bo'yicha ekstrapolyatsiya nima?
8. Ishlab chiqarish funksiyalarini bashorat modellarida qo'llash yo'llari qanday?
9. Dinamik qatorlarning rivojlanish yo'nalishiga ta'rif bering?
10. Trend deganida nimani tushunasiz?
11. Tasodifiy tarqibiy qismini qanday tushunasiz?
12. Chiziqli trendlarni ko'rsating.
13. Egri chiziq deganida nimani tushunasiz?
14. Gompers egri chizig'ini ko'rsating.
15. O'rtacha kvadrat xatolikni qanday tushunasiz?

Testlar

1. Bashoratlash jarayoni nimadan boshlanadi?
 - a) Bashoratlash jarayoni obyektни tahlilidan boshlanadi.;
 - b) Bashoratlash jarayoni obyektни aniqlashdan boshlanadi.;
 - c) Bashoratlash jarayoni obyektни tanlashdan boshlanadi.;
 - d) Bashoratlash jarayoni obyektни ko'rishdan boshlanadi..
2. Prognozlash masalasi nechta qadam orgali amalga oshiriladi?
 - a) 6;
 - b) 4;

c) 5;

d) 7.

3. Bashoratlash qanday usullari mavjud?

a) Formallashtirish va evristik;

b) Modellashtirish;

c) Statik modellashtirish;

d) Mantiqiy.

4. evristik bashoratlash turlarini ayting?

a) ekspert baholash va mantiqiy;

b) eksponentsial tekislash;

c) oddiy ekstrapolyatsiya;

d) o'rtacha darajalar sirpanishi.

5. ekspert amalga oshiradigan ekspertiza jarayoni nechta bosqichdan iborat?

a) 3;

b) 2;

c) 5;

d) 7.

6. Ekspert amalga oshiradigan ekspertiza jarayoni qanday bosqichlardan iborat?

a) ekspertizaga tayyorlanish, ekspertlar bilan so'rov o'tkazish, so'rov natijalarini qayta ishlash;

b) ekspertizaga tayyorlanish, so'rov natijalarini qayta ishlash;

c) ekspertlar bilan so'rov o'tkazish, so'rov natijalarini qayta ishlash ;

d) ekspertizaga tayyorlanish, ekspertlar bilan so'rov o'tkazish.

7. So'rov shakllarining Delfi usuliqaerda yaratilgan?

a) Delfi usuli AQSH da yaratilgan;

b) teskari korrelyatsion bog'liqlikning mavjudligi;

c) teskarifunksional bog'liqlikning mavjudligi;

d) to'g'ri funksional bog'liqlikning mavjudligi.

8. So'rov shakllarining Delfusuli qachon yaratilgan ?

a) Delfusul XX asrning 60 -yillarda yaratilgan;

b) bog'liqlikning o'qligi;

c) 70-yillarda yaratilgan;

d) XX asrda.

9. Delfusulida anketas o'rovlarga Ekspert javoblarni qanday o'natiladi?

a) Delfusulida anketas o'rovlarga Ekspert javoblarni imzo qo'ymasdan pochta orqali o'natiladi;

b) imzo qo'yiladi?

c) har bir o'ylar orqali jonatiladi;

d) barcha javoblar to'g'ri.

10. Delfusulida nimalar hisoblanadi?

a) Delfusulida median birinchi va uchinchikvartillari hisoblanadi.

b) median hisoblanadi;

c) rasmiylashtiradi;

d) barcha javoblar noto'g'ri.

11. Prognozlashda ekstrapolyatsiya usulini nimalarni o'rganadi?

a) o'rganiladigan obyektning rivojlanishiga taalluqli bo'lgan omillarning doiraviylik, o'zgarishlik shartiga asoslangan bo'lib, obyektning o'tmishdagi va shunday asoslanib kelajakdagi rivojlanish qonuniyatlarini o'rganadi;

b) kelajakdagi rivojlanish qonuniyatlarini o'rganadi;

c) obyektning o'tmishini o'rganadi;

d) barcha javoblar to'g'ri.

12. Prognozlashda ekstrapolyatsiya usuli o'rganiladigan obyektning rivojlanishiga taalluqli bo'lgan omillarning anday shartlariga bog'liq?

- a) omillarning doiraviylik, o'zgarimaslik shartiga asoslangan bo'lib, obyektning o'tmishdagi va shunga asoslanib kelajakdagi rivojlanish qonuniyatlarini o'rganadi;
- b) uzviylik sharti ishlaydi;
- c) barcha javoblar to'g'ri;
- d) umuman qonuniyat kerak emas.

13. Prognozning murakkab ekstrapolyatsiya usuli, trendni ifodolovchi statistik formulalarni qo'llashga asoslangan bo'lib ...

- a) ikki turga: takomillashgan va analitik turlarga bo'linadi;
- b) uchta turga bo'linadi;
- c) umuman bo'linmaydi;
- d) faqat analitik turda bo'ladi.

14. Agar Y va X omillar o'rtasidagi korrelyatsiya juft koeffitsiyenti 0,675 qiymatni qabul qilsa, u holda determinatsiya koeffitsiyent nimaga teng?

- a) 0,822;
- b) -0,675;
- v) 0,576;
- g) 0,456.

15. Eng kichik kvadratlar usuliga muvofiq quyidagi ifodalardan qaysi biri kamayadi?

a) $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$;

b) $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)$;

v) $\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|$;

g) $\sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y}_j)^2$.

16. Regressiya parametrlarining baholari (eng kichik kvadratlar usuli baholarining xususiyatlari) qanday bo'lishi kerak?

- a) siljimagan;
- b) geteroskedatik;
- v) samarali;
- g) asoslangan.

11. Chiziqli bir o'zgaruvchili regressiya tenglamasida a_1 parametr nimani anglatadi?

- a) natijaviy omil hisobga olinmagan (tadqiqot uchun ajratilmagan) omillarning o'rtacha holatga keltirilgan ta'sirini;
- b) omil 1 foizga o'zgarganda natijaviy omilning o'rtacha o'zgarishini;
- v) agar x o'zgaruvchi bir o'lchov birligiga oshirilsa, y natijaviy omilni o'rtacha qancha miqdorga o'zgarishini;
- g) y natijaviy omil belgi variatsiyasining qanaqa ulushi modelda hisobga olinganligini va x o'zgaruvchining ta'siri bilan shartlanganligini.

12. a_1 parametrning chiziqli bir o'zgaruvchili regressiya tenglamasidagi qiymati qaysi formula bo'yicha aniqlanadi?

a) $\bar{y} - a_1 \bar{x}$;

b)
$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$
;

v)
$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$
;

g) $a_0 \cdot x^{a_1}$

13. Regressiya tenglamasi $\hat{y}_x = 2,02 \pm 0,78x$ ko'rinishga ega. Agar x o'zining bir o'lchov birligiga oshirilsa, y o'rtacha o'zining qancha o'lchov birligiga o'zgaradi:

- a) 2,02 ga oshadi;
- b) 0,78 ga oshadi;
- v) 2,80 ga oshadi;
- g) o'zgarmaydi.

14. Ekstrapolyatsiyani umumiy holda qaysi funksiya qiymatini aniqlash deb qarash mumkin.

- a) $y_{t+l} = f(y_t, l, a_j)$;
- b) $y_t = f(y_t, l, a_j)$
- v) $y_{t+l} = f(y_t, l)$;
- g) $y_{t+l} = f(y_t, a_j)$.

15. Omil 1 foizga o'zgarganda natijaviy omilning o'rtacha o'zgarishini qanaqa koeffitsiyent belgilab beradi?

- a) regressiya koeffitsiyenti;
- b) determinatsiya koeffitsiyenti;
- v) korrelyatsiya koeffitsiyenti;
- g) elastiklik koeffitsiyenti.

16. Agar regressiya tenglamasi $\hat{y}_x = 2,02 + 0,78x$, $\bar{x} = 5,0$, $\bar{y} = 6,0$ ko'rinishga ega bo'lsa elastiklik koeffitsiyenti nimaga teng?

- a) 0,94;
- b) 1,68;
- v) 0,65;
- g) 2,42.

17. Darajali funksiya tenglamasi quyidagi qaysi ko'rinishga ega?

- a) $\hat{y}_x = a_0 \cdot x^{a_1}$;
- b) $\hat{y}_x = a_0 + a_1 \frac{1}{x}$;

$$v) \hat{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2;$$

$$g) \hat{y}_x = a_0 \cdot a_1^x.$$

18. Giperbola tenglamasi quyidagi qaysi ko'rinishga ega?

$$a) \hat{y}_x = a_0 \cdot x^{a_1};$$

$$b) \hat{y}_x = a_0 + a_1 \frac{1}{x};$$

$$v) \hat{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2;$$

$$g) \hat{y}_x = a_0 \cdot a_1^x.$$

19. Bashorat iqtisodiy rivojlanish variantlarini qaysi rivojlanish omillari va yo'nalishlari bashorat qilinish davrida saqlanib qoladi degan gipotezadan kelib chiqib aniqlaydi?

a) Bashorat iqtisodiy rivojlanish variantlarini avvalgi rivojlanish omillari va yo'nalishlari bashorat qilinish davrida ham saqlanib qoladi degan gipotezadan kelib chiqib aniqlaydi;

b) Bashorat iqtisodiy rivojlanish variantlarini kelgusi rivojlanish omillari va yo'nalishlari bashorat qilinish davrida ham saqlanib qoladi degan gipoteza kelib chiqib aniqlaydi.;

v) Bashorat iqtisodiy rivojlanish variantlarini avvalgi va kelgusi rivojlanish omillari va yo'nalishlari bashorat qilinish davrida ham saqlanib qoladi degan gipotezadan kelib chiqib aniqlaydi;

g) Bashorat iqtisodiy rivojlanish variantlarini avvalgi omillar va yo'nalishlar bashorat qilinish davrida ham saqlanmaydi degan gipotezadan kelib chiqib aniqlaydi.

GLOSSARIY

Adaptatsiya (adaptation) – tizimning haqiqiy sharoitga moslashuvi.

Additivlik(additivity) - obyektning bir nechta bo'laklarga bo'lganda bo'laklarining yig'indisi miqdori qiymati unga mos kelgan butun obyekt miqdorlari qiymatiga teng bo'ladi.

Adekvatlik(adequacy) – model adekvatligi deganda modelning modellashtirilayotgan obyektga, jarayonga mos kelishi tushuniladi.

Agregirlangan (aggregation)– biron-bir belgi bo'yicha ko'rsatkichlarni umumlashtirish, kattalashtirishdan iborat bo'lib, matematika nuqtai nazaridan modelni o'zgaruvchilari va cheklanishlari soni kam bo'lgan modelga o'zgartirishdan iborat.

Algebraik to'ldiruvchi (co-factor) – A kvadratik matritsaning a_{ij} elementiga tegishli bo'lib, u a_{ij} ning elementlari minorini $(-1)^{i+j}$ ga ko'paytirishdan hosil bo'ladi.

Alternativ (alternative)- masalaalar yechimining mumkin bo'lgan variant.

Amortizatsiya (depreciation)-ishlab chiqarilgan mahsulotga eskirish bo'yicha mehnat vositalari qiymatining o'tkazilish jarayoni bo'lib, bu qiymatning mehnat vositalarini navbatdagi qayta ishlab chiqarilishiga aytiladi.

Analiz (analysis) – iqtisodiy tizimlar analizi har xil vositalar orqali amalga oshiriladi, shu jumladan iqtisodiy-matematik analiz.

Analog (analogue)- o'xshash predmet. Modelni modellashtirilayotgan tizimning analogi sifatida qarash mumkin.

Approksimatsiya (approximation)- biror bir matematik obyektning u yoki bu ma'noda dastlabkiga yaqin boshqasi bilan almashtirish, xususiyl holda murakkab funksiyani juda oddiy funksiya orqali taqribiy ifodasi.

Avtokorrelyatsiya (autocorrelation) - bitta tasodifiy jarayon $X(t)$ ning t_1, t_2 vaqtlardagi korrelyatsiya bog'lanishidan iborat. Bu bog'lanishni xarakterlovchi funksiyaga avtokorrelyatsiyali funksiya deb ataladi. Baholashni o'tkazish belgisi, obyekt va voqealarni tasniflash. Baholashni amalga oshirishga asoslangan belgi orqali obyekt va voqealarni tasniflash.

Bazis yechim (basik solution)-tenglamalar soniga teng bo'lgan, manfiy bo'lmagan yechim.

Bir-birining o'rnini bosuvchi resurslar (input substitution)-turli resurslarning ishlatilish imkoniyati: a) ishlab chiqarishni berilgan darajaga etkazish uchun, b) optimumga erishish uchun.

Bir-birining o'rnini to'ldiruvchi resurslar (input complementarity)- ayrim resurslarning to'plamda ma'lum bir proporsiyada ishlatilish qobiliyati.

Blok (block)-alohida qarayotgan tizimning bir bo'lagi. Iqtisodiyodni murakkab tizim sifatida bir-biri bilan bog'liq (sanoat, qishloq xo'jaligi, iste'mol sohasi va boshq.) bloklar sifatida modellastirish mumkin.

Chiziq darajasi (contour line)-izlanayotgan funksiya qiymati uchun nuqtalar fazosi geometric o'rni bir xildir.

Chiziqli funksiya (linear function)- $ax + b = y$ ko'rinishidagi funksiyadan iborat.

Ehtimolli model (probabilistic model)- model tarkibida tasodifiy elementlar qatnashadi.

Ishlab chiqarishning elastiklik koeffitsiyenti (partial elasticity of production factors) - ishlab chiqarish funksiyalari ko'rsatkichidan iborat bo'lib, i-turdagi resursni sarf qilishni nisbatan bir birlikka o'zgarishi natijasida ishlab chaqarish natijasining nisbatan o'zgarishi tushuniladi.

Kibernetika (cubernetics)- boshqaruvning umumiy tamoyillari haqidagi fan bo'lib, maqsadga yo'naltirilgan harakatlarni axborotni qayta ishlash orqali tashkillashtirishdan iborat.

Korrelyatsiya tahlili (correlation analysis) - o'zgaruvchan miqdorlar orasidagi bog'lanishni o'rganadi.

Korrelyatsiya(correlation) - ikkita X va Y tasodifiy miqdorlar orasidagi o'zaro bog'lanishni xarakterlovchi miqdor.

Kriteriya(criterion)- alternativlarni taqqoslash(turli yechimlarning samaradorligi),

Lag (lag, time-lag) - bitta iqtisodiy hodisaning uning voqealari bilan bog'liq bo'lgan boshqasi bilan solishtirganda vaqt bo'yicha orqada qolishi yoki otib ketishni ko'rsatuvchi iqtisodiy ko'rsatkich.

Logistik funksiya (logistic function)-biror-bir chegaraga intilishda avval sekinlik bilan o'sib keyin tezlik bilan, keyinchalik o'zining o'sishini sekinlashtiradigan funksiyaning egri chizig'i.

Logistik funksiya (logistic function)-biror-bir chegaraga intilishda avval sekinlik bilan o'sib keyin tezlik bilan, keyinchalik o'zining o'sishini sekinlashtiradigan funksiyaning egri chizig'i.

Makroiqtisodiy model (macroeconomic model)- xalq-xo'jaligining ishlab turishini bir butun deb aks ettiruvchi iqtisodiy-matematik model.

Matematik kutish (expected value) - X diskret tasodifiy miqdorning mumkin bo'lgan qiymatlarini uning ehtimolligi ko'paytmasiga teng $\sum x \cdot P(x)$ uzluksiz tasodifiy miqdor uchun $\int x \cdot P(x)dx$ ga teng.

Matematik statistika (mathematical statistics)- statistic ma'lumotlarni qayta ishlash va tahlil qilish qoidalari va usullariga bag'ishlangan matematikaning bo'limi.

Mikroiqtisodiy model (microeconomic model)-xo'jalik tizimi bo'g'inlarini,uning asosiy qismlarining uzaro ta'sirining ishlashi va tuzilmasini aks ettiruvchi iqtisodiy-matematik model.

Milliy daromad (national income) -bu eng muhim makroiqtisodiy ko'rsatkichdan iborat bolib, xalq-xo'jaligining yutuqlarini bildiradi. Uning o'sishi ikki omildan: *mehnat unumdorligining o'sishi va moddiy ishlab chiqarishda band bo'lgan kishilar soni.*

Model parametrlarini baholash (parameter estimation) - modelning mavjud parametrlarining sonli qiymatlarini aniqlash.

Muvozanat (equilibrium)- turli yo'nalishlar bo'yicha o'zaro ta'sir etuvchi kuchlarni xarakterlovchi turli holatlarga tegishli bo'lib, o'zaro ta'sir shunday bekor qilinadiki, kuzatilayotgan tizim xususiyati o'zgarmaydi.

O'rnini bosishning eng katta normasi (marginal rate of substitution-MRS)-ishlab chiqarish omillarining o'zaro bir-birining o'rnini bosa olish ta'sirida bo'lish nisbiy samaradorligini xarakterlovchi ishlab chiqarish ko'rsatkichi.

Ochiq model (open model)- transport masalasi tushunchalaridan bo'lib, ishlab chiqarish va iste'mol korxonalari soni bir-biriga teng emas.

Optimallik kriteriyasi (optimality criterion)- iqtisodiyot amal qilishining optimallik nazariyasi hisoblanib, u yoki bu iqtisodiy tizim uchun qo'llanilganda, uning sifatlarining mumkin bo'lgan shunday belgisiki u tizimning amal qilish variantlari ichida eng yaxshisi deb tan olinadi.

Prognozlash (forecasting,prognostique)-sifat va miqdor jihatdan xarakterlanuvchi ilmiy tekshirish tizimi bo'lib, xalq xo'jaligi yoki uning qismlarining rivojlanish tendensiyalarini aniqlash va bu rivojlanish maqsadiga erishishning optimal yo'llarini qidirishga yo'naltirilgan.

Regressiya modeli (regression model)- ekzogen (kiruvchi) va endogen (chiquvchi) o'zgaruvchilarni birlashtiruvchi regressiya tenglamasiga asoslangan.

Statistik modellash(statistical modeling)- ehtimolli tizimlarning ichki o'zaro ta'siri noma'lum bo'lganda bu tizim xulq-atvori jarayonlarini tekshirish usulidir.

Taklif egri chizig'i (supply curve)-taklif qilingan tovar va uning narxi orasidagi munosabatning grafik tasviri(Tovar qancha ko'p bo'lsa narx shuncha past bo'ladi va narx qancha yuqori bo'lsa taklif ham ko'payadi).

Talab egri chizig'I (demand curve)- talab qilingan tovar va uning narxi orasidagi munosabatning grafik tasviri(narx qancha yuqori bo'lsa talab shuncha kamayadi).

Tanlama (sample)-kuzatishlarni o'z ichiga olgan bosh tanlamaning bir qismi.

Tanlash (choice,option)- iste'mol nazariyasida iste'molchining bir tovarlar to'plamini boshqa tovarlar to'plamiga nisbatan afzal ko'rish harakatiga aytiladi.

Tasodifiy miqdor (random value)- hodisandan bog'liq u yoki bu qiymatni ma'lum ehtimollik bilan qabul qiluvchi miqdor.

Tayanch yechim (basic solution)-bazi yechim.

To'g'ridan to'g'ri sarf xarajatlar koeffitsiyenti (input-output coefficients)- tarmoqlararo balansda boshqa tarmoq birlik mahsulotini ishlab chiqarish uchun bir tarmoqning mahsuloti bevosita sarf xarajatlarining o'rtacha miqdori.

To'g'ridan to'g'ri sarf xarajatlar koeffitsiyenti (input-output coefficients)- tarmoqlararo balansda boshqa tarmoq birlik mahsulotini ishlab chiqarish uchun bir tarmoqning mahsuloti bevosita sarf xarajatlarining o'rtacha miqdori.

To'liq sarf xarajatlar koeffitsiyenti(total input coefficients) - tarmoqlararo balansda j-tarmoq oxirgi mahsulotini birlik ishlab chiqarishga ozaro bog'langan ishlab chiqarishi i-mahsulotining o'rtacha xarajatlari.

Trend(trend)- iqtisodiy ko'rsatkichlarning uzoq vaqt oralig'ida o'zgarish tendensiyasidan iborat.

Vaqtinchalik, vaqtli qator(time-series)-ko'rsatkichlarning vaqt bo'yich o'zgarishini xarakterlovchi qiymatlarning ketma-ket qatori.

Yalpi mahsulot(total output, gross product) -xalq xo'jaligining mahsulot hajmini puldagi ifodasini bildiradi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Dougherti K. Introduction to ekonometrics. – New York. Oxford University Press. 2011.
2. Gujarati D., Basic Econometrics. The McGraw-Hill. 2003
3. James H. Stock, Mark W. Watson Introduction to Econometrics. Third edition. Addison-Wesley. 2011.
4. Абдуллаев А.М., Ходиев Б.Ю., Ишназаров А.И. Эконометрика: Учебник. – Т.: ТГЭУ. 2007.
5. Abdullaev A.M., Muminova M.A., Nurullaeva SH.T. Ekonometrika: Методические разработки по курсу для студентов экономических специальностей. –Т.: ТГЭУ. 2014.
6. Афанасьев В.Н., Юлдашев М.И. Анализ временных рядов: Учебник. – М.: Финансы и статистика. 2001.
7. Беркинов Б.Б.. Вопросы моделирования и информатизации управления в агропромышленном комплексе Узбекистана. АН РУз. Доклады республиканской научно-технической конференции. 5-6 сентябрь 2011г.
8. Беркинов Б.Б. Моделирование систем ведения сельского хозяйства. – Т.: Фан, 1990.
9. Беркинов Б.Б., Рахманкулова Б.О., Каримова Х.Х. Фермер хўжаликлари ишлаб чиқариш фаолияти самарадорлигини баҳолаш ва ривожланиш жараёнларини моделлаштириш. – Т.: Иқтисодиёт. 2013.
10. Беркинов Б.Б. Эконометрика.-Т. “Фан ва технология” 2015, 162б.
11. Ходиев Б.Ю., Шодиев Т.Ш., Беркинов Б.Б., Эконометрика.-Т. “ТДИУ” 2015, 162б.
12. Гулямов С.С. и др. Экономико-математические методы и прикладные модели прогнозирования. Учебник для ВУЗов. – Т.: ТГЭУ, 2005.

13. Гранберг А.Г. Статистическое моделирование и прогнозирование. – М.: Финансы и статистика. 1990.
14. Дуброва Т.А. Статистические методы прогнозирования: Учебное пособие. – М.: ЮНИТА-ДАНА. 2003.
15. Замков О.О. Эконометрические методы в макроэкономическом анализе. Курс лекций. -М.: ГУВШЕ. 2009.
16. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика: Учебник. Под ред. проф. Кремера Н.Ш. ЮНИТА-ДАНА – М.: 2002.
17. Магнус Я.Р. Эконометрика.-М.: Финансы и статистика. 2-ое переработанное. 2010.
18. Muxitdinov X.S. Aholi turmush darajasini oshirish va hududlar ijtimoiy rivojlanish jarayonlarini modellash tirish.: Dis. avtoref. – T.: TDIU, 2009.
19. Новиков И.А. Эконометрика. Учебное пособие. – М.: Infra-M. 2010.
20. Политова И.Д. Дисперсионный и корреляционный анализ в экономике сельского хозяйства. – М.: «Колос», 1978.-190с.
21. Тихомиров Н.П., Дорохина Е.Ю.. Эконометрика: Учебник. – М.: Экзамен, 2003.
22. O‘zbekiston Respublikasi yillik statistik to‘plami. O‘zR Davlat statistika qo‘mitasi. –T.: 2012. – 356 b.
23. Хеди Е., Диллон Д. Производственные функции в сельском хозяйстве – М.: Progress, 1965.– 465с.
24. Xodiev B.YU. O‘zbekiston iqtisodida tadbirkorlik rivojini ekonometrik modellash tirish.: Dis. avtoref. – T.: TDIU, 2000.-38 b.
25. Чепель С.В., Модельный инструментарий прогнозирования экономического развития: проблемы, возможности и перспективы // Экономический вестник Узбекистана. – Т.: 2003.- № 3. 10-16 С.

26. Shodiev T.SH., Tursunov A.T. va b. Ekonometrika: Darslik. –T.: IPK “Sharq”, 1999.-240 b.
27. Shodiev T.SH. va boshq. Ekonometrika: Darslik. – T.: TDIU, 2007.-270 b.
28. Саримсокова Х.К. Эконометрика. Дарслик. Тошкент, ЖИДУ. 2012
29. Басовский Л.Е., Прогнозирование и планирование в условиях рынка. Учебное пособие. Москва ИНФРА-М 2014.
30. Гладиллин А.В., Герасимов А.Н., Громов Е.И. Эконометрика. Учебное пособие. Москва. 2009.
31. Мустафакулов Ш.И., Негматов Ж.Б., Муродуллаев Н.Н., Жураев Б.Р.. Эконометрика. Ўқув қўлланма. Тошкент. 2017.
32. Shadmanova G. Iqtisodiy – matematik usullar va modellar. Darslik. Toshkent. 2013.
33. Шадманова Г., Мирзаев С.С. Экономико-математические методы и модели. Ташкент. 2011.
34. Shadmonova Gulchehra, Abdullayev Zafar. Yer tuzishda iqtisodiy – matematik usullar va modellar. «Musiq» nashriyoti. Toshkent – 2007
35. Shadmonova G. Iqtisodiy – matematik usullar va modellar. «Musiq» nashriyoti, Toshkent . 2007.

Darbin-Uatsonning d-statistikasi d_l va d_u 1% muhimlik darajasi

N	k=1		k=2		k=3		k=4		k=5	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
15	0,81	1,07	0,7	1,25	0,59	1,46	0,49	1,7	0,39	1,96
16	0,84	1,09	0,74	1,25	0,63	1,44	0,53	1,66	0,44	1,9
17	0,87	1,1	0,77	1,25	0,67	1,43	0,57	1,63	0,48	1,85
18	0,9	1,12	0,8	1,26	0,71	1,42	0,61	1,6	0,52	1,8
19	0,93	1,13	0,83	1,26	0,74	1,41	0,65	1,58	0,56	1,77
20	0,95	1,15	0,86	1,27	0,77	1,41	0,68	1,57	0,6	1,74
21	0,97	1,16	0,89	1,27	0,8	1,41	0,72	1,55	0,63	1,71
22	1	1,17	0,91	1,28	0,83	1,4	0,75	1,54	0,66	1,69
23	1,02	1,19	0,94	1,29	0,86	1,4	0,77	1,53	0,7	1,67
24	1,04	1,2	0,96	1,3	0,88	1,41	0,8	1,53	0,72	1,66
25	1,05	1,21	0,98	1,3	0,9	1,41	0,83	1,52	0,75	1,65
26	1,07	1,22	1	1,31	0,93	1,41	0,85	1,52	0,78	1,64
27	1,09	1,23	1,02	1,32	0,95	1,41	0,88	1,51	0,81	1,63
28	1,1	1,24	1,04	1,32	0,97	1,41	0,9	1,51	0,83	1,62
29	1,12	1,25	1,05	1,33	0,99	1,42	0,92	1,51	0,85	1,61
30	1,13	1,26	1,07	1,34	1,01	1,42	0,94	1,51	0,88	1,61
31	1,15	1,27	1,08	1,34	1,02	1,42	0,96	1,51	0,9	1,6
32	1,16	1,28	1,1	1,35	1,04	1,43	0,98	1,51	0,92	1,6
33	1,17	1,29	1,11	1,36	1,05	1,43	1	1,51	0,94	1,59
34	1,18	1,3	1,13	1,36	1,07	1,43	1,01	1,51	0,95	1,59
35	1,19	1,31	1,14	1,37	1,08	1,44	1,03	1,51	0,97	1,59
36	1,21	1,32	1,15	1,38	1,1	1,44	1,04	1,51	0,99	1,59
37	1,22	1,32	1,16	1,38	1,11	1,45	1,06	1,51	1	1,59
38	1,23	1,33	1,18	1,39	1,12	1,45	1,07	1,52	1,02	1,58
39	1,24	1,34	1,19	1,39	1,14	1,45	1,09	1,52	1,03	1,58
40	1,25	1,34	1,2	1,4	1,15	1,46	1,1	1,52	1,05	1,58
45	1,29	1,38	1,24	1,42	1,2	1,48	1,16	1,53	1,11	1,58
50	1,32	1,4	1,28	1,45	1,24	1,49	1,2	1,54	1,16	1,59
55	1,36	1,43	1,32	1,47	1,28	1,51	1,25	1,55	1,21	1,59
60	1,38	1,45	1,35	1,48	1,32	1,52	1,28	1,56	1,25	1,6
65	1,41	1,47	1,38	1,5	1,35	1,53	1,31	1,57	1,28	1,61
70	1,43	1,49	1,4	1,52	1,37	1,55	1,34	1,58	1,31	1,61
75	1,45	1,5	1,42	1,53	1,39	1,56	1,37	1,59	1,34	1,62
80	1,47	1,52	1,44	1,54	1,42	1,57	1,39	1,6	1,36	1,62
85	1,48	1,53	1,46	1,55	1,43	1,58	1,41	1,6	1,39	1,63
90	1,5	1,54	1,47	1,56	1,45	1,59	1,43	1,61	1,41	1,64
95	1,51	1,55	1,49	1,57	1,47	1,6	1,45	1,62	1,42	1,64
100	1,52	1,56	1,5	1,58	1,48	1,6	1,46	1,63	1,44	1,65

Darbin -Uatsonning d-statistikasi dl va du 5% muhimlik darajasi

n	k=1		k=2		k=3		k=4		k=5	
	d _L	d _U	d _L	d _U	d _L	d _U	d _L	d _U	d _L	d _U
15	1,08	1,36	0,95	1,54	0,82	1,75	0,69	1,97	0,56	2,21
16	1,1	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73	0,74	1,93	0,62	2,15
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,9	1,71	0,78	1,9	0,67	2,1
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,93	1,69	0,82	1,87	0,71	2,06
19	1,18	1,4	1,08	1,53	0,97	1,68	0,86	1,85	0,75	2,02
20	1,2	1,41	1,1	1,54	1	1,68	0,9	1,83	0,79	1,99
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67	0,93	1,81	0,83	1,96
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66	0,96	1,8	0,86	1,94
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66	0,99	1,79	0,9	1,92
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,1	1,66	1,01	1,78	0,93	1,9
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66	1,04	1,77	0,95	1,89
26	1,3	1,46	1,22	1,55	1,14	1,65	1,06	1,76	0,98	1,88
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65	1,08	1,76	1,01	1,86
28	1,33	1,48	1,26	1,56	1,18	1,65	1,1	1,75	1,03	1,85
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,2	1,65	1,12	1,74	1,05	1,84
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65	1,14	1,74	1,07	1,83
31	1,36	1,5	1,3	1,57	1,23	1,65	1,16	1,74	1,09	1,83
32	1,37	1,5	1,31	1,57	1,24	1,65	1,18	1,73	1,11	1,82
33	1,38	1,51	1,32	1,58	1,26	1,65	1,19	1,73	1,13	1,81
34	1,39	1,51	1,33	1,58	1,27	1,65	1,21	1,73	1,15	1,81
35	1,4	1,52	1,34	1,58	1,28	1,65	1,22	1,73	1,16	1,8
36	1,41	1,52	1,35	1,59	1,29	1,65	1,24	1,73	1,18	1,8
37	1,42	1,53	1,36	1,59	1,31	1,66	1,25	1,72	1,19	1,8
38	1,43	1,54	1,37	1,59	1,32	1,66	1,26	1,72	1,21	1,79
39	1,43	1,54	1,38	1,6	1,33	1,66	1,27	1,72	1,22	1,79
40	1,44	1,54	1,39	1,6	1,34	1,66	1,29	1,72	1,23	1,79
45	1,48	1,57	1,43	1,62	1,38	1,67	1,34	1,72	1,29	1,78
50	1,5	1,59	1,46	1,63	1,42	1,67	1,38	1,72	1,34	1,77
55	1,53	1,6	1,49	1,64	1,45	1,68	1,41	1,72	1,38	1,77
60	1,55	1,62	1,51	1,65	1,48	1,69	1,44	1,73	1,41	1,77
65	1,57	1,63	1,54	1,66	1,5	1,7	1,47	1,73	1,44	1,77
70	1,58	1,64	1,55	1,67	1,52	1,7	1,49	1,74	1,46	1,77
75	1,6	1,65	1,57	1,68	1,54	1,71	1,51	1,74	1,49	1,77
80	1,61	1,66	1,59	1,69	1,56	1,72	1,53	1,74	1,51	1,77
85	1,62	1,67	1,6	1,7	1,57	1,72	1,55	1,75	1,52	1,77
90	1,63	1,68	1,61	1,7	1,59	1,73	1,57	1,75	1,54	1,78
95	1,64	1,69	1,62	1,71	1,6	1,73	1,58	1,75	1,56	1,78
100	1,65	1,69	1,63	1,72	1,61	1,74	1,59	1,76	1,57	1,78

χ^2 taqsimot: χ^2 ning 5,1 va 0,1% muhimlik darajasidagi kritik qiymatlari

Erkinlik darajasi soni	5%	1%	0,10%
1	3,8415	6,6349	10,828
2	5,9915	9,2103	13,816
3	7,8147	11,3449	16,266
4	9,4877	13,2767	18,467
5	11,0705	15,0863	20,515
6	12,5916	16,8119	22,458
7	14,0671	18,4753	24,322
8	15,5073	20,0902	26,125
9	16,919	21,666	27,877
10	18,307	23,2093	29,588
11	19,6751	24,725	31,264
12	21,0261	26,217	32,909
13	22,362	27,6882	34,528
14	23,6848	29,1412	36,123
15	24,9958	30,5779	37,697
16	26,2962	31,9999	39,252
17	27,5871	33,4087	40,79
18	28,8693	34,8053	42,312
19	30,1435	36,1909	43,82
20	31,4104	37,5662	45,315
21	32,6706	38,9322	46,797
22	33,9244	40,2894	48,268
23	35,1725	41,6384	49,728
24	36,415	42,9798	51,179
25	37,6525	44,3141	52,618
26	38,8851	45,6417	54,052
27	40,1133	46,9629	55,476
28	41,3371	48,2782	56,892
29	42,557	49,5879	58,301
30	43,773	50,8922	59,703
40	55,7585	63,6907	73,402
50	67,5048	76,1539	86,661
60	79,0819	88,3794	99,607
70	90,5312	100,425	112,317
80	101,879	112,329	124,839
90	113,145	124,116	137,208
100	124,342	135,807	149,449

P başmöt: 1% mühimlik dərəcəsidəki v1 və v2 erkimlik dərəcəsidəki P kritik qiymətləri

v/v	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	@
1	4052	5000	5403	5625	5764	5859	5928	5981	6022	6056	6106	6157	6209	6255	6261	6287	6313	6339	6366
2	98,5	99	99,2	99,25	99,3	99,33	99,36	99,37	99,39	99,4	99,42	99,43	99,45	99,46	99,47	99,47	99,48	99,49	99,5
3	34,1	30,8	29,5	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,35	27,2	27,05	26,87	26,69	26,6	26,5	26,41	26,32	26,22	26,13
4	21,2	18	16,7	15,98	15,52	15,21	14,98	14,8	14,66	14,6	14,37	14,2	14,02	13,93	13,84	13,75	13,65	13,56	13,46
5	16,3	13,3	12,1	11,39	10,97	10,67	10,46	10,29	10,16	10,1	9,89	9,72	9,55	9,47	9,38	9,29	9,2	9,11	9,02
6	13,8	10,9	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,1	7,98	7,87	7,72	7,56	7,4	7,31	7,23	7,14	7,06	6,97	6,88
7	12,3	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,99	6,84	6,72	6,62	6,47	6,31	6,16	6,07	5,99	5,91	5,82	5,74	5,65
8	11,3	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91	5,81	5,67	5,52	5,36	5,28	5,2	5,12	5,03	4,95	4,86
9	10,6	8,02	6,99	6,42	6,06	5,8	5,61	5,47	5,35	5,26	5,11	4,96	4,81	4,73	4,65	4,57	4,48	4,4	4,31
10	10	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,2	5,06	4,94	4,85	4,71	4,56	4,41	4,33	4,25	4,17	4,08	4	3,91
11	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63	4,54	4,4	4,25	4,1	4,02	3,94	3,86	3,78	3,69	3,6
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,5	4,39	4,3	4,16	4,01	3,86	3,78	3,7	3,62	3,54	3,45	3,36
13	9,07	6,7	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,3	4,19	4,1	3,96	3,82	3,66	3,59	3,51	3,43	3,34	3,25	3,17
14	8,86	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,8	3,66	3,51	3,43	3,35	3,27	3,18	3,09	3
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4	3,89	3,8	3,67	3,52	3,37	3,29	3,21	3,13	3,05	2,96	2,87
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,2	4,03	3,89	3,78	3,69	3,55	3,41	3,26	3,18	3,1	3,02	2,93	2,84	2,75
17	8,4	6,11	5,18	4,67	4,34	4,1	3,93	3,79	3,68	3,59	3,46	3,31	3,16	3,08	3	2,92	2,83	2,75	2,65
18	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71	3,6	3,51	3,37	3,23	3,08	3	2,92	2,84	2,75	2,66	2,57
19	8,18	5,91	5,01	4,5	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43	3,3	3,15	3	2,92	2,84	2,76	2,67	2,58	2,49
20	8,1	5,85	4,94	4,43	4,1	3,87	3,7	3,56	3,46	3,37	3,23	3,09	2,94	2,86	2,78	2,69	2,61	2,52	2,42
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,64	3,51	3,4	3,31	3,17	3,03	2,88	2,8	2,72	2,64	2,55	2,46	2,36
22	7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26	3,12	2,98	2,83	2,75	2,67	2,58	2,5	2,4	2,31
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,3	3,21	3,07	2,93	2,78	2,7	2,62	2,54	2,45	2,35	2,26
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,9	3,67	3,5	3,36	3,26	3,17	3,03	2,89	2,74	2,66	2,58	2,49	2,4	2,31	2,21
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,85	3,63	3,46	3,32	3,22	3,13	2,99	2,85	2,7	2,62	2,54	2,45	2,36	2,27	2,17
26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29	3,18	3,09	2,96	2,81	2,66	2,58	2,5	2,42	2,33	2,23	2,13
27	7,68	5,49	4,6	4,11	3,78	3,56	3,39	3,26	3,15	3,06	2,93	2,78	2,63	2,55	2,47	2,38	2,29	2,2	2,1
28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,75	3,53	3,36	3,23	3,12	3,03	2,9	2,75	2,6	2,52	2,44	2,35	2,26	2,17	2,06
29	7,6	5,42	4,54	4,04	3,73	3,5	3,33	3,2	3,09	3	2,87	2,73	2,57	2,49	2,41	2,33	2,23	2,14	2,03

30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,7	3,47	3,3	3,17	3,07	2,98	2,84	2,7	2,55	2,47	2,39	2,3	2,21	2,11	2,01
40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,89	2,8	2,66	2,52	2,37	2,29	2,2	2,11	2,02	1,92	1,8
60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	2,72	2,63	2,5	2,35	2,2	2,12	2,03	1,94	1,84	1,73	1,6
120	6,85	4,79	3,95	3,48	3,17	2,96	2,79	2,66	2,56	2,47	2,34	2,19	2,03	1,95	1,86	1,76	1,66	1,53	1,38

Ғ. тақсимот: 5%-мұхымдық (аржақ-саят) 1-көз 2-эркинлик (аржақ-саят) Ғ. критиктік қызылтар

v/v	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	@
1	161	200	216	225	230	234	237	239	240,5	242	244	246	248	249	250	251	252	253,3	254,3
2	18,5	19	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,4	19,38	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,49	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,7	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6	5,96	5,91	5,86	5,8	5,77	5,75	5,72	5,69	5,66	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56	4,53	4,5	4,46	4,43	4,4	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,1	4,06	4	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,7	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,3	3,27	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,5	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94	2,9	2,86	2,83	2,79	2,75	2,71
10	4,96	4,1	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,85	2,77	2,74	2,7	2,66	2,62	2,58	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,2	3,09	3,01	2,95	2,9	2,85	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,4
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3	2,91	2,85	2,8	2,75	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,3
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,6	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,3	2,25	2,21
14	4,6	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,7	2,65	2,6	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,9	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,4	2,33	2,29	2,25	2,2	2,16	2,11	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	4,45	3,59	3,2	2,96	2,81	2,7	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,1	2,06	2,01	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,9	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	4,35	3,49	3,1	2,87	2,71	2,6	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,2	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,9	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,18	2,1	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	4,3	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,4	2,34	2,3	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,8	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,2	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	4,26	3,4	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,3	2,25	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,6	2,49	2,4	2,34	2,28	2,24	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,15	2,07	1,99	1,95	1,9	1,85	1,8	1,75	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,2	2,13	2,06	1,97	1,93	1,88	1,84	1,79	1,73	1,67
28	4,2	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,12	2,04	1,96	1,91	1,87	1,82	1,77	1,71	1,65

29	4.18	3.33	2.93	2.7	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.1	2.03	1.94	1.9	1.85	1.81	1.75	1.7	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.1	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.7	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.5	1.43	1.35	1.25

t тақсимот: t критик кийматлар							
Erkinlik darajasi soni	tecrilar	Ahamiyatlilik darajasi					
	Ikki tomonlama Bir tomonlama	10% 5%	5% 2,5%	2% 1%	1% 0,5%	0,2% 0,1%	0,1% 0,05%
1		6,314	12,706	31,821	63,657	318,31	636,62
2		2,92	4,303	6,965	9,925	22,327	31,598
3		2,353	3,182	4,541	5,841	10,214	12,924
4		2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	8,61
5		2,015	2,571	3,365	4,032	5,893	6,869
6		1,943	2,447	3,143	3,707	5,208	5,959
7		1,895	2,365	2,998	3,499	4,785	5,408
8		1,86	2,306	2,896	3,355	4,501	5,041
9		1,833	2,262	2,821	3,25	4,297	4,781
10		1,812	2,228	2,764	3,169	4,144	4,587
11		1,796	2,201	2,718	3,106	4,025	4,437
12		1,782	2,179	2,681	3,055	3,93	4,318
13		1,771	2,16	2,65	3,012	3,852	4,221
14		1,761	2,145	2,624	2,977	3,787	4,14
15		1,753	2,131	2,602	2,947	3,733	4,073
16		1,746	2,12	2,583	2,921	3,686	4,015
17		1,74	2,11	2,567	2,898	3,646	3,965
18		1,734	2,101	2,552	2,878	3,61	3,922
19		1,729	2,093	2,539	2,861	3,579	3,883
20		1,725	2,086	2,528	2,845	3,552	3,85
21		1,721	2,08	2,518	2,831	3,527	3,819
22		1,717	2,074	2,508	2,819	3,505	3,792
23		1,714	2,069	2,5	2,807	3,485	3,767
24		1,711	2,064	2,492	2,797	3,467	3,745
25		1,708	2,06	2,485	2,787	3,45	3,725
26		1,706	2,056	2,479	2,779	3,435	3,707
27		1,703	2,052	2,473	2,771	3,421	3,69
28		1,701	2,048	2,467	2,763	3,408	3,674
29		1,699	2,045	2,462	2,756	3,396	3,659
30		1,697	2,042	2,457	2,75	3,385	3,646
40		1,684	2,021	2,423	2,704	3,307	3,551
60		1,671	2	2,39	2,66	3,232	3,46
120		1,658	1,98	2,358	2,617	3,16	3,373
		1,645	1,96	2,326	2,576	3,09	3,291

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI

OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI

Ekonometrika

Mualliflar:

G.Shadmanova
B.O. Raxmankulova
X.X.Karimova

Mas'ul muharrir:
Mirzaev S.S

Taqrizchilar:
Muxamedieva D.T.
Xudoyorov B.

**“Asian Book House” nashriyoti
Toshkent - 2020**

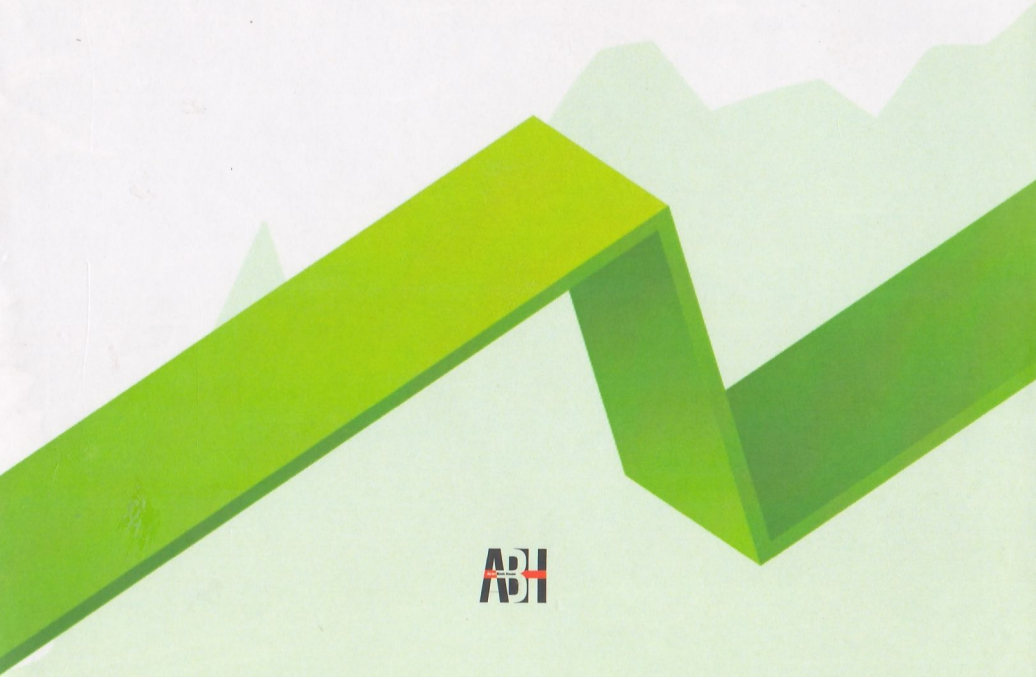
Nashr litsenziyasi: AA № 0005, 27.03.2019-yil

Bichimi 60x84 1/8. Ofset qog'ozda nashr etildi. Bosma tabog'i 15,5.
Adadi 100 nusxa. Buyurtma № 15. Shartnoma raqami №2.

“Asian Book House” nashriyoti, “print center” boshmaxonasi,
Yashnobod tumani, Aviasozlar ko'chasi, 1-uy.

43 000

65.16



ABH